



Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2023

Вариант 10-01

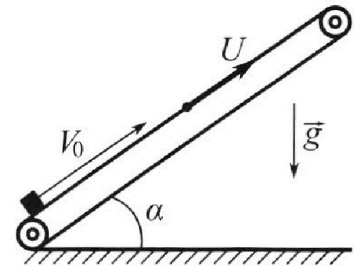
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за  $T = 2$  с.
- 1) Найдите начальную скорость  $V_0$  мяча.
  - 2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью  $V_0$  под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии  $S = 20$  м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?
- Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол  $\alpha$  такой, что  $\sin \alpha = 0,8$  (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость  $V_0 = 4$  м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте  $\mu = \frac{1}{3}$ . Движение коробки прямолинейное.



- 1) За какое время  $T$  после старта коробка пройдет в первом опыте путь  $S = 1$  м?

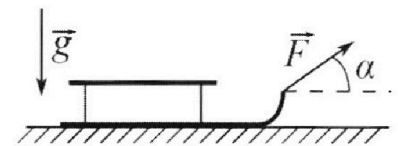
Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью  $U = 2$  м/с, и сообщают коробке скорость  $V_0 = 4$  м/с.

- 2) На каком расстоянии  $L$  от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна  $U = 2$  м/с?
- 3) На какой высоте  $H$ , отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости  $V_0$  за одинаковое время.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости  $V_0$  действие внешней силы прекращается.



- 1) Найдите коэффициент  $\mu$  трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.
- 2) Через какое время  $T$  после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения  $g$ .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

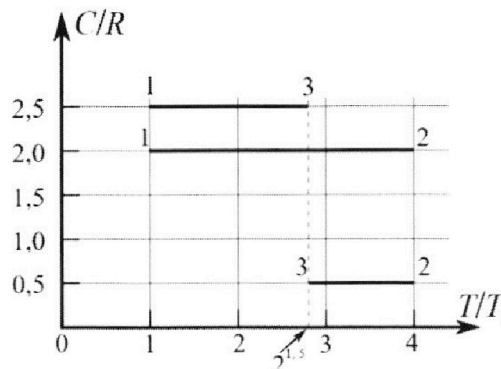
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

## Вариант 10-01

*Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.*



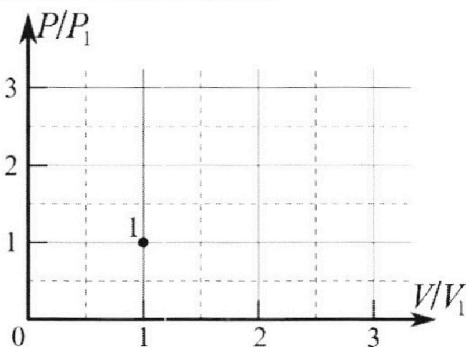
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости  $C$  газа (в единицах универсальной газовой постоянной  $R$ ) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1  $T_1 = 400$  К, универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).



1) Найдите работу  $A_{12}$  газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД  $\eta$  цикла.

3) Постройте график цикла в координатах  $(P/P_1, V/V_1)$ , где  $P_1$  и  $V_1$  давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



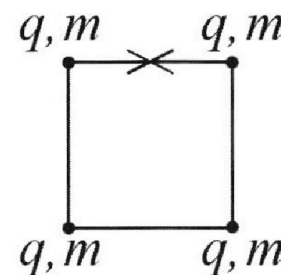
5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной  $b$  (см. рис.). Масса каждого шарика  $m$ , заряд  $q$ .

1) Найдите силу  $T$  натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость  $V$  любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии  $d$  от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?



Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

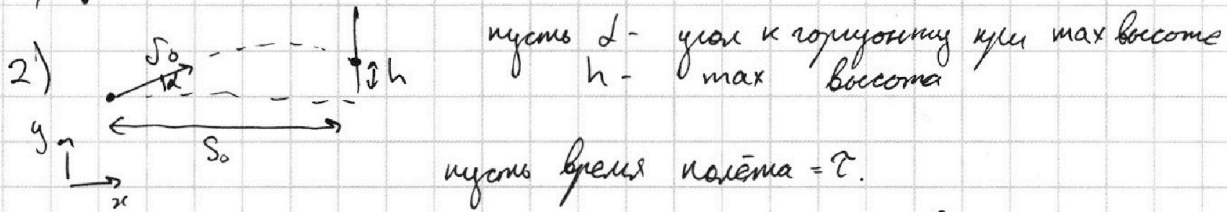
1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Чистовик

1)  $\uparrow v_0$  max высота за  $T=2c \Leftrightarrow v_0 - gT = 0 \Rightarrow v_0 = gT = \boxed{20 \text{ м/с}}$



ось  $x$ :  $v_0 \cdot \cos \alpha \cdot T = S$   $\Rightarrow T = \frac{S}{v_0 \cos \alpha}$   
 ось  $y$ :  $v_0 \cdot \sin \alpha \cdot T - \frac{gT^2}{2} = h$

$h = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{S}{v_0 \cos \alpha} - \frac{g}{2} \cdot \frac{S^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} \Leftrightarrow h = S \operatorname{tg} \alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2} \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow h = S \operatorname{tg} \alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2} \cdot (\operatorname{tg}^2 \alpha + 1)$

$h = -\frac{gS^2}{2v_0^2} \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha + S \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2}$  ←  $h(\alpha)$

$h$  - max,  $\Rightarrow$  • производная  $h(\alpha)$  должна быть равна нулю

$0 = -\frac{gS^2}{2v_0^2} \cdot (2 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha}) + S \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

производная  $\operatorname{tg} \alpha$

$\Rightarrow 1 = \frac{gS^2}{v_0^2} \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_0^2}{gS} = \frac{gT^2}{gS} = \frac{gT^2}{S}$

$h = -\frac{gS^2}{2v_0^2} \cdot \left(\frac{gT^2}{S}\right) + S \cdot \left(\frac{gT^2}{S}\right) - \frac{gS^2}{2v_0^2}$

$\Leftrightarrow h = -\frac{gS^2}{2(g^2T^2)} \cdot \left(\frac{gT^2}{S}\right) + S \cdot \frac{gT^2}{S} - \frac{gS^2}{2(g^2T^2)} = -\frac{S}{2} + gT^2 - \frac{S^2}{2gT^2}$

$= -\frac{20 \text{ м}}{2} + (10 \cdot 2^2) \text{ м} - \left(\frac{400}{2 \cdot 10 \cdot 4}\right) \text{ м} = (-10 + 40 - 5) \text{ м} = \boxed{35 \text{ м}}$

Ответ:

1)  $v_0 = 20 \text{ м/с}$

2)  $h = 35 \text{ м}$

Страница 1/7



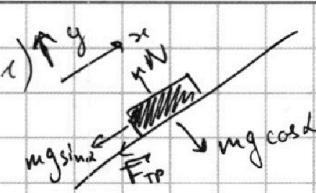
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Чистовик

$$\Rightarrow N = mg \cos \alpha \Rightarrow F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{mg \sin \alpha}{m} + \frac{F_{\text{тр}}}{m} = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

~~уравнение движения~~

суммарное ускорение (направлено "вверх" по оси x)

$$\sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = g$$

рассмотрим до максимальной координаты по x (h)

$$v_0 = gt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{g} = \frac{4}{10} \text{ c}$$

$$h = v_0 t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{16}{20} \text{ м} < S = 1 \text{ м}$$

$\Rightarrow$  надо рассмотреть и последующее "падении".  
 $F_{\text{тр}}$  меняет сторону (т.к. направлена против движения)

$$\Rightarrow a_2 = (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)g = g\left(\frac{4}{5} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}\right) = \frac{3}{5}g = 6 \text{ м/с}^2$$

Осталось проехать  $(S-h)$ , скорость = 0  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{a_2 t_2^2}{2} = (S-h) \Leftrightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2(S-h)}{a_2}} = \sqrt{\frac{2(1 - \frac{16}{20})}{6}} \text{ c}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{15}} \text{ c}$$

$$\Rightarrow t = t_1 + t_2 = \frac{4}{10} \text{ c} + \frac{1}{\sqrt{15}} \text{ c} = \frac{6 + \sqrt{15}}{15} \text{ c}$$

2)  $U = \text{const}$ , поэтому будем считать, что лента - ИСО

скорость груза в ИСО ленты  $v_n + U = v_0 \Rightarrow v_n = v_0 - U = 2 \text{ м/с}$ . Сила не изменилась,  $\Rightarrow$  до верхней точки  $a_1$  всё ещё  $= g$ . Тогда  $v_n(t) = v_n - gt$

в СО ленты  $v_n + U = v_3 \Rightarrow v_3 = U$  при  $v_n = 0 \Rightarrow v_n - gt = 0$

$$\Rightarrow t = 0,2 \text{ c}$$



1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) (продолжение)

Чистовик

Силы у пункта 1 ~~всё~~ ещё не изменились

в ОЗемли  $v_3 = 0$  при  $v_n = -u$  (т.к.  $v_n + u = v_3$ )

до тех пор ~~как~~ груз ~~дошёл~~ в прошлый пункт за  $\tau$ , ~~причём~~

~~$v_n^2 = \frac{g\tau^2}{2}$   $v_n^2 = \frac{u^2}{2g}$   $\frac{g\tau^2}{2} = \frac{u^2}{2g}$   $g\tau^2 = \frac{u^2}{g}$   $\tau = \frac{u}{g}$   $h = \frac{u^2}{2g}$~~

$(v_n + u)\tau - \frac{g\tau^2}{2} = \frac{v_n^2}{2g} + u\tau = \frac{4}{20} + \frac{2-2}{10} = 0,6 \text{ м} = h$

макс длина  
вдоль  
ленты

после тупение ~~меняет~~ направление  $u$

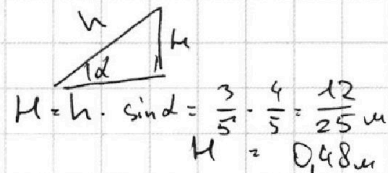
~~$-a_2 T = -u$~~  (т.к.  $v_3 = 0$ )  $\Rightarrow T = \frac{u}{a_2}$ ;  $a_2 = \frac{3}{5}g$  (у пункта 1)

$T = \frac{3}{5} \frac{u}{g}$   $\Delta h = -\frac{a_2 T^2}{2} + uT = -\frac{3}{5}g \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^2 \cdot \frac{u^2}{g^2} + u \cdot \frac{5}{3} \frac{u}{g} =$

лента всё ещё ~~пошла~~ груз ~~вверх~~

$= -\frac{5}{3} \frac{u^2}{g} + \frac{5}{3} \frac{u^2}{g} = 0$

$\Rightarrow h + \Delta h = h = 0,6 \text{ м}$



~~Ответ~~

Ответ:

1)  $\frac{6\sqrt{15}}{15} \text{ с}$

2)  $\tau = 0,20$

3)  $H = 0,48 \text{ м}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

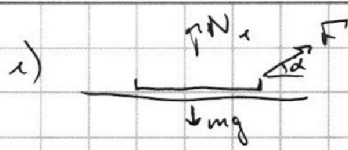
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



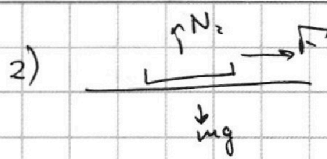
1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Чистовик



$$N_1 = mg - F \sin \alpha$$

$$N_2 = mg$$

$$ma_1 = F \cos \alpha - \mu N_1$$

$$ma_2 = F - \mu N_2$$

$$\Leftrightarrow a_1 = \frac{F \cos \alpha - \mu mg + F \sin \alpha \mu}{m}$$

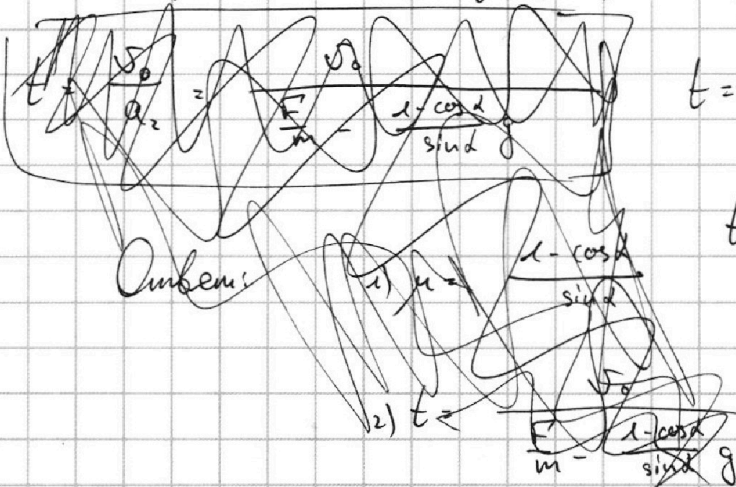
$$a_2 = \frac{F}{m} - \mu g$$

$$a_1 = \frac{F}{m} (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu g$$

по условию  $a_1 t = a_2 t \Leftrightarrow a_1 = a_2 \Rightarrow \cos \alpha + \mu \sin \alpha = 1$

$$\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

Получаем время остановки для второго случая (в первом оно тоже самое, получаемся двойное)



$$t = \frac{v_0 \cdot m}{F_{TP2}} = \frac{v_0 \cdot m}{\mu mg} = \frac{v_0}{\mu g}$$

$$t = \frac{v_0}{g} \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$$

Ответ: 1)  $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$

2)  $t = \frac{v_0}{g} \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Чистовик

$$pV = \nu RT ; \quad Q = A + \Delta U$$

$$\stackrel{?}{=} \nu R \Delta T$$

при  $p = \text{const}$  :  $A + \Delta U = p \Delta V + \frac{i}{2} \nu R \Delta T = \frac{i+2}{2} \nu R \Delta T \Rightarrow c_p = \frac{i+2}{2} R$

для одноатомных газов  $i=3 \Rightarrow \frac{c_p}{R} = \frac{5}{2} = 2,5 \Rightarrow 3 \rightarrow 1$   
 изобарный процесс

$V = \text{const} \Rightarrow A = 0 \Rightarrow Q = \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T \Rightarrow \frac{c_p}{R} = \frac{i}{2}$

знаем, если  $\frac{c}{R} \geq \frac{3}{2}$ , работа  $> 0$ ; если  $\frac{c}{R} < \frac{3}{2}$ , работа  $< 0$

1)  $A_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12} = C_{12} \cdot \nu \cdot \Delta T_{12} - \frac{i}{2} \nu R \Delta T_{12} = \frac{1}{2} \nu R \Delta T_{12}$

$T_2 = 4T_1 \Rightarrow \Delta T = 3T_1 \Rightarrow A_{12} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 3 \cdot 400 = 600 \cdot 8,31 \text{ Дж} = \boxed{498,6 \text{ Дж}}$

2)  $\eta = \frac{A}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_C}{Q_H}$  *охлаждения*  
 в  $Q_H$  вводим процесс  $c = A > 0$   
 в  $Q_C$  вводим процесс  $c = A < 0$   
*нагрева*

$\Rightarrow \eta = \frac{(Q_{12} + Q_{31}) - Q_{23}}{Q_{12} + Q_{31}}$

$Q_{12} = C_{12} \cdot \nu \cdot \Delta T_{12} = 2 \cdot R \cdot \nu \cdot (4-1)T_1$   
 $Q_{23} = C_{23} \cdot \nu \cdot \Delta T_{23} = 0,5 R \cdot \nu \cdot (4-2^{1,5})T_1$   
 $Q_{31} = C_{31} \cdot \nu \cdot \Delta T_{31} = 2,5 R \cdot \nu \cdot (2^{1,5}-1)T_1$

$\eta = \frac{(2(4-1) + 2,5(2^{1,5}-1)) - 0,5(4-2^{1,5})}{2(4-1) + 2,5(2^{1,5}-1)} = \frac{6 + 2,5 \cdot 2^{1,5} - 2,5 - 2 + 0,5 \cdot 2^{1,5}}{6 + 2,5 \cdot 2^{1,5} - 2,5} =$

$= \frac{1,5 + 3 \cdot 2^{1,5}}{2,5 \cdot 2^{1,5} + 3,5} = \frac{3 + 6 \cdot 2^{1,5}}{5 \cdot 2^{1,5} + 7} , \quad 2^{1,5} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \eta = \frac{3 + 12\sqrt{2}}{7 + 10\sqrt{2}}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

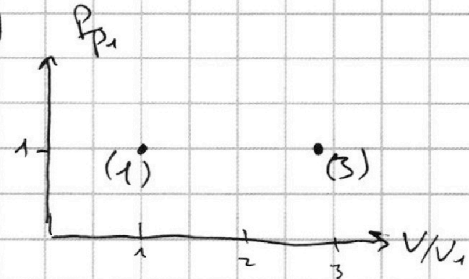
Чистовик

3)  $3 \rightarrow 1$  - изобарный процесс ( $p = \text{const}$ )

$$\Rightarrow p_1 V_1 = \nu R T_1 \quad \leftarrow \quad p_3 V_3 = \nu R T_3$$

$$\Rightarrow \frac{V_3}{V_1} = \frac{T_3}{T_1} = 2^{1.5}$$

$\Rightarrow$



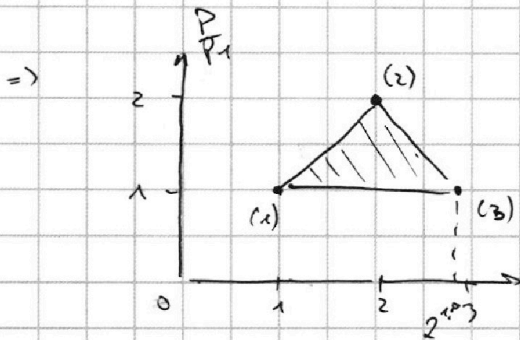
~~$$\begin{aligned} p_1 V_1 &= \nu R T_1 \\ p_2 V_2 &= \nu R \cdot 4 T_1 \\ p_3 V_3 &= p_1 V_3 = \nu R \cdot 2^{1.5} T_1 \end{aligned}$$~~

$$\frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = 4 \Rightarrow \text{точка (2) отсекает площадь}$$

в 4 квадрата  $1 \times 1$  на графике

$$\frac{p_2 V_3}{p_2 V_2} = \frac{2^{1.5}}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{Заметим, что все условия}$$

исполнит м. (2) в м. 2 по  $\frac{V}{V_1}$  и 2 по  $\frac{P}{P_1}$



Ответ: 1)  $A_{12} = 498,6 \text{ кДж}$

2)  $\eta = \frac{3 + 12\sqrt{2}}{7 + 10\sqrt{2}}$

3) см. рисунок выше

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

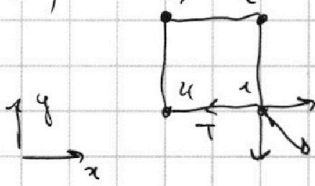
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2) 1)

Чистовик!

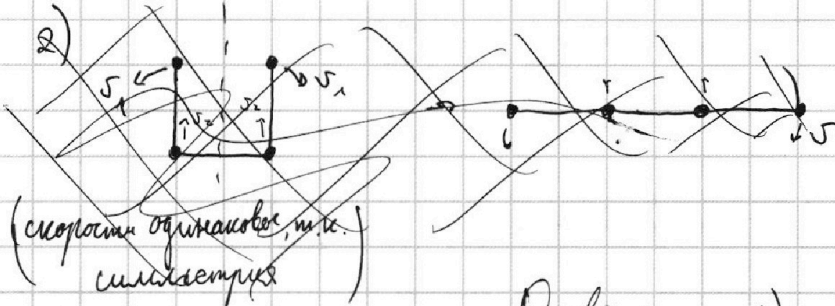
на ось  $x$  для первого:



$$F_{14} + F_{13} \cos 45^\circ + F_{12} \cos 90^\circ = T$$

$$F_{14} = \frac{kq^2}{b^2}; \quad F_{13} = \frac{kq^2}{(\sqrt{2}b)^2}$$

$$T = \frac{kq^2}{b^2} + \frac{kq^2}{2b^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{kq^2}{b^2} \left( 1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)$$



Ответ: 1)  $T = \frac{kq^2}{b^2} \left( 1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



4) Черновики

1)  $\frac{i}{2}R$   $\frac{i+2}{2}R$

$pV = \nu RT$

$Q = A + \Delta U$

1)  $T = \text{const} \Rightarrow C = \infty$

2)  $p = \text{const} \Rightarrow A + \Delta U$

$p \Delta V = \nu R \Delta T = \frac{i+2}{2} \nu R \Delta T \Rightarrow C_p = \frac{i+2}{2} R$

3)  $V = \text{const} \Rightarrow \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T = \frac{i}{2} \nu R \Delta T \Rightarrow C_v = \frac{i}{2} R$   
 $i = 3$  моля.

$\Rightarrow 3 \rightarrow 1$   $p = \text{const}$

$1 \rightarrow 2$   $C_{12} = \gamma R \Rightarrow Q_{12} = \nu \gamma R \Delta T_{12} = \gamma \cdot \nu R \Delta T_{12} = \frac{i}{2} \nu R \Delta T_{12} + A_{12}$

$\Rightarrow A_{12} = \frac{2\gamma - i}{2} \nu R \Delta T_{12} = \frac{1}{2} \nu R \Delta T_{12}$

$\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot (400 - 3)$   
 $600 \cdot 8,31 \text{ Дж}$

2)  $2^{1,5} = 2^{\frac{3}{2}} = \sqrt{2^3} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$\eta = \frac{A}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_K}{Q_H}$

$Q_H = Q_{12} + Q_{23} + Q_{31}; Q_K = Q_{23}$

$Q_{12} = \nu \cdot \gamma_{12} \cdot R \cdot \Delta T_{12} = 2 \cdot R \cdot (4-1)T_1$

$Q_{23} = \nu \cdot \gamma_{23} \cdot R \cdot \Delta T_{23} = 0,5 \cdot R \cdot (4 - 2^{1,5})T_1$

$Q_{31} = \nu \cdot \gamma_{31} \cdot R \cdot \Delta T_{31} = 2,5 \cdot R \cdot (2^{1,5} - 1)T_1$

$\eta = \frac{2(4-1) + 2,5(2^{1,5}-1) - 0,5(4-2^{1,5})}{2(4-1) + 2,5(2^{1,5}-1)} = \frac{1,5 + 3 \cdot 2^{1,5}}{2,5 \cdot 2^{1,5} + 3,5}$

$\frac{4,5 + 6 \cdot 2^{1,5}}{5 \cdot 2^{1,5} + 7} = \frac{3 + 12\sqrt{2}}{14 + 10\sqrt{2}} = \frac{3 + 12\sqrt{2}}{14 + 10\sqrt{2}}$

3)  $3 \rightarrow 1: p = \text{const}$

$\Rightarrow$  [scribble]

$p_1 V_1 = \nu R T_1 \leftarrow p_1 V_3 = \nu R T_3$

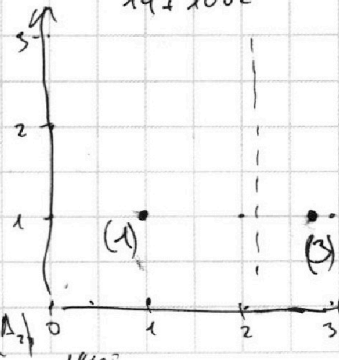
$\frac{V_3}{V_1} = \frac{T_3}{T_1} = 2^{1,5}$

$A_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12} = \nu \gamma_{12} R \Delta T_{12} - \frac{i}{2} \nu R \Delta T_{12} = \nu R \Delta T_{12} (\gamma_{12} - \frac{i}{2}) = \nu R \Delta T_{12} \cdot \frac{1}{2}$

$A_{23} = Q_{23} - \Delta U_{23} = \nu \gamma_{23} R \Delta T_{23} - \frac{i}{2} \nu R \Delta T_{23} = \nu R \Delta T_{23} (\gamma_{23} - \frac{i}{2}) = -\nu R \Delta T_{23}$

$\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{\frac{1}{2} \nu R \Delta T_{12}}{\nu R \Delta T_{23}} = \frac{\frac{1}{2} \nu T_1}{(4 - 2^{1,5}) T_1} = \frac{3}{2^3 - 2^{2,5}} = \frac{3}{4(2 - \sqrt{2})} = \frac{3(2 + \sqrt{2})}{8}$

$A_{12} = \frac{3(2 + \sqrt{2})}{8} A_{23}$   
 $\frac{14 + 10\sqrt{2}}{8}$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

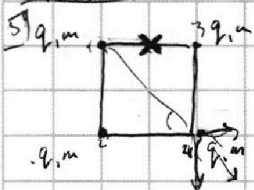
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

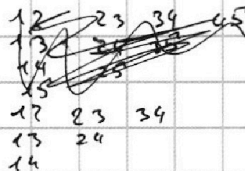


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$\frac{kq^2}{b^2} + \frac{kq^2}{(\sqrt{2}b)^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{kq^2}{b^2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$$

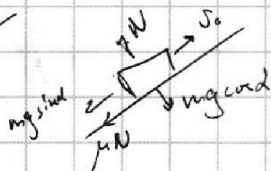
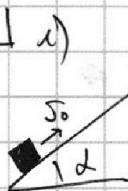


$$V_2 = V_1 - ?$$

$$E = \left(2 \frac{kq^2}{b^2} + \frac{kq^2}{(\sqrt{2}b)^2}\right) + \left(\frac{kq^2}{b^2} + \frac{kq^2}{\sqrt{2}b}\right) + \left(\frac{kq^2}{b}\right)$$

$$= 4 \frac{kq^2}{b^2} + 2 \frac{kq^2}{\sqrt{2}b}$$

2) а)



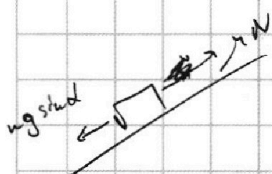
$$a_1 = g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha = g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = g$$

$$\frac{4}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{5}{5}$$

$$h = v_0 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{h}{v_0} = \frac{4}{10} c \quad h = v_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = \frac{v_0^2}{5} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} m$$

$$(s-h) = \frac{g t_2^2}{2} \Rightarrow t_2^2 = \frac{2(s-h)}{g} = \frac{2 \cdot \frac{1}{5}}{10} = \frac{2}{50} c^2$$

$$t_1 + t_2 = \frac{4}{10} c + \frac{\sqrt{2}}{10} c = \frac{4}{10} c + \frac{\sqrt{2}}{10} c = \frac{4}{10} c + \frac{2}{10} c = 0.6 c$$

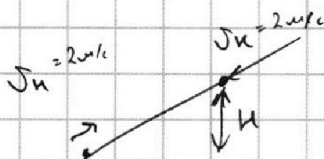


$$a_2 = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha = \frac{4}{5} g - \frac{1}{3} g = \frac{3}{5} g$$

$$\frac{a_2 t_2^2}{2} = (s-h) \quad t_2^2 = \frac{2(s-h)}{a_2} = \frac{10(s-h)}{3g} = \frac{10 \cdot (1 - \frac{4}{5})}{3 \cdot 10} = \frac{1}{15}$$

$$t = t_1 + t_2 = \left(\frac{4}{10} + \frac{1}{\sqrt{15}}\right) c = \frac{6 + \sqrt{15}}{15} c$$

$$v_m = g t \Rightarrow t = \frac{v_m}{g} = \frac{v_0 t_1}{g} = 0.2 c$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

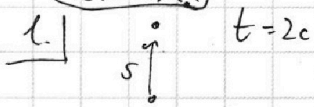
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$v = gt$$

$$r = \frac{S}{v \cos \alpha}$$

$$\frac{20}{2} + 10 \cdot 4 = \frac{400}{2 \cdot 10 \cdot 4} \Rightarrow S = 20 \text{ м}$$

$$v \cos \alpha \cdot r = S \Rightarrow \cos \alpha = \frac{S}{v r}$$

$$v \sin \alpha \cdot r = \frac{gt^2}{2} = h$$

$$S \tan \alpha = \frac{g}{2} \frac{S^2}{v^2 \cos^2 \alpha} = h$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1$$

$$S \tan \alpha = \frac{S^2 g}{2v^2} (\tan^2 \alpha + 1) = h \quad \text{where } v = 20$$

$$h = S^2 \frac{g}{2v^2} \tan \alpha + S \tan \alpha = \frac{S^2 g}{2v^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{\cos^3 \alpha}$$

$$(\tan \alpha)' = \frac{(\sin \alpha)' \cdot \cos^2 \alpha + \sin \alpha \cdot (\cos^2 \alpha)'}{\cos^6 \alpha} = \frac{\cos \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \sin \alpha \cdot (-2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha)}{\cos^6 \alpha}$$

$$y = a \cdot x + b \cdot x^2$$

$$y' = a + 2bx$$

$$(ax)' = a$$

$$(bx^2)' = 2bx$$

$$a \cdot b \cdot x + b \cdot a \cdot x = 2abx$$

$$(ax)^2 = a^2 x^2$$

$$\downarrow$$

$$2a^2 x$$

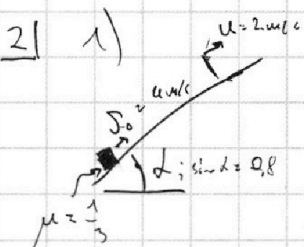
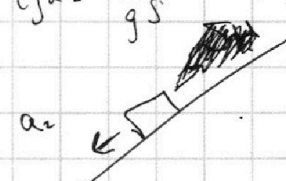
$$2c \cdot ax = 2 \cdot \tan \alpha \cdot \tan^2 \alpha$$

$$2 \cdot ax \cdot a$$

$$0 = -S^2 \frac{g}{2v^2} \cdot (2 \cdot \tan \alpha \cdot \tan^2 \alpha) + \frac{g}{2} \cdot \tan^2 \alpha$$

$$S \frac{g}{2v^2} \cdot 2 \tan \alpha = \frac{g}{2}$$

$$\tan \alpha = \frac{v^2}{gS}$$



1)  $S = \frac{1}{2} a t^2$ ,  $t = ?$

$$N = mg \cos \alpha \Rightarrow F_{\text{тр}} = \mu mg \cos \alpha \Rightarrow a_{\text{тр}} = \mu g \cos \alpha$$

$$S = v_0 t - \frac{a_{\text{тр}} t^2}{2} \Leftrightarrow \frac{a_{\text{тр}}}{2} t^2 - v_0 t + S = 0$$

$$D = v_0^2 - 2 a_{\text{тр}} S$$

$$t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2 a_{\text{тр}} S}}{a_{\text{тр}}} = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2 \mu g \cos \alpha \cdot S}}{\mu g \cos \alpha}$$

$$4 \leq \frac{\sqrt{16 - 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot 10 \cdot \frac{20}{5}}}{\frac{1}{5} \cdot 10 \cdot \frac{20}{5}} = \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 2 \pm \sqrt{5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



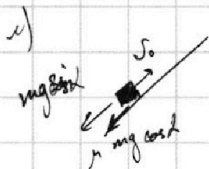
Черновик

2) 2)



$$S = \Delta u - ?$$

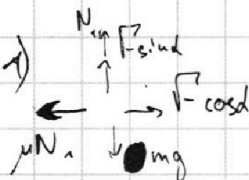
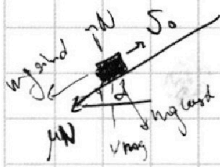
$$v_0 - u = \mu g \cos \alpha t \Leftrightarrow t = \frac{(v_0 - u)}{\mu g \cos \alpha}$$



$$a_c = g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha = g \left( \sin \alpha + \mu \cos \alpha \right) = g \left( \frac{4}{5} + \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} \right) = g$$

$$S = v_0 t - \frac{g t^2}{2} \Leftrightarrow v_0 t - \frac{g t^2}{2} - v_0 t + S = 0$$

$$D = \sqrt{v_0^2 - 2gS} \Rightarrow t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2gS}}{g} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 2 \cdot 10 \cdot 1}}{g}$$



$$N_1 = mg - F \sin \alpha$$

$$a_1 = \frac{F \cos \alpha - \mu N_1}{m} = \frac{F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha}{m}$$

$$2) \quad a_1 = \frac{F}{m} (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu g$$

$$a_2 = \frac{F}{m} - \mu g$$

$$\rightarrow a_1 = a_2 \Leftrightarrow \cos \alpha + \mu \sin \alpha = 1$$

$$\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha + \mu^2 \sin^2 \alpha + 2\mu \sin \alpha \cos \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha (\mu^2 - 1) + 2\mu \sin \alpha \cos \alpha = 0$$

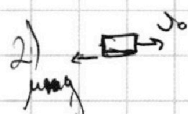
$$\sin^2 \alpha \mu^2 + \mu \sin 2\alpha - \sin^2 \alpha = 0$$

$$D = \sin^2 2\alpha - 4 \sin^2 \alpha = (\sin 2\alpha - 2 \sin^2 \alpha)(\sin 2\alpha + 2 \sin^2 \alpha)$$

$$\mu = \frac{-\sin 2\alpha \pm \sqrt{\sin^2 2\alpha - 4 \sin^2 \alpha}}{2 \sin^2 \alpha} = \frac{-\sin 2\alpha \pm \sqrt{4 \sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha)}}{2 \sin^2 \alpha}$$

$$4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$\mu = \frac{-\sin 2\alpha \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{2 \sin^2 \alpha}$$



$$v_0 - \mu g t = 0$$

$$t = \frac{v_0}{\mu g}$$

$$\frac{v_0 \sin \alpha}{g(1 - \cos \alpha)}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

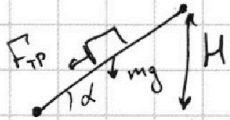
- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



3) ~~Черновики~~  
~~до верхней точки ехать время  $t = \frac{H}{g}$~~   
~~ее высота =~~



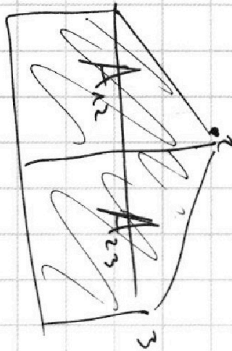
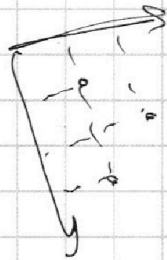
$$\begin{aligned} v_H &= v_0 - at = 2\mu/c \\ \text{высота в } \infty \text{ летки} \\ v_H &= 0 - at = -2\mu/c \\ \text{высота в } \infty \text{ летки} \end{aligned} \quad \Rightarrow v_H^2 = v_H^2$$

ЗСЭ:

$$\frac{mv_H^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + mgH - F_{TP} \cdot L, \text{ где } L - \text{ путь перемещения груза}$$

$L \cdot \sin \alpha = H \Rightarrow L = \frac{H}{\sin \alpha}$

$$\begin{aligned} F_{TP} \cdot L &= mgH \Leftrightarrow \mu \cos \alpha \cdot \frac{H}{\sin \alpha} \\ \mu N &= \mu \cdot mg \cos \alpha \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} Q_{12} &= C_{12} \Delta T_{12} \\ A_{12} &= Q_{12} - \Delta U_{12} = C_{12} \Delta T_{12} - \frac{1}{2} \rho R \Delta T_{12} = \Delta T_{12} (C_{12} - \frac{1}{2} \rho R) \\ A_{23} &= Q_{23} - \Delta U_{23} = C_{23} \Delta T_{23} - \frac{1}{2} \rho R \Delta T_{23} = \Delta T_{23} (C_{23} - \frac{1}{2} \rho R) \\ A_{31} &= Q_{31} - \Delta U_{31} = C_{31} \Delta T_{31} - \frac{1}{2} \rho R \Delta T_{31} = \Delta T_{31} (C_{31} - \frac{1}{2} \rho R) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{12} &= \frac{1}{2} \rho R \cdot 3T_1 = \frac{3}{2} \rho R T_1 \\ |A_{23}| &= \rho R (4 - 2^{1/5}) T_1 = \rho R (4 - 2^{1/5}) T_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{31} &= \rho R (2^{1/5} - 1) T_1 = (2^{1/5} - 1) \rho R T_1 \\ \rho_1 V_1 &= \rho R T_1 \\ \rho_2 V_2 &= \rho R \cdot 4T_1 \\ \rho_3 V_3 &= \rho R \cdot 2^{1/5} T_1 \\ \rho_{12} V_{12} &= 4 \rho_{12} V_1 \\ \rho_{23} V_{23} &= \frac{2^{1/5}}{4} \rho_{23} V_3 \\ \rho_{31} V_{31} &= \frac{1}{2} \rho_{31} V_1 \end{aligned}$$