МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3

1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
   - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
   - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
   - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
   - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = $ $= (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.

   б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
   $$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1, описанной около остроугольного треугольника ABC. Окружность ω_2, описанная около треугольника BOC, пересекает отрезок AB в точке P. Найдите площадь треугольника ABC, если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств
   $$\begin{cases} \left(x + 5\sqrt{2}\cos\alpha\right)\left(y + 5\sqrt{2}\sin\alpha\right) \leqslant 0, \\ x^2 + y^2 \leqslant 169. \end{cases}$$
   Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α, при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№1

Рассмотрим число A: $A = x \cdot 1111 = x \cdot 11 \cdot 101$, где $x \in [1; 9]$. $A \cdot B \cdot C$ – квадрат, $A \vdots 101$ и $A \vdots 11$, но $A \not\vdots 101^2$ и $A \not\vdots 11^2 \Rightarrow B \cdot C \vdots 101$ и $B \cdot C \vdots 11$.

Заметим, что $C \not\vdots 101$, так как $101 > 100 > C$ и $C \geq 10 > 0$ (двузначные числа не могут делиться на трехзначные) $\Rightarrow B \vdots 101$. Любое трехзначное число, делящееся на 101 имеет вид $\overline{y0y}$, где $y \in [1; 9]$, но B содержит цифру 6 $\Rightarrow y = 6$. $B = 606 \Rightarrow B \not\vdots 11 \Rightarrow C \vdots 11$, любое двузначное число, делящееся на 11, представимо как $\overline{zz}$, где $z \in [1; 9]$, но C содержит цифру 3 $\Rightarrow C = 33$ $(z = 3)$.

$A \cdot B \cdot C = (x \cdot 1111) \cdot 606 \cdot 33 = x \cdot 101^2 \cdot 11^2 \cdot 3^2 \cdot 2$

ABC – квадрат $\Rightarrow x$ представим как $p^2 \cdot 2$, где p – натуральное и $x \in [1; 9]$. $p = 1 \Rightarrow x = 1^2 \cdot 2 = 2$ подходит; $p = 2 \Rightarrow x = 2^2 \cdot 2 = 8$ подходит; $p = 3 \Rightarrow x = 3^2 \cdot 2 = 18 > 9$ не подходит; при $p > 3$ $x = p^2 \cdot 2 > 3^2 \cdot 2 > 9$

$\Downarrow$

либо $A = 2222$, либо $A = 8888$

Ответ: $(2222; 606; 33)$, $(8888; 606; 33)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$$

$$xy \cdot K = \frac{xy}{x} + \frac{xy}{y} + \frac{5xy}{xy}$$

$$xy \cdot K = y + x + 5$$

$$K = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$(x-2)(y+2)K = \frac{(x-2)(y+2)}{x-2} + \frac{(x-2)(y+2)}{(y+2)} + \frac{5(x-2)(y+2)}{(x-2)(y+2)}$$

$$(x-2)(y+2)K = (y+2) + (x-2) + 5 = y + x + 5$$

$$xy \cdot K = x + 5 + y = (x-2)(y+2)K$$

$xyK = (x-2)(y+2)K$ ($x>0;\ y>0 \Rightarrow K>0$, сумма положительных чисел)

$$xy = xy - 2y + 2x - 4$$

$$y - x = -2 \Rightarrow x - y = 2$$

$$M = x^3 - y^3 - 6xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 6xy =$$

$$= 2x^2 + 2xy + 2y^2 - 6xy = 2(x^2 - 2xy + y^2) = 2(x-y)^2 =$$

$$= 2 \cdot 2^2 = 8$$

Ответ: 8

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№3

а) $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$

$(\sin \pi x)^2 + \sin \pi y \sin \pi x = (\cos \pi x)^2 \cancel{+} - \cos \pi y \cos \pi x$

$\sin \pi x \sin \pi y + \cos \pi x \cdot \cos \pi y = (\cos \pi x)^2 - (\sin \pi x)^2$

$\cos(\pi x - \pi y) = \cos(2\pi x)$

$$\left[\begin{array}{l} \pi x - \pi y = 2\pi x - 2\pi k_1 \\ \pi x - \pi y = -2\pi x + 2\pi k_2 \end{array}\right. \quad k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$$

$$\left[\begin{array}{l} x + y = 2k_1 \\ 3x - y = 2k_2 \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} y = 2k_1 - x \\ y = 3x - 2k_2 \end{array}\right.$$

б) $\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi$

$\Updownarrow$

$$\begin{cases} -6 \le x \le 6 \\ -2 \le y \le 2 \\ \left[\begin{array}{l} x \ne 6 \\ \cancel{x} y \ne 2 \end{array}\right. \end{cases}$$

переберем все y

Ответ: $(x; 2k_1 - x); (x; 3x - 2k_2); k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№4

Пусть людей в классе n, билетов a. Тогда количество способов раздать a билетов $= C_n^a$. Если 2 билета дать Пете и Васе, то количество способов раздать билеты остальным $= C_{n-2}^{a-2}$ (2 билета отдали, 2 человека уже с билетом)

Тогда вероятность для Пети и Васи пойти вместе:

$$\frac{C_{n-2}^{a-2} \leftarrow \text{подходящие варианты (исходы)}}{C_n^a \leftarrow \text{все варианты (исходы)}}$$

$$\frac{C_{n-2}^{a-2}}{C_n^a} = \frac{\frac{(n-2)!}{(n-a)!(a-2)!}}{\frac{n!}{(n-a)!\,a!}} = \frac{(n-2)!\cdot a!}{n!\,(a-2)!} = \frac{a(a-1)}{n(n-1)}$$

Изначально билетов 4, в конце x. Запишем условие роста вероятности в 6 раз:

$$\frac{4(4-1)}{n(n-1)}\cdot 6 = \frac{x(x-1)}{n(n-1)}$$ (людей в классе $\geq 2 \Rightarrow$ $\Rightarrow$ нет деления на 0)

$6\cdot 4\cdot 3 = x(x-1)$

$x^2 - x - 72 = 0$

$(x-9)(x+8)=0$

$$\left[\begin{array}{l} x=9 \\ x=-8, \text{ количество билетов не может быть} < 0 \end{array}\right.$$

Ответ: 9 билетов

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

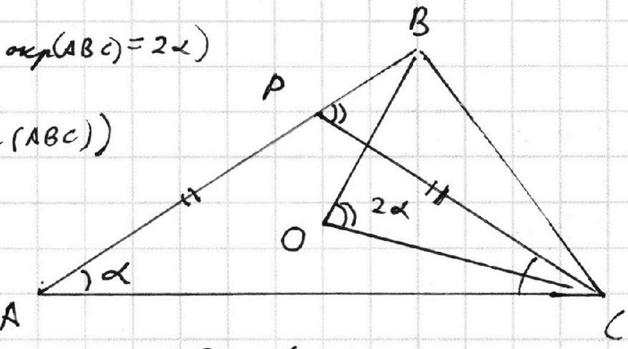
СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№5

Пусть $\angle BAC = \alpha$ ($\smile BC$ в окр$(ABC) = 2\alpha$)

Тогда $\angle BOC = 2\alpha$ ($\smile BC$ в окр(ABC))



$\triangle ABC$ — остроугольный

$\Downarrow$

O лежит внутри треугольника

$AP = 25$; $PB = 5$; $AC = 35$

BPOC — вписанный и O внутри треугольника $\Rightarrow \angle BPC = \angle BOC$ (опираются на $\smile BC$ в окр.(BOC))

$\Downarrow$

$\angle BPC = 2\alpha \Rightarrow \angle APC = 180 - 2\alpha$ (смежные)

по сумме углов $\triangle APC$: $\alpha + (180 - 2\alpha) + \angle PCA = 180 \Rightarrow \angle PCA = \alpha$

$\angle PAC = \angle PCA = \alpha \Rightarrow \triangle APC$ равнобедренный $\Rightarrow AP = PC = 25$

по теореме косинусов:

$$|AP|^2 + |AC|^2 - 2\cos\alpha\,|AP||AC| = |PC|^2$$

$$25^2 + 35^2 - 2\cos\alpha \cdot 25 \cdot 35 = 25^2$$

$$\cos\alpha \cdot 50 \cdot 35 = 35^2 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{35}{50} = \frac{7}{10}$$

$$\sin\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{7}{10}\right)^2} = \frac{\sqrt{51}}{10} \qquad \alpha < 90 \Rightarrow \sin\alpha \geq 0$$

по формуле площади: $S_{ABC} = \frac{1}{2}|AB||AC|\sin\alpha$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot (25+5)(35) \cdot \frac{\sqrt{51}}{10} = \frac{105\sqrt{51}}{2}$$

Ответ: $\frac{105\sqrt{51}}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№6

$$\begin{cases} (x+5\sqrt{2}\cos\alpha)(y+5\sqrt{2}\sin\alpha)\le 0 \\ x^2+y^2\le 169 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\ge -5\sqrt{2}\cos\alpha \\ y\le -5\sqrt{2}\sin\alpha \end{cases} \\ \begin{cases} x\le -5\sqrt{2}\cos\alpha \\ y\ge -5\sqrt{2}\sin\alpha \end{cases} \end{array}\right. \\ x^2+y^2\le 13^2 \end{cases}$$

2 из 4 четвертей плоскости, образованных прямыми $x=-5\sqrt{2}\cos\alpha$; $y=-5\sqrt{2}\sin\alpha$

$x^2+y^2\le 13^2$ > окружность с центром в $(0;0)$ и $r=13$ и ее внутренность

Заметим, что точка пересечения прямых $x=-5\sqrt{2}\cos\alpha$ и $y=-5\sqrt{2}\sin\alpha$ — это $(-5\sqrt{2}\cos\alpha; -5\sqrt{2}\sin\alpha)$, удалена от $(0;0)$ на $L=\sqrt{(5\sqrt{2}\cos\alpha)^2+(5\sqrt{2}\sin\alpha)^2}=\sqrt{50(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)}=$
$=\sqrt{50}$; $\sqrt{50}<13$ $(50<169)$ => точка пересечения всегда внутри окружности.

К тому же эти прямые перпендикулярны => полусумма дуг, входящих в нашу фигуру $=90$ => часть периметра фигуры, ограниченная окружностью всегда $=180^\circ=$
$=\frac{1}{2}\cdot 2\pi R=\pi\cdot 13$

Чтобы максимизировать периметр нужно максимизировать сумму длин отрезков, высекаемых от 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

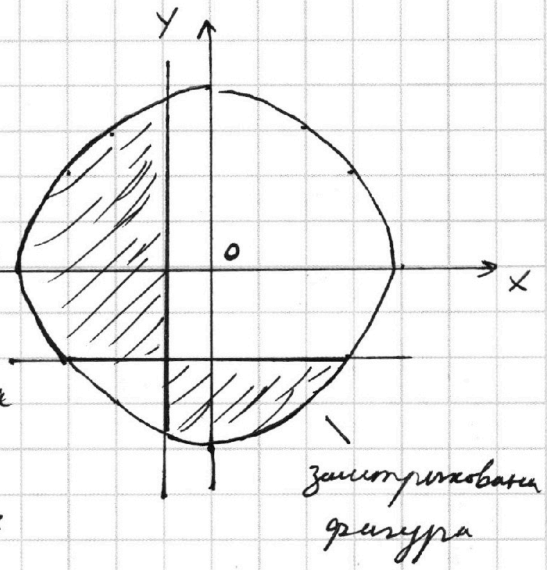
2 прямых окружностью

мы можем найти их сумму

по теореме Пифагора:

$$2\sqrt{13^2-(5\sqrt2\cos\alpha)^2}+2\sqrt{13^2-(5\sqrt2\sin\alpha)^2}$$

радиус — расстояние от центра (0;0) до прямой



$$2\sqrt{169-50\cos^2\alpha}+2\sqrt{169-50\sin^2\alpha}-\max$$

$$2\sqrt{169-50\cos^2\alpha}+2\sqrt{119+50\cos^2\alpha}-\max$$

$$t=50\cos^2\alpha-25$$

$$2\sqrt{144-t}+2\sqrt{144+t}=f(t)-\max$$

$$f'(t)=-\frac{2}{2\sqrt{144-t}}+\frac{2}{2\sqrt{144+t}}=0 \text{ (лемма Ферма)}$$

$$\frac{\sqrt{144+t}-\sqrt{144-t}}{\cancel{2}\sqrt{144+t}\sqrt{144-t}}=0 \Rightarrow \sqrt{144-t}=\sqrt{144+t}$$

в силу монотонности корня

$$2t=0 \Longleftarrow 144-t=144+t$$

$$t=0 \Rightarrow 50\cos^2\alpha-25=0 \quad \cos^2\alpha=\frac12$$

$$\cos\alpha=\pm\frac{\sqrt2}{2} \Rightarrow \alpha=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}\cdot k;\ k\in\mathbb{Z}$$

$$f(t)\cancel{\varphi(\alpha)}=2\sqrt{144-0}+2\sqrt{144+0}=2\cdot12+2\cdot12=48$$

$$\varphi(\alpha)=f(t)+13\pi=48+13\pi$$

Ответ: $\varphi(\alpha)=48+13\pi$; $\alpha=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}\cdot k;\ k\in\mathbb{Z}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$1111 - 11 \cdot 101$

$A \cdot B \cdot C \vdots 101$

$\times \begin{array}{r} 1111 \\ 1111 \end{array}$

$x(x + 5\sqrt{2}\sin\alpha)$

$y = x + 5\sqrt{2}\cos\alpha$

$y = -x + 5\sqrt{2}\sin\alpha$

$2x = 5\sqrt{2}(\sin\alpha - \cos\alpha)$

$\vdots 101$

$\vdots 11$

$\times \begin{array}{r} 101 \\ 11 \end{array}$ $\;101$, 101, 1111

$xy + 2x - 2y + 4$

3883

2222

$C = 33$

606

$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{1}{(x-2)(y+2)}$

$(\sin\pi x + \sin\pi y)\sin\pi x =$

$\frac{2}{x(x-2)} + \frac{2}{y(y+2)} + \frac{4x - 4y + 4}{(x-2)(y+2)xy} = 0$

$= (\cos\pi x - \cos\pi y)\cos\pi x$

$\frac{2y^2 + 2y + 2x^2 - 2x + 2x - 2y + 4}{xy(x-2)(y+2)} = 0$

$\sin\pi y \sin\pi x + \cos\pi y \cos\pi x =$

$x^2 \cancel{+ y^2 + 2} = 0$

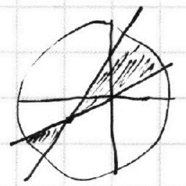
$2\quad y^2 + 2y + 1$

$= \cos^2\pi x - \sin^2\pi x$

$x = y + 5\sqrt{2}\sin\alpha$

$y \cdot$

$\cos 2\pi x$



$\cos(\pi x - \pi y) = \cos(2\pi k)$

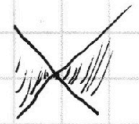
$\left[\begin{array}{l} \pi x - \pi y = 2\pi x + 2\pi k \\ \pi x - \pi y = -2\pi x + 2\pi k \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x + y = 2\pi k \\ 3x - y = 2\pi k \end{array}\right.$

$\pi \quad \pi$

0000

a



$\frac{k}{n!}$ $\frac{(n-k)!}{n! \cdot k!}$

$\frac{C_n^2}{C_n^4}$

$\frac{C_n^{a-2}}{C_2^a}$

$\frac{2}{a} + \frac{2}{(a-2)}$

$\frac{n!}{(n-k)! \, k!}$

$\frac{\frac{n!}{(n-a+2)!(a-2)!}}{\frac{n!}{(n-a)! \cdot a!}} = \frac{(n-a)! \cdot a!}{(n-a+2)!(a-2)!} = \frac{a(a-1)}{(n-a+2)(n-a+1)}$

$24 \cdot 3 = 72$

$\frac{a(a-1)}{(n-a+2)(n-a+1)} = 6 \cdot \frac{4 \cdot 3}{(n-2)(n-1)}$

$a(a-1)(n-2)(n-1) = 72(n-a+2)(n-a+1)$

$(a^2 - a)(n^2 - 3n + 2) = 72(n^2 - an + n - an + a^2 - a + 2n - 2a + 2)$

$a^2n^2 - 3a^2n + 2a^2 - an^2 + 3an - 2a = 72a^2 + 72n^2 - 144an + 216n - 216a + 144$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{C_{n-2}^{a-2}}{C_n^a} \quad \frac{\frac{(n-2)!}{(n-a)!\,(a-2)!}}{\frac{n!}{(n-a)!\cdot a!}} = \frac{(n-2)!\, a!}{n!\,(a-2)!} = \frac{a(a-1)}{n(n-1)}$$

$$6\cdot\frac{4\cdot 3}{n(n-1)} = \frac{a(a-1)}{n(n-1)}$$

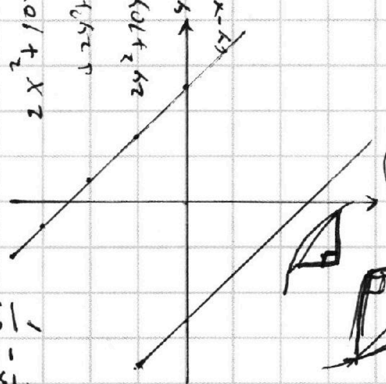
$$a^2 - a - 72 = 0$$

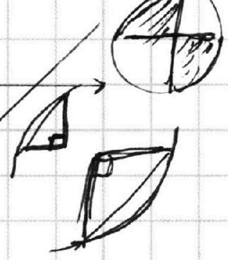
$$(a-9)(a+8) = 0$$

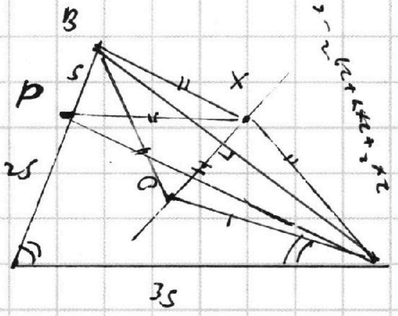
$$x = -5\sqrt{2}\cos 2$$

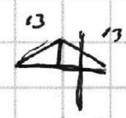
$$y = -5\sqrt{2}\sin\alpha$$

$$2\sqrt{13^2 - 50\cos^2\alpha}$$









$$\cos\alpha \quad 25^2 + 35^2 - 2\cdot 25\cdot 35\cdot\cos\alpha = 25$$

$$35^2 = 2\cdot 25\cdot 35\cdot\cos\alpha$$

$$\sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{49}{100}} = \sqrt{\frac{51}{100}} \qquad \cos\alpha = \frac{35}{50} = \frac{7}{10}$$

$$4\sqrt{25} \quad 20 \qquad \frac{\sqrt{51}}{10} \qquad 50\cdot 35$$

$$2\sqrt{25 - t} + 2\sqrt{25 + t}$$

$$\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta)$$

$$\cos(\alpha-\beta)$$

$$\cos(\pi x - \pi y) = \cos(2\pi x)$$

$$\pi x - \pi y = 2\pi x + 2\pi k$$

$$\pi x - \pi y = -2\pi x + 2\pi k$$

$$\frac{1}{25+t} - \frac{1}{25-t}$$

$$\frac{-2t}{(25-t)(25+t)}$$

$$\begin{cases} x + y = -2k \\ 3x - y = 2k \end{cases}$$

$$(x;\ 2\pi k - x) \qquad (x;\ 2\pi k - 3x)$$

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$50\cos^2\alpha - 25 = 0$$

$$t = 0 \qquad 1 \quad 3$$

$$t = 144$$

$$y = x + 5\sqrt{2}\cos\alpha$$

$$y = -x + 5\sqrt{2}\sin\alpha$$

$$2(50\cos^2\alpha - 25)$$

$$2\sqrt{13^2 - 50\cos^2\alpha} + 2\sqrt{13^2 - 50\sin^2\alpha} \quad - \max$$

$$13 - 5 \qquad 169 \qquad \frac{169 - 50\sin^2\alpha}{\sqrt{119 + 50\cos^2\alpha}}$$