



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



+1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

+2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.

+б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

† 4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася выяснили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

† 5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.

† 6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N7

A - из 4-х одинаковых цифр $\Rightarrow A = 7777 \cdot K, K \in [1; 9]$

Взвзв $7777 = 707 \cdot 77$ (77, 707 - простые)

$$A \cdot B \cdot C = h^2 \Rightarrow \left(\begin{array}{l} \text{т.к. } A: 707 \Rightarrow h: 707 \Rightarrow h^2: 707^2 \\ A: 77 \Rightarrow h: 77 \Rightarrow h^2: 77^2 \end{array} \right) \Rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{l} B: 707 \\ C: 707 \end{array} \right] (C < 707 \Rightarrow B: 707 \Rightarrow B \text{ имеет вид } \overline{xx}0\overline{xx}, \text{ где } x \in [7; 9])$$

$$\text{Взвзв.} \Rightarrow x = 6 \Rightarrow B = 606$$

$C: 77$ (A, B не могут делиться ещё на 77, и A не может делиться на 77^2 т.к. $K < 707$, но $h^2: 77^2 \Rightarrow A \cdot B (C: 77^2)$)

C имеет вид $\overline{xx}$, где $x \in [7; 9]$, но не содержит

$$3 \Rightarrow C = 33$$

$$A \cdot B \cdot C = 7777 \cdot K \cdot 606 \cdot 33 = 707^2 \cdot 77^2 \cdot 6 \cdot 3 \cdot K = h^2$$

$$18K = h^2 \Rightarrow 2K = h^2$$

$$K \in [1; 9] \Rightarrow 2K \in [2; 18]$$

$$2K = \begin{cases} 4 \Rightarrow K = 2 \\ 9 \Rightarrow K - \text{нечётное} \Rightarrow \emptyset \\ 16 \Rightarrow K = 8 \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} A = 2222 \\ B = 606 \\ C = 33 \end{cases}$

$$\begin{cases} A = 8888 \\ B = 606 \\ C = 33 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
7 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{y+x+5}{xy} = \frac{(y+2) + (x-2) + 5}{(x-2)(y+2)} = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$(x-2)(y+2) = xy \quad (x > 0, y > 0 \Rightarrow x+y+5 \neq 0)$$

$$xy - 2y + 2x - 4 = xy$$

$$x = y + 2$$

$$y = x - 2$$

$$M = x^3 - (x-2)^3 - 6(x-2)x = x^3 - x^3 + 6x^2 - 72x + 8 - 6x^2 + 72x = 8$$

Пример: $x = 4, y = 2 \rightarrow x_1 = x - 2 = 2, y_1 = y + 2 = 4$
 $K_1 = K_2$
 $M = 8$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
7 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$\begin{aligned} 1) \quad x, y \in \mathbb{Z} &\Rightarrow \begin{aligned} \sin \pi x &= 0 \\ \sin \pi y &= 0 \\ \cos \pi x &= \pm 1 \\ \cos \pi y &= \pm 1 \end{aligned} \end{aligned}$$

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin \pi x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos \pi x = 1 \\ \cos \pi x - \cos \pi y = 0 \end{cases} \Rightarrow (x-y) \in \mathbb{Z}$$

$$\arcsin \frac{x}{6} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\arcsin \frac{y}{2} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{6} \neq 7 \\ \frac{y}{2} \neq 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{6} \in [-7; 7] \\ \frac{y}{2} \in [-7; 7] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in [-6; 6] \\ y \in [-2; 2] \end{cases}$$

1) $y = -2$:

$$x = \{-6, -4, \dots, +4, 6\} \quad - 7 \text{ пар}$$

2) $y = -1$

$$x = \{-5, -3, \dots, +3, +5\} \quad - 6 \text{ пар}$$

3) $y = 0$

аналогично п. 1 $- 7 \text{ пар}$ $\oplus \rightarrow 32 \text{ пары}$

4) $y = 1$

аналогично п. 2 $- 6 \text{ пар}$

5) $y = 2$

аналогично п. 1 кроме $x=6$ $- 6 \text{ пар}$

Ответ: 32



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4

Посчитаем вероятность в начале и в конце:

$$K = 2C_n^4 \text{ — всего исходов}$$

n — всего учеников

$$S_1 = C_n^4 \text{ — всего исходов}$$

$$S_2 = C_{n-2}^2 \text{ — подходящие исходы}$$

$$P_1 = \frac{S_2}{S_1}$$

K — ~~количество~~ кол-во билетов

$$S_3 = C_n^K \text{ — всего исходов}$$

$$S_4 = C_{n-2}^{K-2} \text{ — подходящие исходы}$$

$$P_2 = \frac{S_4}{S_3}$$

$$6P_1 = P_2 \Rightarrow 6 \cdot \frac{\frac{(n-2)!}{(n-4)! \cdot 2!}}{\frac{n!}{(n-4)! \cdot 4!}} = \frac{\frac{(n-2)!}{(n-K)! \cdot (K-2)!}}{\frac{n!}{(n-K)! \cdot K!}}$$

$$6 \cdot 3 \cdot 4 = K \cdot (K-2)$$

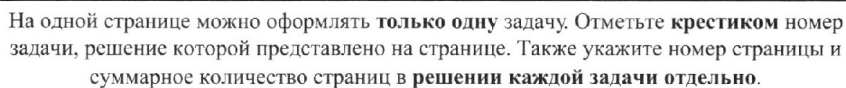
$$K^2 - K - 12 = 0$$

$$(K-4)(K+3) = 0$$

$$K=4 \Rightarrow K=4$$

$$K=-3 \text{ } \cancel{\text{не подходит}}$$

Ответ: 4



СТРАНИЦА
7 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение: $\angle BAC = \angle$

$$\angle BOC = 2\angle BAC = 2\angle$$

$\angle APO = \angle BCO$ (вписанные в одной окружности)

$$\angle OCB = \angle OBC \quad (OB = OC)$$

$$\angle OCH = 90^\circ - \frac{\angle BOC}{2} = 90^\circ - \frac{24^\circ}{2} = 90^\circ - 12^\circ$$

$$\angle APO = \angle OCB = 90^\circ - \alpha$$

Flynn 10 $\cap$ CA = H

$$\angle AHP = 780^\circ - (90^\circ - \angle) - \angle = 90^\circ \Rightarrow OH \perp AC$$

OH-сеп. пер. к АС (м.к. $\frac{1}{2} \text{AO} = \text{OC}$ и OH-высота)

$$AC = 35 \Rightarrow AH = \frac{35}{2}$$

$$AP = 25 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{AH}{AP} = \frac{35}{50} = \frac{7}{10}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{49}{100}} = \frac{\sqrt{51}}{10}$$

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} \cdot \sin \alpha = \frac{(25+5)35}{2} \cdot \frac{\sqrt{57}}{77} = \boxed{\frac{705\sqrt{57}}{2}}$$

Answer: $\frac{795\sqrt{57}}{2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
7 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

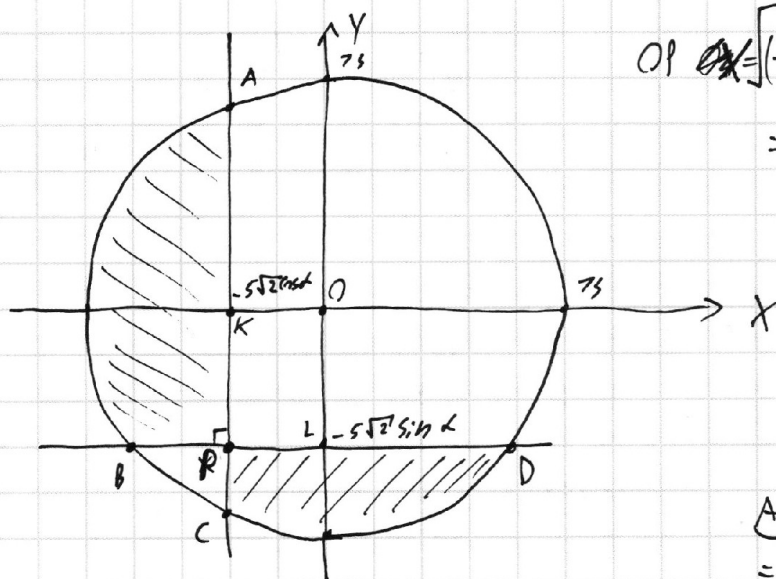
N 6

$$(x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0$$

$$\begin{cases} x \leq -5\sqrt{2} \cos \alpha \\ y \geq -5\sqrt{2} \sin \alpha \\ x \geq -5\sqrt{2} \cos \alpha \\ y \leq -5\sqrt{2} \sin \alpha \\ x = -5\sqrt{2} \cos \alpha \\ y = -5\sqrt{2} \sin \alpha \end{cases}$$

$x^2 + y^2 \leq 769 \Rightarrow (x, y)$ лежит внутри окружности с

$$R = 73 \text{ и } O(0, 0)$$



$$OP = \sqrt{(-5\sqrt{2} \cos \alpha)^2 + (-5\sqrt{2} \sin \alpha)^2} = 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = 5\sqrt{2}$$

$$M = \frac{AB + CD}{2}$$

$$M = AB + CD + AC + BD$$

$$\angle BPA = AB + CD \text{ (в радианах)}$$

$$AB + CD = \frac{\text{дуги}}{2} = \pi \cdot 73 = \text{const (не зависит от } \alpha)$$

$$AC + BD = 2(AK + BL) = 2(\sqrt{73^2 - (5\sqrt{2} \cos \alpha)^2} + \sqrt{73^2 - (5\sqrt{2} \sin \alpha)^2}) - \max$$

$$\sqrt{73^2 - (5\sqrt{2} \cos \alpha)^2} + \sqrt{73^2 - (5\sqrt{2} \sin \alpha)^2} - \max \Rightarrow \sqrt{73^2 - 50 \cos^2 \alpha} + \sqrt{73^2 - 50 \sin^2 \alpha}$$

$$2 \cdot 73^2 - 50 \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + 2 \sqrt{(73^2 - 50 \cos^2 \alpha)(73^2 - 50 \sin^2 \alpha)} - \max$$

$$\sqrt{(73^2 - 50 \cos^2 \alpha)(73^2 - 50 \sin^2 \alpha)} - \max$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6 (продолжение)

$$(73^2 - 50 \cos^2 \alpha)(73^2 - 50 \sin^2 \alpha) - \max$$

$$73^4 - 73^2 \cdot 50 \underbrace{(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)}_{=1} + 2500 \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha - \max$$

$$\cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha - \max$$

$$\sin^2 2\alpha - \max$$

$$|\sin 2\alpha| = 7 \Rightarrow \begin{cases} \sin 2\alpha = 7 \\ \sin 2\alpha = -7 \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi K}{2}, K \in \mathbb{Z} \Rightarrow |\cos \alpha| = \frac{1}{\sqrt{2}}, |\sin \alpha| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$A + B = 2(\sqrt{73^2 - 25} + \sqrt{73^2 - 25}) = 4 \cdot \sqrt{744} = 4 \cdot 72 = 48$$

$$M = 48 + 73\pi$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi K}{2}$$

Ответ: $M = 48 + 73\pi$

Ответ: $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi K}{2}, K \in \mathbb{Z}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

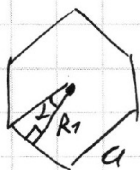
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
7 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 7

Пусть основание - n -угольник



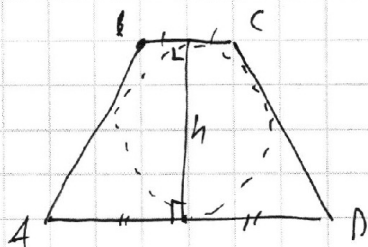
Обозначим расстояние от центра до стороны z_1 R_1 - у вершины R_2 - у основания
 a - сторона вершины
 b - сторона основания
 L - угол как на рисунке

$$a = 2R_1 \tan \frac{\alpha}{2}$$

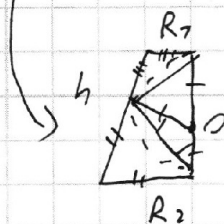
$$b = 2R_2 \tan \frac{\alpha}{2}$$

$$S_1 = \frac{R_1 \cdot a \cdot n}{2} = R_1^2 \tan^2 \frac{\alpha}{2} \cdot n$$

Боковая сторона - трапеция



н-то L -ая рис и пропорция через h :



$$\Rightarrow h = R_1 + R_2$$

$$S_2 = h \cdot \frac{R_1 + R_2}{2} \cdot n = \frac{(R_1 + R_2)^2}{2} \cdot n$$

$$AB + CD = b + a \Rightarrow 2CD = a + b$$

$$2 \sqrt{h^2 + (R_2 - R_1)^2} \tan^2 \frac{\alpha}{2} = 2(R_1 + R_2) \tan^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$(R_1 + R_2)^2 + (R_2 - R_1)^2 \tan^2 \frac{\alpha}{2} = (R_1 + R_2)^2 \tan^2 \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \tan^2 \frac{\alpha}{2} \geq 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N7

$$+fL \Rightarrow L > \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{h} > \frac{\pi}{4} \Rightarrow h < 4 \Rightarrow h=3$$

$$+fL = +f60 = \sqrt{3}$$

$$3(R_2 - R_1)^2 = 2(R_2 + R_1)^2$$

$$\frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{2R_1}{R_2 + R_1} = 7 - \frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1} = 7 - \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{R_1^2 \cdot +fL \cdot h}{\frac{(R_1 + R_2)^2}{2} \cdot h} = \left(\frac{2R_1}{R_1 + R_2} \right)^2 \cdot \frac{+fL}{2} = \left(7 - \sqrt{\frac{2}{3}} \right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} =$$

$$= \left(7 + \frac{2}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{7}{\sqrt{3}} - \sqrt{2} =$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{6}$$

$$\text{Ответ: } \frac{5\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

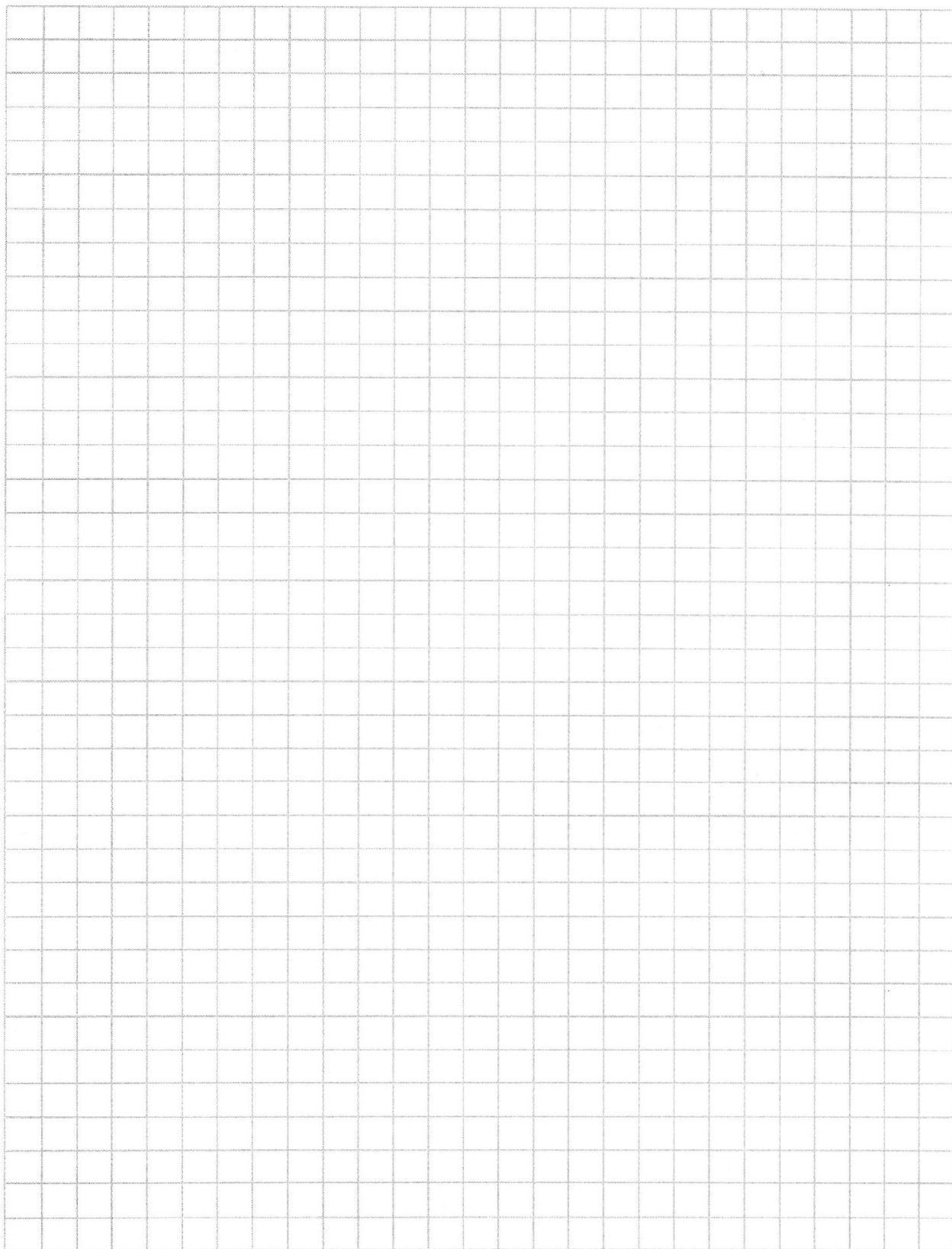
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

d) $x, y \in \mathbb{Z}$

$$6 \frac{C_n^2}{C_n^4} = \frac{C_n^{K-2}}{C_n^K}$$

$$6 \cdot \frac{4! \cdot (n-4)!}{2! \cdot (n-2)!} = \frac{K! \cdot (n-K)!}{(K-2)! \cdot (n-K+2)!}$$

$$6 \cdot \frac{3 \cdot 4}{(n-2)(n-3)} = \frac{K(K-1)}{(n-K+2)(n-K+1)}$$

$$72(n-K+2)(n-K+1) = K(K-1)(n-2)(n-3)$$

$$K > 4$$

$$K < 9 \quad (8 \cdot 7 = 72, \quad \cancel{(n-K+2)(n-K+1)} \quad (n-7)(n-8) < (n-2)(n-3))$$

$$1) K = 5$$

$$72(n-3)(n-4) = 20(n-3)(n-2)$$

$$72(n-4) = 20(n-2)$$

$$13n = 62 \quad n - \text{нечетное} \Rightarrow \ominus$$

$$\begin{array}{r} 53 \\ \times 33 \\ \hline 159 \\ 1590 \\ \hline 7709 \end{array}$$

$$2) K = 6$$

$$72(n-4)(n-5) = 30(n-3)(n-2)$$

$$72(n^2 - 9n + 20) = 5(n^2 - 5n + 6)$$

$$72n^2 - 648n + 1440 = 5n^2 - 25n + 30$$

$$67n^2 - 623n + 1410 = 0$$

$$D = 623^2 - 4 \cdot 67 \cdot 1410$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 27 \\ \hline 196 \\ 560 \\ \hline 7560 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 83 \\ \times 83 \\ \hline 249 \\ 664 \\ \hline 6889 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3

~~$$(4, 5, 6) \rightarrow (1, 2, 3)$$~~

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi$$

~~$$\arcsin \frac{x}{6} < \pi$$~~

$$\frac{x}{6} < 1$$

$$\frac{y}{2} < 1$$

$$x \in [-6; 6]$$

$$y \in [-2; 2]$$

$$(x-y) : 2$$

$$y = -2$$

$$x = -6; -4; -2; 0; 2; 4; 6 \quad 7$$

$$y = -7$$

$$x = -5; -3; -1; 1; 3; 5 \quad 6$$

$$y = 0$$

$$-11-$$

$$7$$

$$7 + 14 = 32$$

$$y = 7$$

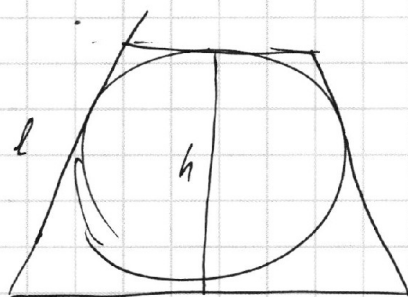
$$-11-$$

$$6$$

$$y = 2$$

$$x = -6; -4; -2; 0; 2; 4 \quad 6$$

~~$$R_1 + R_2 = l$$~~
~~$$\frac{a}{2} + \frac{b}{2} = R$$~~



$$R_1 + R_2 = h$$

$$\frac{a}{2} + \frac{b}{2} = R \sqrt{h^2 + \left(\frac{b-a}{2}\right)^2}$$

$$R_1 + R_2 = h$$

$$\frac{a^2}{4} + b^2 + 2ab = 4h^2 + (b-a)^2$$

$$4ab = 4h^2$$

$$ab = h^2$$

$$a^2 \cdot \frac{R_2}{R_1} = h^2 =$$

$$b = \frac{R_2}{R_1} \cdot a$$

$$\frac{a \cdot R_1 \cdot h}{2} = \frac{R_1}{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot h} = \frac{R_1^2}{(R_1 + R_2)h} = \frac{R_1^2}{h^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
7 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4

$$6 \frac{C_h^2}{C_h^4} = \frac{C_h^{K-2}}{C_h^K}$$

$$6 \frac{4! \cdot (h-4)!}{2! \cdot (h-2)!} = \frac{K! \cdot (h-K)!}{(K-2)! \cdot (h-K+2)!}$$

$$6 \frac{72}{(h-3)(h-2)} = \frac{K \cdot (K-7)}{(h-K+7)(h-K+2)}$$

$$72(h-K+7)(h-K+2) = (h-2)(h-3) \cdot (K^2-K)$$

$$72 \cdot (h^2 + K^2 + 2 - 2Kh - 3K + 3h) = (h^2 - 5h + 1)(K^2 - K)$$

$$\sqrt{4-2K} + \sqrt{4} \cup \sqrt{5+5\sqrt{3}} \cup 4$$

$$p + \sqrt{75} \cup 76$$

$$\frac{p \cdot 9}{(h-2)(h-3)} = \frac{K \cdot (K-7)}{(h-K+7)(h-K+2)}$$

$$K < 9$$

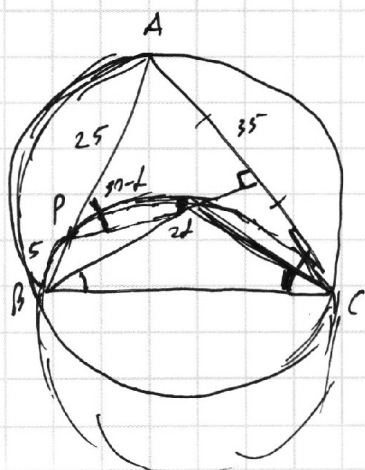
$$K > 4$$

K=5:

$$\frac{72}{(h-2)(h-3)} = \frac{20}{(h-3)(h-4)}$$

$$72(h-4) = 20(h-2)$$

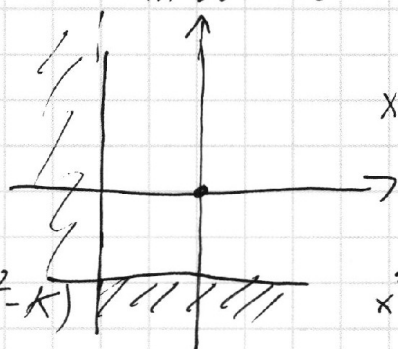
$$52h = -40 + 20p = 248 \quad \ominus$$



$$x \in -5\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$xy + 5\sqrt{2}y \cos \alpha + 5\sqrt{2}x \sin \alpha +$$

$$+ 25 \sin 2\alpha \leq 0$$



$$x^2 - x^4 = x^2(x^2 - 1) \leq 0$$

$$x = 0,7$$

$$x^2 =$$

$$2 \left(\sqrt{R^2 - x^2} + \sqrt{R^2 - y^2} \right)$$

$$25 - 7p = -83$$

$$\sqrt{R^2 - x^2} + \sqrt{R^2 - y^2} = 7$$

K=6:

$$72(h-4)(h-5) = 30(h-2)(h-3)$$

$$72(h^2 - 9h + 20) = 30(h^2 - 5h + 6)$$

$$42h^2 - 83h + 270 = 0$$

$$\frac{25 \cdot 30}{35} = \frac{750}{7}$$

$$\cos \alpha = \frac{35}{50} = 0,7$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - 0,7^2} = \sqrt{0,51}$$

$$\frac{30 \cdot 35}{2} \sqrt{0,51} = \frac{3 \cdot 35 \sqrt{51}}{2} = \frac{705 \sqrt{51}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1777 \cdot K_7$$

N3

$$606$$

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x =$$

$$33$$

$$= (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$1777 = 17 \cdot 107$$

$$K = 8$$

$$8 \cdot 27 = 788 - 27$$

$$3 \cdot 6 \cdot K_7 =$$

$$\frac{9}{72} \cdot \frac{7}{86} = \frac{7}{(n-2)(n-3)} \cdot \frac{7}{(n-7)(n-6)}$$

$$35 - 777 = 82$$

$$K_7 = 2n^2$$

$$9(n^2 - 73n + 42) = 7(n^2 - 5n + 6)$$

$$\begin{cases} 2222 \\ 606 \\ 33 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8888 \\ 606 \\ 33 \end{cases}$$

$$2n^2 - 82n + 378$$

$$n^2 - 47n + 167$$

N2

$$47^2 - 167 \cdot 4 =$$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)} =$$

$$\frac{x+y+5}{xy} = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$1100 + 88 + 7 = 1187$$

$$167 \cdot 4$$

$$xy = (x-2)(y+2) = xy - 2y + 2x - 4$$

$$4y = x - 2$$

$$x^3 - (x-2)^3 - 68x(x-2) = x^3 - (x^3 - 6x^2 + 12x - 8) - 68x^2 + 136x = 8$$

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots$$

$$4^3 - 2^3 - 6 \cdot 8 = 64 - 8 - 48 = 8$$

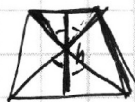


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a = 2R_1 \cdot \tan \alpha$$

$$S_1 = 4 \cdot R_1 \cdot \frac{2\pi}{2\alpha} = 2R_1^2 \tan \alpha \cdot \frac{\pi}{\alpha}$$

$$b = 2R_2 \tan \alpha$$



$$R_1 + R_2 = h$$

$$S_2 = h \cdot \frac{a+b}{2} = (R_1 + R_2) \cdot (R_1 + R_2) \tan \alpha$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{b-a}{2} = (R_2 - R_1) \tan \alpha$$

$$2\sqrt{(R_2 - R_1)(R_1 + R_2) \tan \alpha} = 2(R_1 + R_2) \tan \alpha$$

$$R_2 - R_1 = (R_1 + R_2) \tan \alpha$$

$$\frac{(R_1 + R_2)}{\cos \alpha} = (R_1 + R_2) \cdot \tan \alpha$$

$$\tan \alpha \cdot \cos \alpha = 1$$

$$\sin \alpha = 1$$

$$\alpha = 90^\circ$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 4

$$6. \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{C_{n-2}^{K-2}}{C_n^K}$$

$$6. \frac{4! \cdot (n-4)!}{2! \cdot (n-2)!} = \frac{K! \cdot (n-K)!}{(n-K+2)! \cdot (K-2)!}$$

$$\frac{72}{(n-2)(n-3)} = \frac{K(K-7)}{(n-K+2)(n-K+7)}$$

$$K > 4$$

$$K < 9 \quad (9 \cdot 8 = 72, \quad (n-7)(n-8) < (n-2)(n-3))$$

$$6. \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{C_{n-2}^{K-2}}{C_n^K}$$

$$6. \frac{(n-4)! \cdot 4!}{(n-4)! \cdot 2!} = \frac{K! \cdot (n-K)!}{(K-2)! \cdot (n-K)!}$$

$$6. 3 \cdot 4 = K \cdot (K-7)$$

$$72 = K(K-7)$$

$$K = 9$$