



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1 $\overline{aaaa} \cdot \overline{bcd} \cdot \overline{ef}$ - квадрат

a, b, c, d, e, f - цифры. $a, b, c \neq 0$. $\overline{bcd} \cdot \overline{ef} = 7$ и $\overline{ef} = 1$

$$\overline{aaaa} = a \cdot 11 \cdot 101$$

Заметим, что 101 - простое \Rightarrow чтобы результат был

квадратом, $\overline{bcd} \cdot \overline{ef} \div 101$ и \overline{ef} - должны быть

квадратами, $\overline{bcd} \div 101 \Rightarrow \overline{bcd} = \overline{x0x} \Rightarrow \overline{bcd} = 707$.

$\overline{bcd} \cdot \overline{ef} \div 11$, $707 \cdot 11 \Rightarrow \overline{ef} \div 11 \Rightarrow \overline{ef} = \overline{yy} \Rightarrow$

$\Rightarrow \overline{ef} = 11$.

$a \cdot 11^2 \cdot 101^2 \cdot 7$ - квадрат $\Rightarrow a = 7$.

Ответ: $(7777; 707; 11)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)} \quad \left\{ \cdot xy(x-4)(y+4) \right.$$
$$y(x-4)(y+4) + x(x-4)(y+4) + 3(x-4)(y+4) =$$
$$= xy(y+4) + xy(x-4) + 3xy$$
$$xy^2 - 4y^2 + 4xy - 16y + x^2y + 4x^2 - 16x - 4xy +$$
$$+ 3xy + 12x - 12y - 48 = xy^2 + 4xy + x^2y - 4xy + 3xy$$
$$x^2 - y^2 - x - 7y - 12 = 0$$
$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = (y + 3,5)^2$$

$$\begin{cases} x = y + 4 \\ x = -y - 3 \end{cases}$$

$x = -y - 3$ - случай невозможен, т.к. x, y - положительные.

$$x = y + 4$$

$$M = (y+4)^3 - y^3 - 12(y+4)y^2 =$$
$$= y^3 + 12y^2 + 48y + 64 - y^3 - 12y^2 - 48y = 64$$

Ответ: 64



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \quad x = t, \quad y = \frac{t-1+2k}{3}.$$

Заметим, что x и y разной четности \Rightarrow этот случай - подслучаи первого, т.е. новых решений не добавляет.

Ответ: $x \in \mathbb{Z} \cap \overline{-7; 7}$, $y \in \overline{-4; 4}$, x и y разной четности и исключается пара $(7; 4)$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\alpha] \alpha = \pi x, \beta = \pi y$$

$$\sin^2 \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta = \cos^2 \beta + \cos \alpha \cdot \cos \beta$$

$$- \cos 2\beta = \cos(\alpha - \beta)$$

$$\cos(2\beta + \pi) = \cos(\alpha - \beta)$$

$$\begin{cases} 2\beta + \pi = \alpha - \beta + 2\pi k, \\ 2\beta + \pi = \beta - \alpha + 2\pi k, \end{cases} k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 3\beta = \alpha + 2\pi k - \pi, \\ 3\beta = \beta - \alpha + 2\pi k, \end{cases} k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 3\beta = \alpha + 2\pi k - \pi, \\ \beta = -\alpha + 2\pi k - \pi, \end{cases} k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 3y = x - 1 + 2k, \\ y = -x - 1 + 2k, \end{cases} k \in \mathbb{Z}$$

$$3y = x - 1 + 2k,$$

$$y = -x - 1 + 2k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ:

т.е. нам подходит только пара $(t; \frac{t-1+2k}{3})$ и

$(t; -t-1+2k), k \in \mathbb{Z}, t \in \mathbb{R}$

$$\delta) \arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \arccos \frac{x}{7} + \arccos \frac{y}{4} > 0,$$

$$\text{т.к. } \arccos a + \arcsin a = \frac{\pi}{2}.$$

$\arccos a \geq 0 \quad \forall a \in \mathbb{R} \Rightarrow$ условие на x и y :

$$\begin{cases} \arccos \frac{x}{7} \neq 0 \\ \arccos \frac{y}{4} \neq 0 \end{cases} \begin{cases} x \neq 7 \\ y \neq 4 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Также $\begin{cases} -7 \leq x \leq 7 \\ -4 \leq y \leq 4 \end{cases}$ Т.е. ОДЗ: $\begin{cases} -7 \leq x \leq 7 \\ -4 \leq y \leq 4 \\ \begin{cases} x \neq 7 \\ y \neq 4 \end{cases} \end{cases}$

1 случай: $x = t, y = \frac{t-1+2k}{3} \quad k \in \mathbb{Z}$
 $t, \frac{t-1+2k}{3} \in \mathbb{Z} \quad 3y + 1 - 2k = t$

1) ~~$t = -7, y = \frac{-8+2k}{3} \Rightarrow k = -2; 1; 4; 7; 10$~~
 ~~$y = -4, -2, 0, 2, 4$~~

~~Решение~~

Если y - чет, то x может принимать все четные значения,
 если y - нечетный, то x примет все нечетные значения

Ответ: ~~$(-7, -4); (-5, -4); (-3, -4); (-1, -4); (1, -4); (3, -4);$
 $(5, -4); (7, -4); (-7, -2); (-5, -2); (-3, -2); (-1, -2);$
 $(1, -2); (3, -2); (5, -2); (7, -2); (-7, 0); (-5, 0); (-3, 0);$
 $(-1, 0); (1, 0); (3, 0); (5, 0); (7, 0); (-7, 2); (-5, 2);$
 $(-3, 2); (-1, 2); (1, 2); (3, 2); (5, 2); (7, 2); (-7, 4);$
 $(-5, 4); (-3, 4); (-1, 4); (1, 4); (3, 4); (5, 4);$~~

Заметим, что когда $x = t, y = -t - 1 + 2k$, то нам нам
 (в силу произвольного выбора k) подходит все пары x и y из ОДЗ,
 где x и y разной четности.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего x - угешков, $y + y$ - билетов выдано в конце месяца.

Первая вероятность равна $\frac{C_{x-2}^2}{C_x^4}$, т.к. всего четверок угешков C_x^4 , а четверок с Петей и Васей столько же сколько двоек, если их удалить у класса т.е. C_{x-2}^2

Вторая вероятность аналогично равна $\frac{C_{y+2}^2}{C_x^{y+4}}$

$$11 \frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} = \frac{C_{y+2}^2}{C_x^{y+4}}$$

$$11 C_{x-2}^2 \cdot C_x^{y+4} = C_x^4 \cdot C_{y+2}^2$$

$$11 \frac{(x-2)(x-3)}{2} \cdot \frac{x!}{(y+4)!(x-y-4)!} = \frac{x!}{4!(x-4)!} \cdot \frac{(y+2)!}{(y+2)!(x-y-4)!}$$

$$\frac{11}{2(y+3)(y+4)} = \frac{1}{24} \Rightarrow 11 \cdot 12 = (y+3)(y+4) \Rightarrow$$

$y = 8$ или -15 (т.к. уравн. квадратное, то корней больше нет)

$$y > 0 \Rightarrow y = 8.$$

Ответ: 12

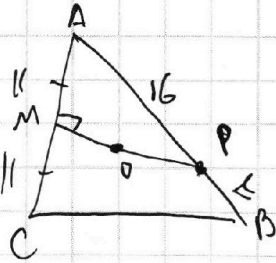


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Докажем, что PO - сер. пер. к AC .

Для этого достаточно показать что $PA = PB$, т.е.

~~Реш~~ Отметим P' на AB : $PO \perp AC$,

Докажем, что $P = P'$, т.е. $CO P'B$ - вписанный,

$$\angle OP'A = 90^\circ - \alpha \quad (\text{где } \alpha - \text{угол } \angle CAB)$$

$$\angle OCB = \frac{180^\circ - \angle COB}{2}, \quad \text{т.к. } CO = OB, \quad \text{но } \angle COB = 2\alpha$$

(как центральный) $\Rightarrow \angle OCB = 90^\circ - \alpha = \angle OP'A \Rightarrow CO P'B$ -

вписанный, т.е.г. Но т.к. O лежит на сер. пер. к AC ,

то PO - сер. пер. к AC . M - середина AC $\sin \alpha =$

$$= \frac{MP}{AP} = \frac{16}{\sqrt{256 - 121}} = \frac{MP}{AP} = \frac{\sqrt{16^2 - 11^2}}{16} \quad \rightarrow \text{(т. Пифагора для } \triangle AMP)$$

$$= \frac{\sqrt{135}}{16}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 22 \cdot 24 \cdot \sin \alpha = 11 \cdot \frac{24 \sqrt{135}}{16} = \frac{99 \sqrt{15}}{2}$$

Ответ: $\frac{99 \sqrt{15}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

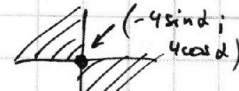
1 2 3 4 5 6 7

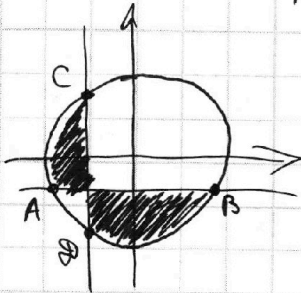
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 + y^2 \leq 36$ - круг с центром в $(0; 0)$ и рад. = 6.

$(x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) = 0$ - две перп. прямые,

парал. осям координат. и 2 и 4 четверти 



Получаем фигуру, состоящую из двух четвертей плоскости, ограниченных дугой окружности. Заметим, что сумма дуг не зависит от α , т.к. угол между прямыми $= 90^\circ$, то сумма дуг это половина длины окружности, т.е. 6π .

A, B, C, D - точки на окруж., AB и CD - наши прямые

Заметим, что $CD = 2\sqrt{36 - 16 \sin^2 \alpha}$, т.к. расстояние от O

до CD = $|4 \sin \alpha|$ Аналогично $AB = 2\sqrt{36 - 16 \cos^2 \alpha}$

Нужно найти максимум $f(\alpha) = 2\sqrt{36 - 16 \cos^2 \alpha} + 2\sqrt{36 - 16 \sin^2 \alpha} + 6\pi$

(1) $\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ (нер-во о ср. арифм. и ср. квадр.)

$f(\alpha) \leq 4 \cdot \sqrt{\frac{72 - 16 \sin^2 \alpha - 16 \cos^2 \alpha}{2}} + 6\pi = 4 \cdot \sqrt{28} + 6\pi$
 (максимум достигается при $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k$, $k \in \mathbb{Z}$)

Ответ: $4\sqrt{28} + 6\pi$, $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k$, $k \in \mathbb{Z}$

* неравенство (1) обращается в равенство $\Leftrightarrow a = b$, максимум достигается при равенстве $\Rightarrow \sqrt{36 - 16 \cos^2 \alpha} = \sqrt{36 - 16 \sin^2 \alpha} \Rightarrow$ т.к. $0 \leq 16 \sin^2 \alpha \leq 16$, $0 \leq 16 \cos^2 \alpha \leq 16$, то $\cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k$.



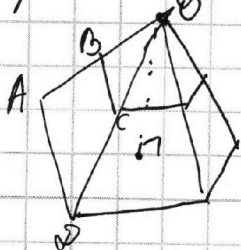
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

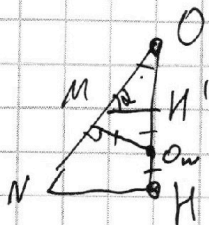
Из симметрии, центры окружностей лежат на высоте перпендикулярно (высотамовленной).



Рассмотрим боковую грань ABCD (AB, CD - боковые ребра). Она явл. трапецией (равнобедренной).

Пусть M и N - середины BC и AD.

Проведем сечение через MN и высоту (оно есть, т.к. они пересекаются в вершине O). Заметим, что точка касания ω с верхней, нижней и гранью ABCD лежат в этом сечении (из симметрии)



ω равноуд от MN, MI' , $NI \Rightarrow$
 $\Rightarrow MI' + NI = MN$ (отразим от OH и проведем отрезки)

$$OI' \cdot \operatorname{tg} \alpha = OH \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{OH}{\sin \alpha} - \frac{OI'}{\sin \alpha}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

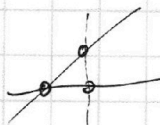
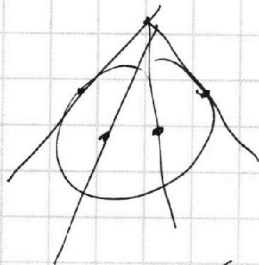
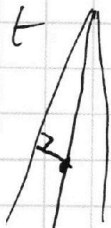
- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

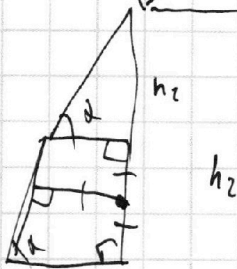
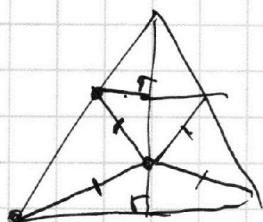
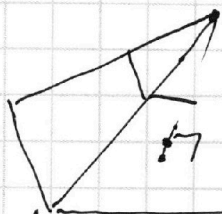
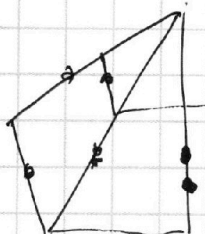
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$3y = t - 1 + 2k$$

$$3y + 1 - 2k = t$$



$$\frac{\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{sin} \alpha}}{\frac{\operatorname{sin}^2 \alpha + \operatorname{cos} \alpha}{\operatorname{sin} \operatorname{cos} \alpha}}$$



$$h_1 \operatorname{tg} \alpha + h_2 \operatorname{tg} \alpha = \frac{h_2}{\operatorname{sin} \alpha} - \frac{h_1}{\operatorname{sin} \alpha}$$

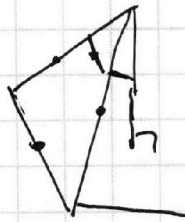
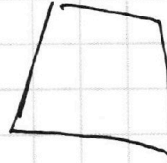
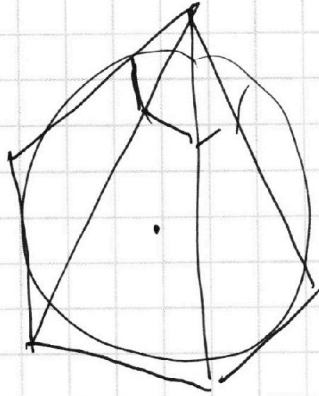


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

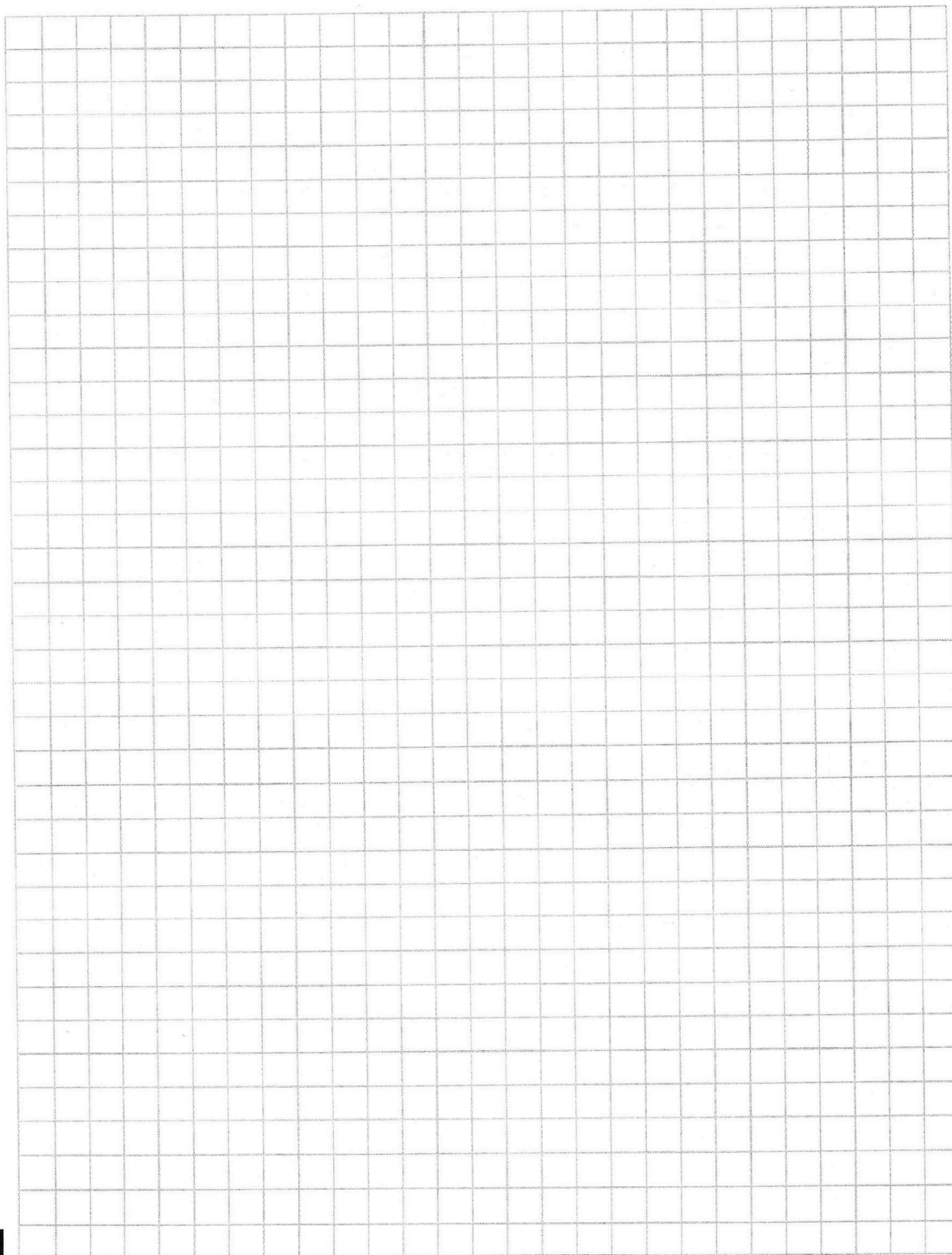
5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





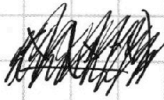
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x - yz \quad y \rightarrow y + 4 \quad ПВ = -$$



$$\frac{x(x-1)}{2}$$

$$\frac{(x-2)(x-3)}{2}$$

C_4^x

$$|| \frac{(x-2)(x-3)}{2} = x -$$

C_4^x

$$|| \frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} = \frac{C_{y+2}^{y+2}}{C_x^{y+4}}$$



$$|| \cdot C_x^{y+4} \cdot C_{x-2}^2 = C_x^4 \cdot C_{x-2}^{y+2}$$

$$|| \cdot C_x^{y+4} \cdot \frac{(x-2)(x-3)}{2} = \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{24} \cdot C_{x-2}^{y+2}$$

$$|| \cdot 12 \cdot C_x^{y+4} = x(x-1) \cdot C_{x-2}^{y+2}$$

$$|| \cdot 12 \cdot \frac{12!}{(y+4)!(x-y-4)!} = x(x-1) \cdot \frac{(x-2)!}{(y+2)!(x-y-4)!}$$

$$|| \cdot 12 = (y+3)(y+2) \quad y = 8$$

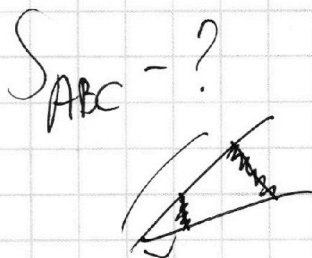
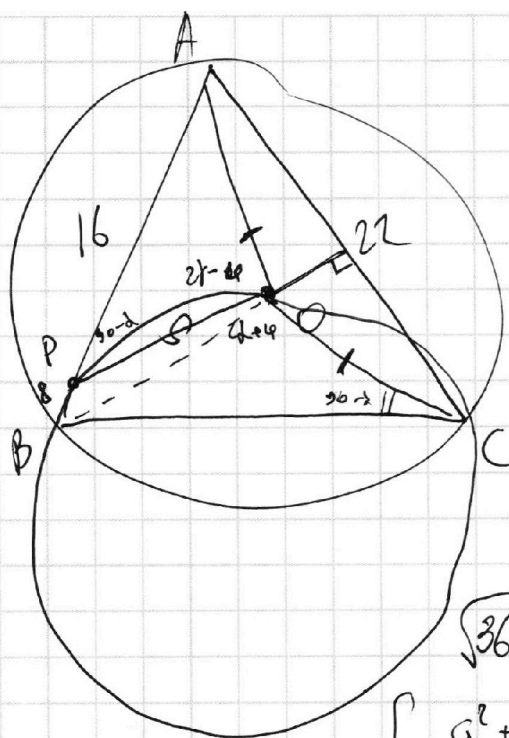


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(x+a)(y-a) >$$

$$x+a \geq 0$$

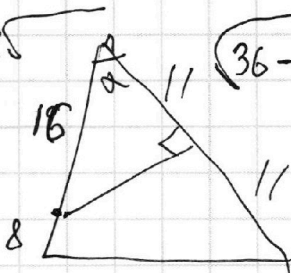
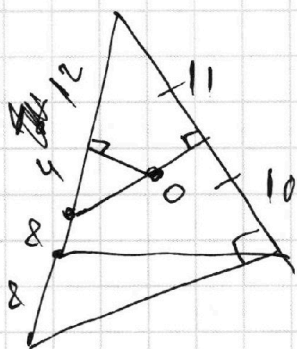
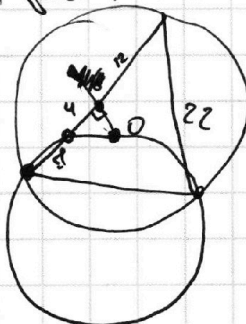
$$\sqrt{36-16\sin^2\alpha} + \sqrt{36-16\cos^2\alpha}$$

$$a^2 + b^2 = 56$$

$$a + b$$

$$\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$

$$a+b \leq 2\sqrt{14}$$

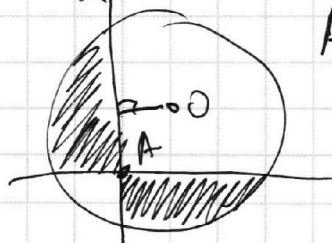
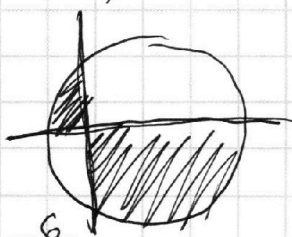


$$\sqrt{36 - |4\sin\alpha|^2}$$

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{256-121}}{16}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{135}}{16} \cdot 22 \cdot 24 = \frac{33\sqrt{35}}{2} = \frac{99}{2}\sqrt{15}$$

$$A(-4\sin\alpha; 4\cos\alpha)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N1 \quad \overline{aaaa} \cdot \overline{xy7} \cdot \overline{21}$$

707 12

" "

$$a \cdot \overline{1111} = a \cdot 11 \cdot 101$$

$$a = 7$$

1 ✓
2 ✓
3 ✓
4 ✓
5 ✓
6 ✓

N2

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$M = x^3 - y^3 - 12xy$$

$$\frac{xy(x-4)(y+4)}{xy(x-4)(y+4)}$$

$$y(x-4)(y+4) + x(x-4)(y+4) + 3(x-4)(y+4)$$

$$= xy(y+4) + xy(x-4) + 3xy$$

$$\cancel{xy^2} - 4y^2 + \cancel{4xy} - 16y + \cancel{x^2y} + 4x^2 - \cancel{4xy} - 16x +$$

$$+ \cancel{3xy} + 12x - 12y - 48 = \cancel{xy^2} + \cancel{4xy} + \cancel{x^2y} - 4xy + 3xy$$

$$-y^2 + \cancel{x^2} - 4y - 4x + \cancel{12x} - 3y - 16 = 0$$

$$\boxed{x^2 - x - y^2 - 7y - 16 = 0}$$

$$x^2 - y^2 - x - 7y - 16 = 0$$

$$x^3 - x^2 - xy^2 - 7xy - 16x + x^2y$$

$$(x+y) \quad 3,5^2 = 12,25$$

$$x^2 - x + \frac{1}{4} = y^2 - 7y - 12,25$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = (y + 3,5)^2$$

$$x = y + 4 \quad \leftarrow$$

$$x = -y + 3 \quad \leftarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(y+4)^3 - y^3 - 12y(y+4) = \cancel{y^3} + \cancel{12y^2} + \cancel{48y} + 64 - y^3 - \cancel{12y^2} - \cancel{48y} = 64$$

Ответ: 64.

$$\arccos \cos > \arccos \sin = \pi/2$$

$$(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = \cos(\pi y) + \cos(\pi x) \cos \pi y$$

$$(\sin \beta - \sin \alpha) \sin \beta = (\cos \beta + \cos \alpha) \cos \beta$$

$$\sin^2 \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta = \cos^2 \beta + \cos \alpha \cdot \cos \beta$$

$$\cos^2 \beta - \sin^2 \beta = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\beta = \cos(\alpha - \beta)$$

$$\begin{cases} 2\beta = \alpha - \beta + 2\pi k \\ 2\beta = \beta - \alpha + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\beta = \alpha + 2\pi k \\ \beta = -\alpha + 2\pi k \end{cases}$$

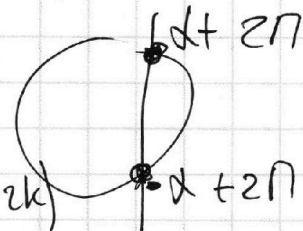
$$3\beta = \alpha + 2\pi k$$

$$\beta = -\alpha + 2\pi k$$

$$\begin{cases} (t; 3t+2k) \\ (t; -t+2k) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y = x + 2k \\ y = -x + 2k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y = x + 2k \\ y = -x + 2k \end{cases}$$



$$\arccos \cos \frac{x}{7} + \arccos \cos \frac{y}{4} > 0$$

$$\arccos \cos \frac{x}{7} > -\arccos \cos \frac{y}{4}$$

$$\frac{t}{7} = 1$$

$$\frac{3t+2k}{4} = 1$$

$$t = 7$$

$$21 + 2k = 4$$

$$t = 7$$

$$-7 + 2k = 4$$

