



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася выяснили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓1

$$A = d \cdot 1111, \text{ где } d - \text{цифра, } d \neq 0$$

$$A = d \cdot 11 \cdot 101$$

$$101 - \text{простое} \Rightarrow \text{НОД}(d, 101) = 1$$

$$B - \text{двузначное} \Rightarrow (B, 101) = 1 \Rightarrow B : 101$$

(чтобы степень вхождения была четной),

но $B \nmid 101^2$ т.к. B - только 3-х знач.

$$B : 101 \Rightarrow B = 202 \quad (\text{т.к. 3-х знач. : 101 выдает 2} \quad \text{КОК})$$

$$11 - \text{простое, при этом } B \nmid 11 \Rightarrow$$

$$C : 11 \quad (\text{т.к. в } A \text{ 11 входит четное кол-во раз}),$$

$$\text{но } C \nmid 11^2, \text{ т.к. } 11^2 = 121 - \text{3-х знач.}$$

$$C : 11 \text{ и есть цифра } \Rightarrow C = 33$$

Получаем:

$$A \cdot B \cdot C = d \cdot 11 \cdot 101 \cdot 2 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11 = 6d \cdot 11^2 \cdot 101^2$$

Чтобы было квадратом нужно: $6d$ - квадрат

$$\Rightarrow d = 6 \quad d = n^2 \cdot 2 \cdot 3, \text{ но } d - \text{цифра} \Rightarrow$$

$$d = 6$$

Ответ: (6666; 202; 33)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}$$

т.к. $x > 0$ и $y > 0$, то $x+y+2 > 0$

$$\Rightarrow xy = (x-1)(y+1) = xy + x - y - 1$$

$$x = y + 1$$

$$\begin{aligned} M &= x^3 - y^3 - 3xy = (y+1)^3 - y^3 - 3y(y+1) = \\ &= y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 - 3y^2 - 3y = 1 \end{aligned}$$

Заметим, что такое значение достигается, например, при $x=2$ $y=1$.

К не меняется, т.к. x и y меняются местами,
а $M = 8 - 1 - 6 = 1$.

Ответ: $M = 1$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~3

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$2 \sin\left(\pi \cdot \frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\pi \cdot \frac{x-y}{2}\right) \sin \pi x =$$

$$= 2 \cos\left(\pi \cdot \frac{x+y}{2}\right) \cdot \cos\left(\pi \cdot \frac{x-y}{2}\right) \cdot \cos \pi x$$

$$1) \sin\left(\pi \cdot \frac{x+y}{2}\right) \cdot \sin \pi x = \cos\left(\pi \cdot \frac{x+y}{2}\right) \cos \pi x.$$

$$\operatorname{tg}\left(\pi \cdot \frac{x+y}{2}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \pi x\right) \quad \left(\begin{array}{l} \text{если кто-то} \\ \text{занулится, то} \\ \text{свой равно по} \\ \text{аргументу тангенса} \\ \text{равно.} \end{array} \right)$$

$$\pi \cdot \frac{x+y}{2} = \frac{\pi}{2} - \pi x + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x+y = 1 - 2x + 2k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$y = -3x + 2k + 1$$

$$2) \cos\left(\pi \cdot \frac{x-y}{2}\right) = 0$$

$$\pi \cdot \frac{x-y}{2} = -\frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

$$x-y = -1 + 2n$$

$$y = x + 2n + 1$$

Ответ: $(x; -3x + 2k + 1)$, $(x; x + 2n + 1)$, $k, n \in \mathbb{Z}$.

$$b) \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

$$-1 \leq \frac{x}{5} \leq 1 \quad -1 \leq \frac{y}{4} \leq 1$$

$$-5 \leq x \leq 5 \quad -4 \leq y \leq 4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$y = -3x + 2k + 1 \quad x = -5 \quad y = 4 + 5 + 2k + 1$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin \frac{x}{5} \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} \leq \frac{3\pi}{2},$$

$$0 \leq \arccos \frac{y}{4} \leq \pi$$

приём равенств до стигается только

$$\text{при } \frac{x}{5} = 1, \quad \frac{y}{4} = -1 \quad x = 5 \quad y = -4,$$

Остальные же x и y , удовл. ОДЗ
подходят.

$$1) \quad y = -3x + 2k + 1, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

y и x - разной чётности

$$y\text{-чёт} : -4, -2, 0, 2, 4 - 5 \text{ вар} \quad x\text{-чёт} - 5 \text{ вар}$$

$$y\text{-неч} : -3, -1, 1, 3 - 4 \text{ вар} \quad x\text{-неч} - 6 \text{ вар.}$$

$$\text{Всего вар: } 5 \cdot 6 + 5 \cdot 4 = 50$$

все они подходят, т.к. $3x + y = \text{неч} = 2k + 1$,
а любое неч представимо как $2k + 1, k \in \mathbb{Z}$.

$$2) \quad y = x + 2n + 1 - \text{аналогично, приём}$$

решение, можно так же как и в 1

$\Rightarrow$ Всего 50 вар, подх. под ОДЗ, ^{(5; -4) - разн. чёт.} 1 не подходит

Ответ: 49 пар.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☒5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~4.

Если в классе ≤ 4 ч-к, то вероятность
пойти как бонса единица, так и будет
 $\Rightarrow$ в классе ≥ 5 .

Пусть им даны выданы k билетов
 x - человек в классе:

1) $k \geq x$:

в конце $p_2 = 1$ в начале: $p_1 = \frac{2}{5}$:

$$p_1 = \frac{C_{x-2}}{C_x^4} = \frac{(x-2)!}{2! \cdot (x-4)!} \cdot \frac{4! \cdot (x-4)!}{x!} = \frac{12}{x(x-1)} = \frac{2}{5}$$

$$x(x-1) = 30$$

$$x = 6$$

$$x^2 - x - 30 = 0$$

Тогда какое бы количество билетов
 ≥ 6 не выданы вероятность увелич
в 2.5 раза, но (вредн классу выдают
больше билетов,
там там ч-к)

2) $k < x$.

$$2.5 p_1 = \frac{5}{2} \cdot \frac{C_{x-2}^{k-2}}{C_x^k} = \frac{C_{x-2}^2}{C_x^4}$$

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{4!}{2!} = \frac{k!}{(k-2)!} = k(k-1)$$

$$\frac{5}{2} \cdot 4 \cdot 3 = k(k-1)$$

$$30 = k(k-1) \Rightarrow$$

$$k = 6$$

Ответ: 6



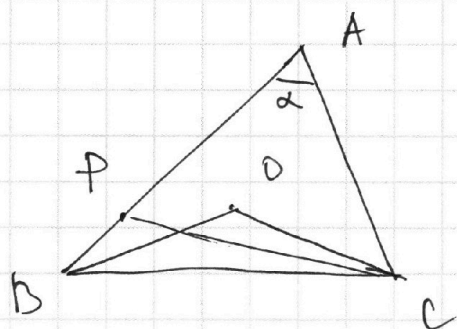
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5



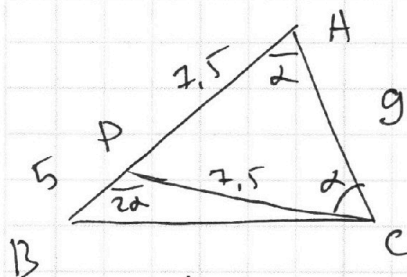
$$AP = 7,5$$

$$BP = 5$$

$$AC = 9$$

Пусть $\angle A = \alpha \Rightarrow \angle BOC = 2\alpha$ (центральный)

$\angle BPC = \angle BOC = 2\alpha$ (отпр. на 1 фигуру)



$$\angle APC = 180 - 2\alpha \Rightarrow \angle PCA = \alpha$$

$\Rightarrow \triangle APC$ - равнобедр.

т. косинусов для $\triangle APC$

$$7,5^2 = 9^2 + 7,5^2 - 2 \cdot 7,5 \cdot 9 \cos \alpha$$

$$15 - 9 \cos \alpha = 9^2 \quad \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{25-9}}{5} = \frac{4}{5} \quad (\text{положит. т.к. } \alpha < 180)$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \frac{4}{5} \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 12,5 \cdot 9 \cdot \frac{4}{5} = 5 \cdot 9 = 45$$

Ответ: $S_{ABC} = 45$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

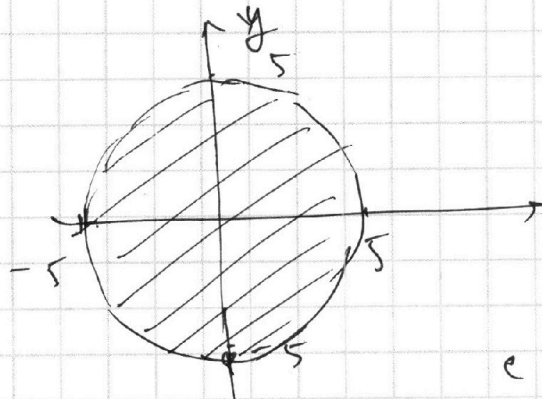
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

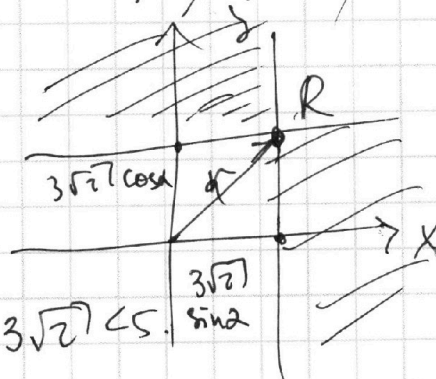
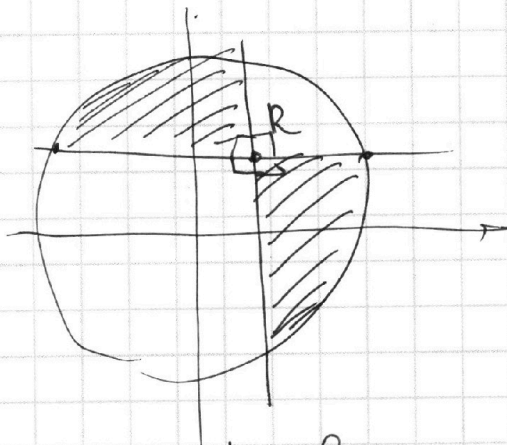
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6.

$$x^2 + y^2 \leq 25$$



$$(x - 3\sqrt{2}\sin\alpha)(y - 3\sqrt{2}\cos\alpha) \leq 0$$



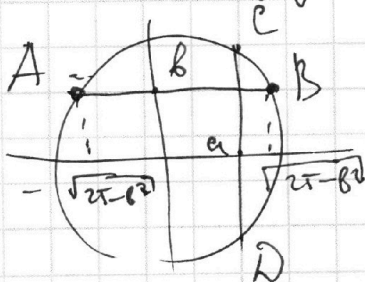
$$|\vec{R}| = 3\sqrt{2} < 5$$

точка R всегда внутри круга т.к.

$$3\sqrt{2} < 5. \quad P(\Phi) \text{ состоит из 2 отрезков}$$

$$\text{и 2-ух дуг. Сумма дуг} = \frac{2\pi \cdot 5}{2} = 5\pi,$$

т.к. (полусумма величин дуг $= \frac{\pi}{2}$).



$$3\sqrt{2}\cos\alpha = b \Rightarrow$$

$$AB = 2\sqrt{25 - b^2}$$

$$3\sqrt{2}\sin\alpha = a \quad CD = 2\sqrt{25 - a^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{AB+CD}{2} = \sqrt{25-b^2} + \sqrt{25-a^2}$$

$$a^2 + b^2 = \cancel{36} 18$$

$$\frac{AB+CD}{2} = \sqrt{25+a^2-\cancel{b^2}} + \sqrt{25-a^2} \rightarrow \max.$$

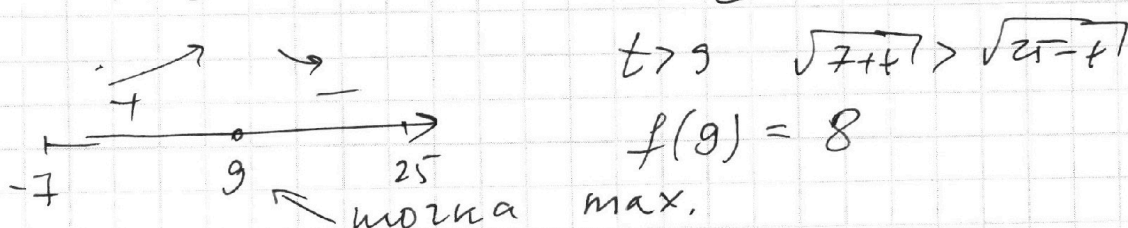
$$a^2 = t. \quad 25$$

$$f(t) = \sqrt{7+t} + \sqrt{25-t} \rightarrow \max.$$

$$f'(t) = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{7+t}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{25-t}} = 0$$

$$\sqrt{7+t} = \sqrt{25-t}$$

$$7+t = 25-t \quad t = \frac{25-7}{2} = 9$$



$$t > 9 \quad \sqrt{7+t} > \sqrt{25-t}$$

$$f(9) = 8$$

$$\Rightarrow t = 9 \Rightarrow a = 3$$

$$a = 3 : \sin \alpha_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$a = -3 : \sin \alpha_0 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\alpha = \arcsin \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{4}$$

$$\alpha_1 = \arcsin \frac{1}{\sqrt{2}} + 2\pi k$$

$$\alpha_2 = \pi - \arcsin \frac{1}{\sqrt{2}} + 2\pi k$$

$$\alpha_3 = -\arcsin \frac{1}{\sqrt{2}} + 2\pi k$$

$$\alpha_4 = \pi + \arcsin \frac{1}{\sqrt{2}} + 2\pi k$$

$$\Phi(\alpha_0) = 5\pi + 16 \quad \text{Ответ: } 5\pi + 16$$

$$i = 1, 2, 3, 4$$

$$\alpha_{1,2} = \pm \arcsin \frac{1}{\sqrt{2}} + 2\pi k$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☒СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a+b+h=2R$$

$$x^2 = a(h+b)$$

$$y^2 = b(h+a)$$

$$x^2 - y^2 = (a-b)h$$

$$a = \frac{x^2 - y^2}{h} + b$$

$$x^2 = \left(\frac{x^2 - y^2}{h} + b \right) (h+b)$$

$$\text{Прим } n=3.$$

$$2xy \left(3 \cos^2 \frac{\pi}{n} - 2 \right) = -\cos^2 \frac{\pi}{n} \cdot (x^2 + y^2)$$

$$2xy \left(\frac{3}{4} - 2 \right) = -\frac{1}{4} (x^2 + y^2)$$

$$\cdot \frac{5}{2} xy = \frac{1}{4} (x^2 + y^2)$$

$$x^2 + y^2 = 10xy \quad | : x^2$$

$$* \quad 1 + \left(\frac{y}{x} \right)^2 = \frac{10y}{x}$$

$$\frac{y}{x} = t > 1$$

$$t^2 - 10t + 1 = 0$$

$$t^2 - 10t + 1 = 0 \quad D = 100 - 4 = 96$$

$$t = \frac{10 + \sqrt{96}}{2} = 5 + 2\sqrt{6}$$

$$\frac{S_{бок}}{S_{лит}} = \left(\frac{1}{5 + 2\sqrt{6}} + 1 \right)^2 = (5 - 2\sqrt{6} + 1)^2 = 4(3 - \sqrt{6})^2 = 60 - 24\sqrt{6}$$

$$\text{Ответ: } 60 - 24\sqrt{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

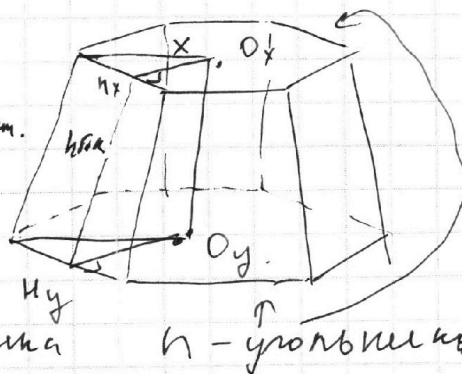
СТРАНИЦА

1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

W7

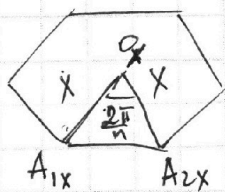
x - радиус опис. около верх. основ.
 y - около нижнего.



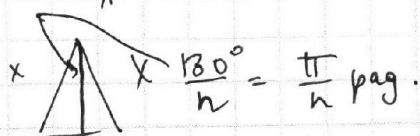
a_x, a_y - стороны многоугольника

n - углов многоугольника

$a_{бок}$ - длина остальных ребер

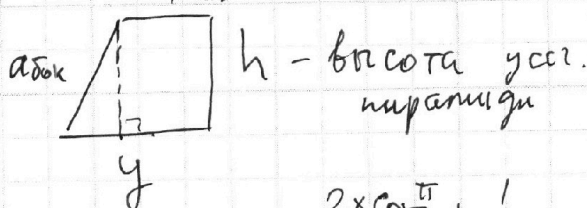


h_x - высота $\triangle O_x A_1 x A_2 x$



$$h_x = x \cos \frac{\pi}{n}$$

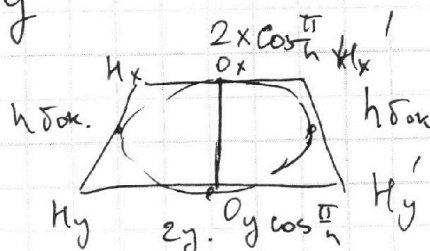
$$a_x = 2x \sin \frac{\pi}{n}$$



$$a_{бок}^2 = h^2 + (y-x)^2$$

$$h_{бок}^2 = h^2 + (y-x)^2 \cdot \cos^2 \frac{\pi}{n}$$

посмотрим на трапецию.



$O_x O_y n_y n_x$ отразим её относительно $O_x O_y$.

т.к. сфера касалась $n_x O_x$ в т. O_x , $n_y O_y$ в т. O_y

и $n_x n_y$, то полученная трапеция - описан.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 из 3

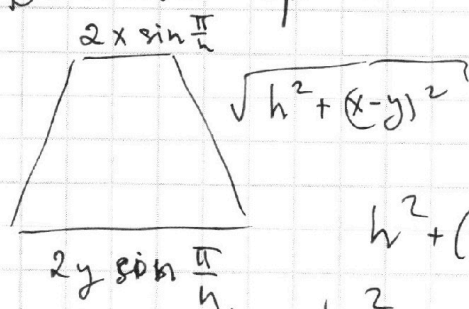
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$h_{бок} = (x+y) \cos \frac{\pi}{n}$$

$$(x+y)^2 \cos^2 \frac{\pi}{n} = h^2 + (y-x)^2 \cos^2 \frac{\pi}{n}$$

$$h^2 = 4xy \cos^2 \frac{\pi}{n}$$

Боковая грань:



→ Это опис. многогран., т.к. сфера касается всех её сторон. $\Rightarrow$

$$h^2 + (x-y)^2 = (x+y)^2 \sin^2 \frac{\pi}{n}$$

$$h^2 = -\cos^2 \frac{\pi}{n} \cdot (x^2 + y^2) + 2xy(1 + \sin^2 \frac{\pi}{n})$$

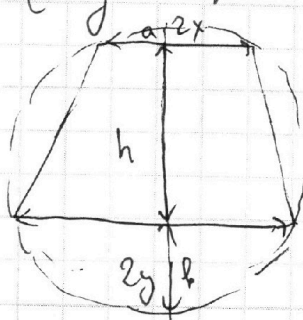
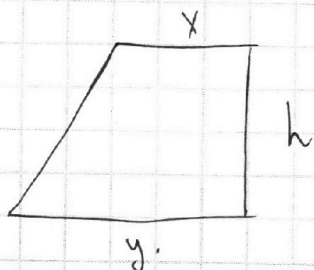
$$4xy \left(2\cos^2 \frac{\pi}{n} + 1 + \sin^2 \frac{\pi}{n} \right) = -\cos^2 \frac{\pi}{n} (x^2 + y^2)$$

$$2xy \left(3\cos^2 \frac{\pi}{n} - 2 \right) = -\cos^2 \frac{\pi}{n} (x^2 + y^2)$$

$$S_{бок} = (x+y) \sin \frac{\pi}{n} \cdot (x+y) \cos \frac{\pi}{n} \cdot n$$

$$S_{sum} = y^2 \sin \frac{\pi}{n} \cdot \cos \frac{\pi}{n}$$

$$\frac{S_{бок}}{S_{sum}} = \frac{(x+y)^2}{y^2} = \left(\frac{x}{y} + 1 \right)^2$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

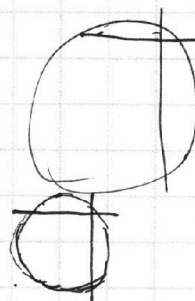
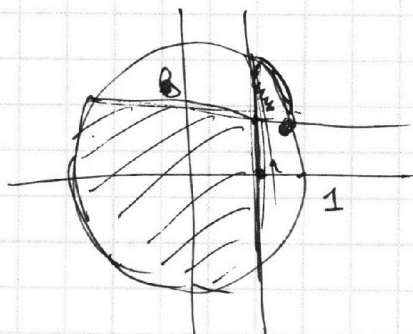
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

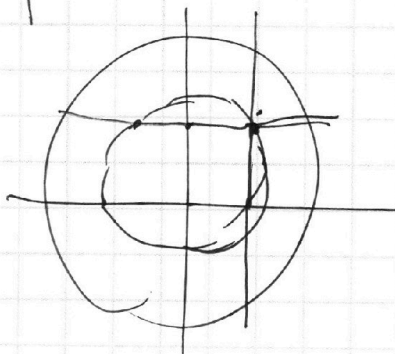
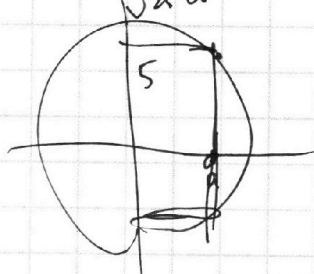
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 \leq 25$$



$$2b + 2a$$

$$+ \frac{(3\sqrt{2})^2}{25} = \frac{18}{25}$$



$$2\sqrt{25-a^2} + 2\sqrt{}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

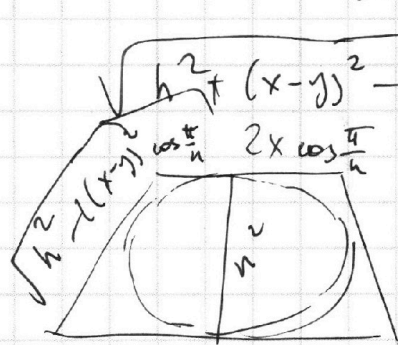
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S_{\text{шести}} = \frac{1}{2} y^2 \sin \frac{2\pi}{n} \cdot n \quad \cancel{k(x+y) \cos \frac{\pi}{n} \cdot ((x+y) \sin \frac{\pi}{n})^2 =}$$

$$S_{\text{бок}} = n \cdot \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{n} \cdot \sqrt{h^2 + (x-y)^2} \quad k = \frac{(x+y)^2}{y^2}$$



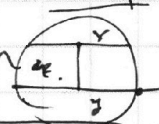
$$\sqrt{h^2 + (x-y)^2} = (x+y) \cdot \frac{\pi}{n}$$

$$h^2 + (x^2 + y^2 - 2xy) = x^2 + 2xy + y^2$$

$$h^2 = 4xy \cdot \cos^2 \frac{\pi}{n}$$

$$h^2 = 4xy \cos^2 \frac{\pi}{n} \cdot 2y \cos \frac{\pi}{n}$$

$$k(x+y) \cos \frac{\pi}{n} \cdot (x+y) \cdot \sin \frac{\pi}{n} \cdot n$$

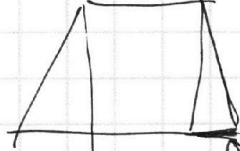


$$4xy \cos^2 \frac{\pi}{n} + x^2 - 2xy + y^2 + \frac{xy}{2} \cos^2 \frac{\pi}{n}$$

$$\left(1 - \frac{\cos^2 \frac{\pi}{n}}{4}\right) x^2$$



$$2x \sin \frac{\pi}{n}$$



$$2y \sin \frac{\pi}{n}$$

$$2x \cos \frac{\pi}{n}$$

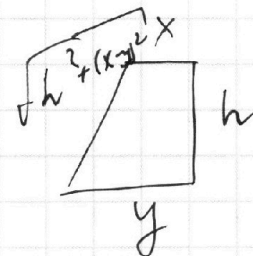


$$2y \cos \frac{\pi}{n}$$

$$\sqrt{h^2 + (x-y)^2}$$

$$= x(x+y) \cos \frac{\pi}{n}$$

$$(y-x) \sin \frac{\pi}{n}$$



$$h = (x+y) \cos \frac{\pi}{n}$$

$$h_{\text{бок}} = h_{\text{бок}} = h^2 + (x-y)^2 - (x-y)^2 \sin^2 \frac{\pi}{n}$$

$$h^2 + (x-y) \cos^2 \frac{\pi}{n} = x^2 + y^2 - (x-y)^2 \cos^2 \frac{\pi}{n}$$

$$2 \sqrt{h^2 + (x-y)^2} \cos^2 \frac{\pi}{n} = 2(x+y) \cos^2 \frac{\pi}{n}$$

$$h^2 = 4xy \cos^2 \frac{\pi}{n}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_x = 2x \sin \frac{\pi}{n}$$

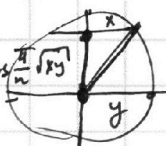
$$h_x = y \cos \frac{\pi}{n}$$

$$a_{бок} = \sqrt{h^2 + (x-y)^2}$$

$$h_{бок} = \sqrt{h^2 + (x-y)^2 \cos^2 \frac{\pi}{n}} = (x+y) \cos \frac{\pi}{n}$$



$$1) ((x+y) \sin \frac{\pi}{n})^2 = h^2 + (x-y)^2 \cos^2 \frac{\pi}{n}$$

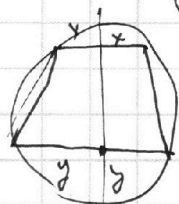


$$2) ((x+y) \cos \frac{\pi}{n})^2 = h^2 + (x-y)^2 \cos^2 \frac{\pi}{n}$$

$$h^2 = 4xy \cos^2 \frac{\pi}{n}$$

$$(x^2 + y^2 + 2xy) \sin^2 \frac{\pi}{n} = 4xy \cos^2 \frac{\pi}{n} + x^2 + y^2 - 2xy$$

$$2xy + 2xy \sin^2 \frac{\pi}{n} - 4xy \cos^2 \frac{\pi}{n} = (x^2 + y^2) \cos^2 \frac{\pi}{n}$$



$$2xy - 2xy \cos^2 \frac{\pi}{n}$$

$$4xy - 6xy \cos^2 \frac{\pi}{n}$$

$$S_{бок} = y^2 \sin \frac{\pi}{n} \cdot \cos \frac{\pi}{n}$$

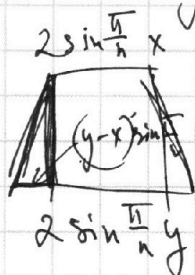
$$(x+y)^2 \cos^2 \frac{\pi}{n} =$$

$$4xy \sin^2 \frac{\pi}{n}$$

$$S_{бок} = (x+y) \cos \frac{\pi}{n} \cdot \sin \frac{\pi}{n} (x+y)$$

$$\tan^2 \frac{\pi}{n} = \frac{(x+y)^2}{4xy}$$

$$\frac{S_{бок}}{S_{sum}} = \frac{(x+y)^2}{y^2} = \left(\frac{x}{y} + 1 \right)^2$$



$$\sqrt{h^2 + (x-y)^2} (x+y) \sin \frac{\pi}{n}$$

$$\cos \frac{\pi}{n} = \frac{y-x}{y+x}$$

$$\tan^2 = \frac{\sin^2}{\cos^2} = \frac{1}{\cos^2} - 1$$

$$\frac{(y+x)^2}{(y-x)^2} - 1 = \frac{(x+y)^2}{4xy}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} y^2 \sin \frac{2\pi}{n}$$
$$e^{\frac{4}{x}} \cdot 2,5 \cdot \frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} = \frac{C_{x-2}^{k-2}}{e^{\frac{k}{x}}}$$
$$\frac{(x-2)! \cdot h \cdot x+y}{2(x-y)!} = \frac{(x-2)!}{2(x-k)!}$$
$$\frac{(x-2)! \cdot 4!}{2 \cdot (x-4)!} = \frac{(x-2)!}{2 \cdot (x-k)!}$$
$$\frac{(x-2)!}{2 \cdot (x-4)!} \cdot 4! = \frac{(x-2)!}{2 \cdot (x-k)!}$$
$$\frac{5}{2} = \frac{k!}{(k-2)!} = k(k-1)$$
$$k^2 - k - 30 = 0$$
$$k = -5 \quad k = 6$$
$$\frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} = \frac{1}{x(x-1)}$$
$$x^2 - x - 4 \cdot 24 = 0$$
$$\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{n}$$
$$h = x \cos \frac{\pi}{n}$$
$$\frac{1}{2} x^2 \sin \frac{2\pi}{n}$$

3. $25 \cdot 125 = 3 \cdot x$
 $x = 1000$

4. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

5. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

6. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

7. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

8. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

9. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

10. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

11. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

12. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

13. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

14. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

15. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

16. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

17. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

18. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

19. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

20. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

21. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

22. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

23. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

24. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

25. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

26. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

27. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

28. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

29. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

30. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

31. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

32. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

33. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

34. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

35. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

36. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

37. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

38. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

39. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

40. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

41. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

42. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

43. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

44. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

45. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

46. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

47. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

48. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

49. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

50. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

51. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

52. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

53. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

54. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

55. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

56. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

57. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

58. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

59. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

60. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

61. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

62. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

63. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

64. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

65. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

66. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

67. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

68. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

69. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

70. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

71. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

72. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

73. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

74. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

75. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

76. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

77. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

78. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

79. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

80. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

81. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

82. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

83. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

84. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

85. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

86. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

87. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

88. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

89. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

90. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

91. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

92. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

93. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

94. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

95. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

96. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

97. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

98. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

99. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$

100. $24 = x(x-1)$
 $x^2 - x - 24 = 0$
 $x = 5$
 $h = x \cos \frac{\pi}{n}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A \approx C \cdot 1111, C \in \{C-1, \dots, 9\}$$

$$1111 = 11 \cdot 101 \in \mathbb{H}.$$

$$B: 101 \quad C: 101$$

$$A = C \cdot 101 \cdot 11$$

$$B = 202$$

$$C = 2-11$$

$$C = 2, C = 8$$

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{x+y}{xy} + \frac{2}{xy} = \frac{x+y}{(x-1)(y+1)} + 2 \left\{ \pi x = \frac{x-y}{2} \pi - \frac{\pi}{2} + \pi k \right.$$

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{x}{2} = -\frac{y}{2} - \frac{\pi}{2} + k$$

$$x = -y - 1 + 2k$$

$$1) x+y = -2$$

$$2) xy = xy + x - y + 1$$

$$x - y = 1$$

$$y = x - 1$$

$$x^3 - y^3 + 3xy$$

$$x^3 - (x-1)^3 - 3x(x-1) = x^3 - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 - 3x^2 + 3x = 1$$

$$y = -x - 3$$

$$y = -4 \quad x = -5$$

$$x = -3$$

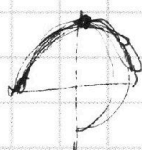
$$y = 1$$

$$x^3 + x^3 + 6x^2 + 12x + 8 + 3x^2 + 6x =$$

$$y = -3x + 2k + 1$$

$$y = x + 2n + 1$$

$$1219 - 9 + 6 = 1216$$



$$\cos \alpha = \frac{y}{4}$$

$$\sin \beta = \frac{x}{5}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{5} \neq 1 \\ y = 1 \end{array} \right.$$