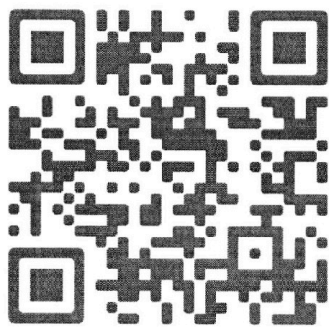
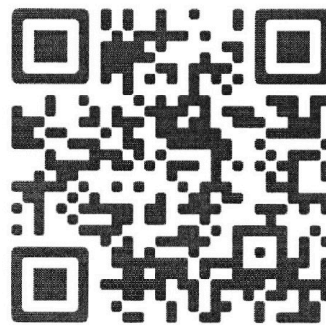




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Пегя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Рассмотрим числа A

A : 1111, 2222, 3333, 4444, 5555, 6666, 7777, 8888, 9999

Т.е. $A = x \cdot 11 \cdot 101$, где x - однозначное число

Т.к. 101 - простое, то множитель 101 должен быть в B и C ,
но $C < 100 \Rightarrow B:101$

Таким образом $B = 606$ т.к. по усл. в данных B есть цифра 6

$B = 2 \cdot 3 \cdot 101$, т.е. $B:11$, но $A:11$ и $A:121 \Rightarrow C:11$

По усл. ~~одно~~ х.б. одна из цифр C это 3. Единственное
уверзн. число с цифрой 3, которое при этом $:11$, это 33

Итого $B = 2 \cdot 3 \cdot 101$

$C = 3 \cdot 11$

$A = x \cdot 11 \cdot 101$, x - однознач.

Чтобы $A \cdot B \cdot C$ являлось кв-том x должно явл.
~~четным~~ чет. степ. двойки, т.е. $x=2$ или $x=8$

Таким образом под все условия тройки $(A; B; C)$
подходит $(8888; 606; 33)$ и $(2222; 606; 33)$

Ответ: $(8888; 606; 33)$ и $(2222; 606; 33)$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2} \quad x, y > 0 \\ k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}, \quad x \neq 2$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{y+x+5}{xy} = \frac{y+2+x-2+5}{(x-2)(y+2)} \quad | : (x+y+5) > 0$$

$$\frac{1}{xy} = \frac{1}{(x-2)(y+2)} \quad | \cdot xy(x-2)(y+2), \quad x \neq 2, \quad x, y > 0$$

$$(x-2)(y+2) = xy$$

$$xy - 2y + 2x - 4 = xy$$

$$2x - 2y - 4 = 0$$

$$x - y = 2, \quad \text{также } x \neq 2, \quad \text{но при } x=2: \quad 2-y=2 \Rightarrow y=0, \quad \text{но по усл. } y > 0$$

$$\begin{aligned} M &= x^3 - y^3 - 6xy = \underbrace{(x-y)}_2 (x^2 + xy + y^2) - 6xy = 2x^2 + 2xy + 2y^2 - 6xy = \\ &= 2x^2 - 4xy + 2y^2 = 2(x^2 - 2xy + y^2) = 2 \underbrace{(x-y)^2}_4 = 8 \end{aligned}$$

Ответ: $M=8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3} \text{ a) } (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\text{Согл. стр.: } \sin^2 \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \cos^2 \pi x - \cos \pi x \cdot \cos \pi y,$$

$$\cos \pi x \cdot \cos \pi y + \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x$$

$$\cos(\pi x - \pi y) = \cos(2\pi x),$$

$$\pi x - \pi y = 2\pi x + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x - y = 2x + 2k$$

$$y = -x - 2k$$

$$\text{Согл. стр.: } \sin \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \sin \pi x = 0 - \sin \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \sin \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \cos \pi x$$

$$\sin \frac{\pi x + \pi y}{2} \left(\cos \pi x \cdot \sin \frac{\pi x - \pi y}{2} + \sin \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \cos \pi x \right) = 0$$

$$\sin \frac{\pi x + \pi y}{2} \left(\sin \pi x \cdot \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} + \cos \pi x \cdot \sin \frac{\pi x - \pi y}{2} \right) = 0$$

$$\sin \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \sin \left(\pi x + \frac{\pi x - \pi y}{2} \right) = 0$$

$$\left[\sin \frac{\pi x + \pi y}{2} = 0, \right.$$

$$\left. \sin \left(\frac{3\pi x - \pi y}{2} \right) = 0; \right.$$

$$\left[\begin{aligned} \frac{\pi x + \pi y}{2} &= 2\pi n, \\ \frac{3\pi x - \pi y}{2} &= 2\pi m; \end{aligned} \right. n, m \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x + y = 2n, \\ 3x - y = 2m \end{cases} \quad \begin{cases} y = -x + 2n, (1) \\ y = 3x - 2m, (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow x + 2n = -x - 2k$$

$$2n + 2k = 0$$

$$n + k = 0$$

$$n = -k \Rightarrow y = -x - 2k$$

Т.е. Пара $(x; -x - 2k)$ — ответ.

$$\text{Проверим: } (\sin \pi x + \sin(-\pi x - 2\pi k)) \cdot \sin \pi x =$$

$$= (\cos \pi x + \cos(-\pi x - 2\pi k)) \cdot \cos \pi x$$

$$(\sin \pi x - \sin \pi x) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi x) \cdot \cos \pi x$$

$$0 = 0 - \text{верно}$$

$(x; -x - 2k)$ — подходит

$$(2) \quad 3x - 2m = -x - 2k$$

$$4x = 2(m - k)$$

$$x = \frac{m - k}{2} \Rightarrow \sin \pi x \in \{-1; 0; 1\}, \cos \pi x \in \{0; 1\}.$$

Рассм. 4 случ.

$$1) \sin \pi x = 1; \cos \pi x = 0: (1 + \sin \pi y) \cdot 1 = (0 - \cos \pi y) \cdot 0$$

$$\sin \pi y = -1$$

$$\pi y = -\frac{\pi}{2} + 2\pi t, t \in \mathbb{Z}$$

$$y = -\frac{1}{2} + 2t$$

$$\text{Значит } x = \frac{1}{2} + 2z, z \in \mathbb{Z}; y = -\frac{1}{2} + 2t, t \in \mathbb{Z}$$

Т.е. также, что $u(x; -x - 2k), k \in \mathbb{Z}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \sin \pi x = 0, \cos \pi x = -1: (0 + \sin \pi y) \cdot 0 = (-1 - \cos \pi y)(-1)$$

$$\text{тогда } (m-k) \equiv 2$$

$$\text{и } x = 1 + 2z, z \in \mathbb{Z}$$

$$\cos \pi y = -1$$

$$\pi y = -\pi + 2\pi t, t \in \mathbb{Z}$$

$$y = -1 + 2t,$$

$$\text{Значит } x = 1 + 2z, y = -1 + 2t, z, t \in \mathbb{Z}$$

Т.е. также, что и $(x; -x - 2k), k \in \mathbb{Z}$

$$3) \sin \pi x = -1, \cos \pi x = 0: (-1 + \sin \pi y) \cdot (-1) = (0 - \cos \pi y) \cdot 0$$

$$\text{тогда } (m-k) \equiv 3$$

$$\text{и } x = \frac{3}{2} + 2z, z \in \mathbb{Z}$$

$$\sin \pi y = 1$$

$$\pi y = -\frac{3\pi}{2} + 2\pi t, t \in \mathbb{Z}$$

$$y = -\frac{3}{2} + 2t$$

$$\text{Значит } x = \frac{3}{2} + 2z, y = -\frac{3}{2} + 2t, z, t \in \mathbb{Z}$$

Т.е. также, что и $(x; -x - 2k)$

$$4) \sin \pi x = 0, \cos \pi x = 1: (0 + \sin \pi y) \cdot 0 = (\cancel{0} - 1 - \cos \pi y) \cdot 1$$

$$\text{тогда } (m-k) \equiv 0$$

$$\text{и } x = 2z$$

$$\cos \pi y = 1$$

$$\pi y = 2\pi t, t \in \mathbb{Z}$$

$$y = 2t$$

Т.е. также, что и $(x; -x - 2k)$

Таким образом подк. реш. $(x; -x - 2k);$

P.S. В каждом из случаев фразы "решение также, что и $(x; -x - 2k)$ " означает, что **всегда** можно подобрать такое k , чтобы решение записалось в таком виде.

$$5) x, y \in \mathbb{Z}$$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi, \quad \text{или } \begin{cases} -1 \leq \frac{x}{6} \leq 1 \\ -1 \leq \frac{y}{2} \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -6 \leq x \leq 6 \\ -2 \leq y \leq 2 \end{cases}$$

$$1) y = 2 \Rightarrow x \in \{-6; -4; -2; 0; 2; 4; 6\}$$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \frac{\pi}{2} < \pi,$$

$$\arcsin \frac{x}{6} < \frac{\pi}{2}, \text{ т.е. } x \neq 6 \Rightarrow \text{подходит 6 пар вида } (x; 2)$$

$$2) y \neq 2, \text{ тогда}$$

$$\arcsin \frac{x}{6} < \pi - \arcsin \frac{y}{2} - \text{верно всегда, а погр. } x$$

где четные y найдены 7 шт., где нечет. y найд. 6 шт.

$$\text{итого } 6 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 7 = 32$$

Ответ: а) $(x; -x - 2k), k \in \mathbb{Z}$

б) 32 пары



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4 Пусть добавили к 4 учам. еще K билетов, $K \in \mathbb{N}$

А всего учеников в классе n

Тогда вер-ть для 4-ех билетов:

$$\frac{C_{n-2}^2}{C_n^4}$$

← кон-во спос. выд-р. еще 2-ух билетов Петя и Вова

← кон-во спос. выд-р. всех учеников из класса

А вер-ть для $(K+4)$ билетов:

$$\frac{C_{n-2}^{2+K}}{C_n^{4+K}}$$

← кон-во спос. выд-р. еще $(K+2)$ билетов Петя и Вова

← кон-во спос. выд-р. $(K+4)$ учеников

Получаем ур-е:

$$6 \cdot \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{C_{n-2}^{2+K}}{C_n^{4+K}}$$

$$6 \cdot \frac{\frac{(n-2)!}{2!(n-4)!}}{\frac{n!}{4!(n-4)!}} = \frac{\frac{(n-2)!}{(K+2)!(n-K-4)!}}{\frac{n!}{(K+4)!(n-K-4)!}}$$

$$72 = \frac{(K+4)!}{(K+2)!}$$

$$72 = (K+4)(K+3)$$

$$K^2 + 7K + 12 = 72$$

$$K^2 + 7K - 60 = 0$$

$$(K+12)(K-5) = 0$$

$$\begin{cases} K = -12, \text{ но } K \in \mathbb{N} - \text{ не подх.} \\ K = 5 \end{cases}$$

Т.о. добавили 5 билетов, значит всего $4+5=9$ билетов

Ответ: 9 билетов.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓6
$$\begin{cases} (x+5\sqrt{2}\cos\alpha)(y+5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0, & (1) \\ x^2+y^2 \leq 169; & (2) \end{cases}$$

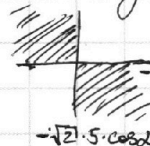
(1) $(x+5\sqrt{2}\cos\alpha)(y+5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0$

ХЗТ
$$\begin{cases} x+5\sqrt{2}\cos\alpha \leq 0, \\ y+5\sqrt{2}\sin\alpha \geq 0; \\ x+5\sqrt{2}\cos\alpha \geq 0, \\ y+5\sqrt{2}\sin\alpha \leq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -5\sqrt{2}\cos\alpha, \\ y \geq -5\sqrt{2}\sin\alpha; \\ x \geq -5\sqrt{2}\cos\alpha, \\ y \leq -5\sqrt{2}\sin\alpha; \end{cases}$$

Т.о. (1) задает собой 2 перп. между собой прямые (парал. осам)

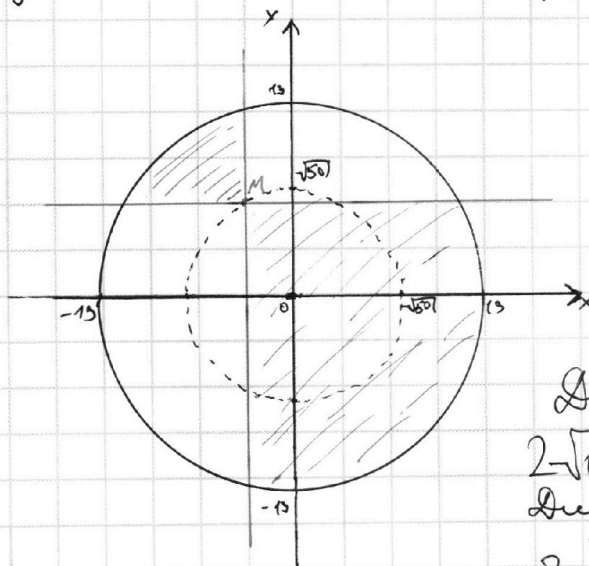
На эскизе:



На эскизе показ. каковы какие области попадают (очев. из получ. совокуп-ти)

Тогда будем определять эти две области по точке пересеч. прямых, её коорд: $(-5\sqrt{2}\cos\alpha; -5\sqrt{2}\sin\alpha)$
 Назовем её Т.М

Тогда расст. от. $(0,0)$ до М: $\sqrt{50\cos^2\alpha + 50\sin^2\alpha} = \sqrt{50}$
 Т.е. Т.М движт. по окр. с центром в $(0,0)$ и $R=\sqrt{50}$



Точка М движт. по окр. нарисов. пунктиром

Периметр фигуры сост. из длины двух хорд. и двух дуг окр-ти

Длина верт. хорды:

$2\sqrt{13^2 - 50\cos^2\alpha}$

Длина горизонт. хорды

$2\sqrt{13^2 - 50\sin^2\alpha}$

Вся длина окруж.: 26π



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Сумма длин дуг всегда будет равна $B\pi$
в центр симметрич. окр-та отн-но осей коорд.

Т.е. ищем макс. значения: выразим:

$$2(-\sqrt{13^2 - 50\cos^2 \alpha} + \sqrt{13^2 - 50\sin^2 \alpha}) \text{ см достиг.}$$

$$\text{когда } \sin \alpha = \pm \cos \alpha$$

$$\text{т.е. } \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Периметр: } 2(-\sqrt{144} + \sqrt{144}) + 13\pi = 48 + 13\pi$$

Ответ: макс. перим. $48 + 13\pi$,

$$\text{при } \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

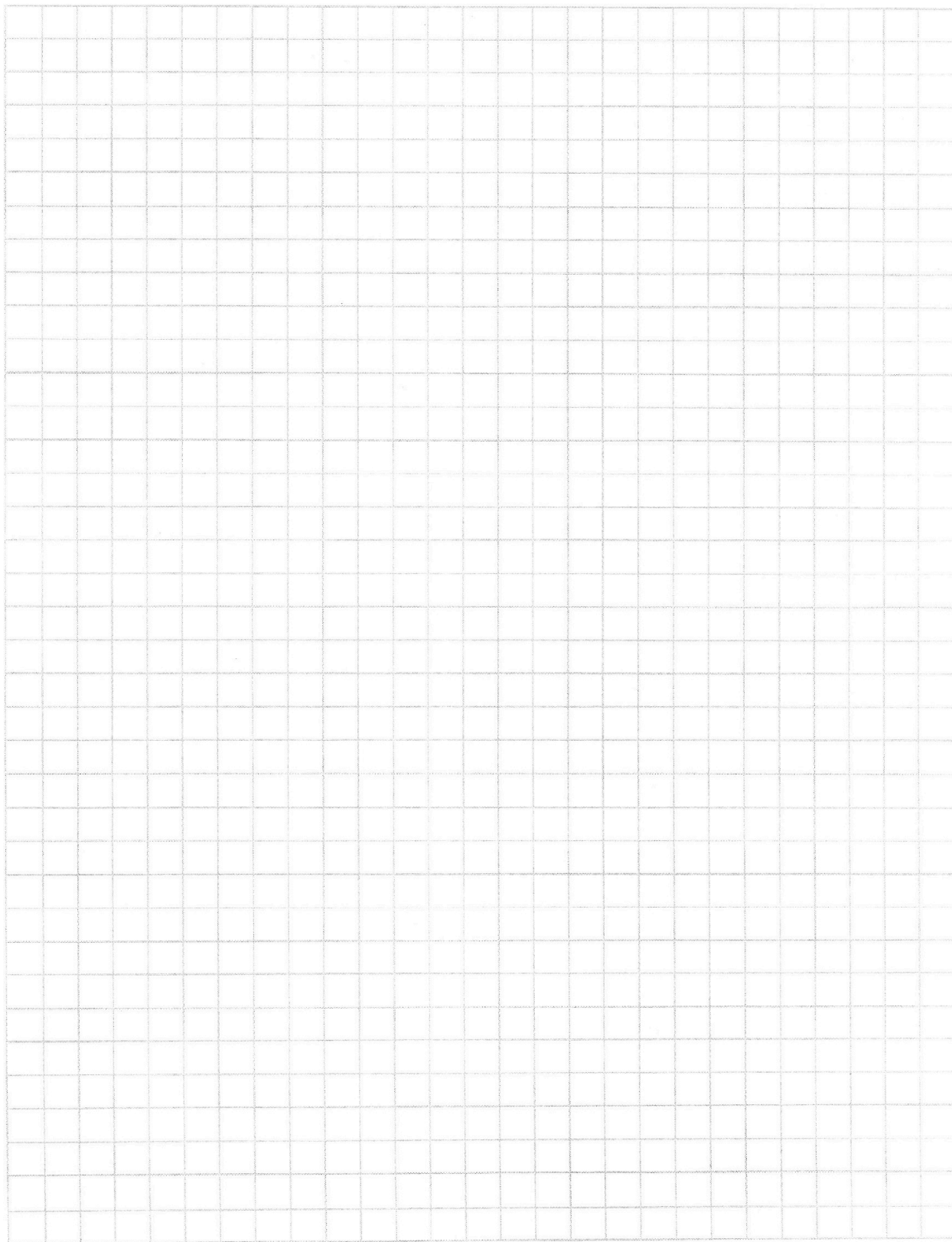
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



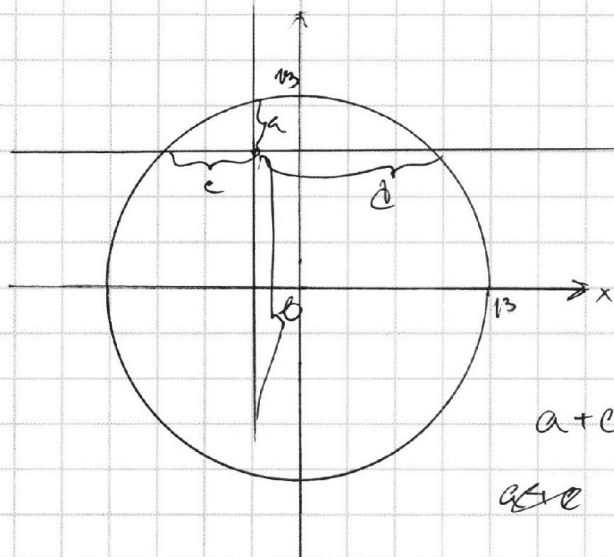


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$-5\sqrt{2} \cos x = -5\sqrt{2} \sin x$$

$$\cos x = \sin x$$

$$(-5\sqrt{2} \cos x, -5\sqrt{2} \sin x)$$

$$50 \cos^2 x + 50 \sin^2 x$$

$$a+c+\sqrt{a^2+c^2}+b+d+\sqrt{b^2+d^2}$$

are

$$xy + 5\sqrt{2}(\sin x + \cos x) + \sin x \cdot \cos x$$

$$xy + 5\sqrt{2}t + \frac{t^2-1}{2} \leq 0$$

$$(\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$\begin{cases} x \leq -5\sqrt{2} \cos x \\ y \geq -5\sqrt{2} \sin x \\ x \geq -5\sqrt{2} \cos x, \\ y \leq -5\sqrt{2} \sin x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y \leq 5\sqrt{2} \sin x - 5\sqrt{2} \cos x \\ x-y \geq 5\sqrt{2} \sin x - 5\sqrt{2} \cos x \end{cases}$$

$$2xy + 10\sqrt{2}t + t^2 - 1 \leq 0$$

$$t^2 + 10\sqrt{2}t + (2xy - 1) \leq 0$$

$$m \in [-10\frac{1}{2}; 9\frac{1}{2}]$$

$$xy \leq -(\frac{t^2-1}{2} + 5\sqrt{2}t)$$

$$xy \leq m$$

$$D = 169 - 4m^2 \leq 0$$

$$4m^2 \geq 169$$

$$m^2 \geq \frac{169}{4}$$

$$m \geq \frac{13}{2}$$

$$= (\frac{t^2}{12} + 5\sqrt{2}t - \frac{1}{2})$$

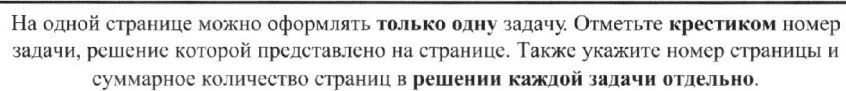
$$x^4 - 169x^2 + m^2 = 0$$

$$y = \sqrt{169 - x^2}$$

$$\sqrt{169 - x^2} = \frac{m}{x}$$

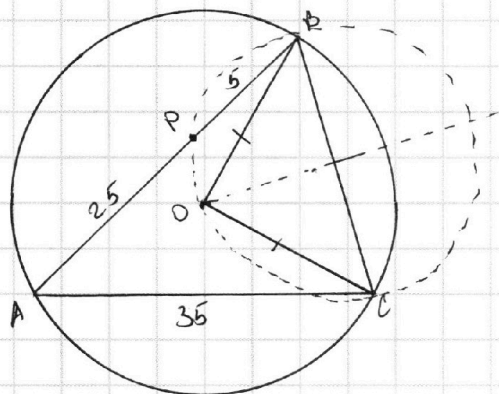
$$169 - x^2 = \frac{m^2}{x^2}$$

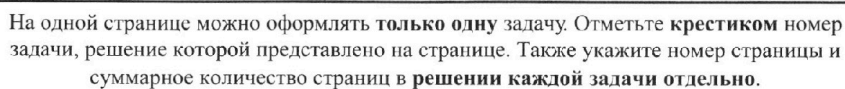
$$169x^2 - x^4 = m^2$$



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

11 11 11 11 11 11 11 11 11

11.101 2.11.101 3.11.101 2².11.101 5.11.101 23.11.101 7.11.101 23.11.101 3².11.101

$$A = X \cdot 11 \cdot 101$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 11 \\ \hline 101 \\ 101 \\ \hline 1111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ 25 \overline{) 4225} \\ \underline{400} \\ 225 \\ \underline{225} \\ 0 \end{array}$$

$$y = -x - 2K$$

$$X = -Y - 2k \quad 2 \cdot 3 \cdot 10^2 \cdot 11 \cdot X$$

$y = 2 \cdot 6) x$

$$y = 1:6$$

$$y = 0 : 7$$

$$v = -1: 6$$

$$V = 2.7$$

$$10^1 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 9^3$$

2. $x, y > 0$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{\cancel{y} + x + 5}{xy} = \frac{y + \cancel{2} + x - \cancel{2} + 5}{(x-2)(y+2)}$$

$$X \cdot Y = (X-2)(Y+2)$$

$$xy = xy - 2y + 2x - 4$$

~~$x - y + x - z = 0$~~

$$\cancel{47} \quad x - y = 2$$

$$= 2x^2 + 2xy + 2y^2 - 6xy = 2x^2 - 4xy + 2y^2 = 2(x^2 - 2xy + y^2) = 2(x - y)^2$$

$$= 2 \sqrt{(x-y)^2} = 8$$

$$\frac{(k+2)!}{(k+2)!(k+2)!(k+2)!} = \frac{(k+2)!}{(k+2)!(k+2)!(k+2)!}$$

$$\sin^2 \pi x = \cos^2 \pi x - \cos^2 \pi x$$

$$\cos \pi x = \cos 2\pi x$$

$$(k+12)(k-5) = 0$$

$$k^2 + 7k - 60 = 0$$

$$\frac{C_{n-2}}{C_{n-1}}$$

$$M = x^3 - y^3 - 6xy = (x-y)(x^2+xy+y^2) - 6xy$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x^2 - 5xy + y^2 &= \\ &= x^2 - 2xy + y^2 - 3xy = \\ &= (x-y)^2 - 3xy = 1 - 3xy \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. $\sin^2 \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \cos^2 \pi x - \cos \pi y \cdot \cos \pi x$

$$\cos \pi x \cdot \cos \pi y + \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \cos^2 \pi x - \cancel{\cos^2 \pi x} \sin^2 \pi x$$

$$\cos(\pi x - \pi y) = \cos(2\pi x)$$

$$\pi x - \pi y = 2\pi x + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

23

$$x - y = 2x + 2k$$

$$x - y = 2x + 2k$$

$$y = x - 2x - 2k$$

$$y = -x - 2k$$

$$\sin \pi x + \sin \pi(-x - 2k)$$

$$(\sin \pi x + \sin(-\pi x - 2\pi k)) \cdot \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos(-\pi x - 2\pi k)) \cos \pi x$$

$$\cancel{\sin \pi x} - \sin \pi x$$

$$0 = (\cos \pi x - \cos \pi x) \cos \pi x = 0$$

$$\cancel{2 \sin \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \sin \pi x} = -2 \sin \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \sin \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \cos \pi x$$

$$\sin \pi x \cdot \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} + \sin \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \cos \pi x = 0$$

$$\sin\left(\pi x + \frac{\pi x - \pi y}{2}\right) = 0$$

$$1 - \cos \pi y = 0$$

$$\cos \pi y = 1$$

$$\pi y = 2\pi k$$

$$y = 2k$$

$$\frac{3\pi x - \pi y}{2} = \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{3x - y}{2} = k$$

$$3x - y = 2k$$

$$y = 3x - 2k$$

$$3x - 2k = -x - 2k$$

$$4x = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow y = -2k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$3x - 2k = -x - 2k$$

$$4x = 2(n - k)$$

$$x = \frac{n - k}{2}$$