

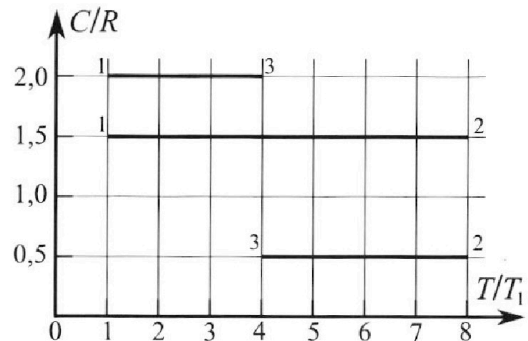
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

## Вариант 10-02

*Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.*



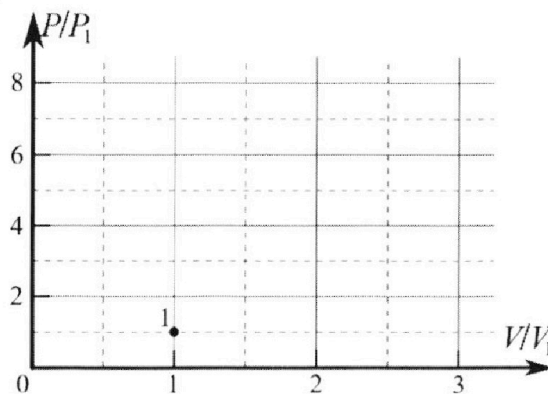
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости  $C$  газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна  $T_1 = 200$  К, универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).



1) Найдите работу  $A_{31}$  внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД  $\eta$  цикла.

3) Постройте график цикла в координатах  $(P/P_1, V/V_1)$ , где  $P_1$  и  $V_1$  давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной  $a$  (см. рис.). Сила натяжения каждой нити  $T$ .

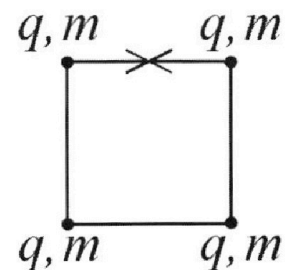
1) Найдите абсолютную величину  $|q|$  заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию  $K$  любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии  $d$  от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?

Электрическая постоянная  $\epsilon_0$ . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.





Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол  $\alpha = 45^\circ$  с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета  $L = 20$  м.

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью  $V_0$  к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна  $H = 3,6$  м.

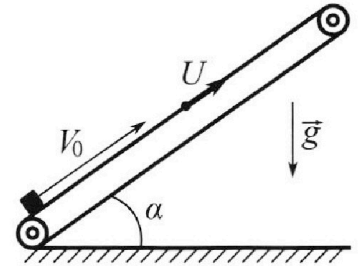
2) На каком расстоянии  $S$  от точки старта находится стенка?

Ускорение с вободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол  $\alpha$  такой, что  $\sin \alpha = 0,6$  (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость  $V_0 = 6$  м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте  $\mu = 0,5$ .

Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь  $S$  пройдет коробка в первом опыте к моменту времени  $T = 1$  с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью  $U = 1$  м/с, и сообщают коробке скорость  $V_0 = 6$  м/с (см. рис.).

2) Через какое время  $T_1$  после старта скорость коробки во втором опыте будет равна

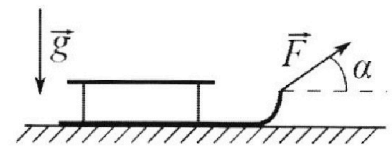
$U = 1$  м/с?

3) На каком расстоянии  $L$  от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии  $K$  на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии  $K$  действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент  $\mu$  трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение  $S$  санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения  $g$ .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1)  $\begin{cases} L = V_0 \cos \alpha \cdot t_n \\ 0 = V_0 \sin \alpha \cdot t_n - \frac{gt_n^2}{2} \end{cases}$  ~~т.к.  $t_n$  — время парения мяча~~  
~~до момента падения мяча~~

$x(t) = V_0 \cos \alpha \cdot t$ ,  $y(t) = V_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$ , а в момент  
падения  $x(t_n) = L$ ,  $y(t_n) = 0$

и.  $t_n = \frac{L}{V_0 \cos \alpha}$ ,  $0 = (V_0 \sin \alpha - \frac{gt_n}{2}) t_n$ , и.  $\left. \begin{array}{l} t_n = 0 \\ t_n = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g} \end{array} \right\}$

и.к. шаг времени по горизонтальному  $L > 0$ , а  $t_n > 0$

и  $\frac{L}{V_0 \cos \alpha} = t_n = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g}$

$gL = V_0^2 - 2 \sin \alpha \cos \alpha = V_0^2 \sin 2\alpha$

$V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{20 \cdot 10}{\sin 90^\circ}} = 10\sqrt{2} \text{ м/с}$

Ответ:  $V_0 = 10\sqrt{2} \text{ м/с}$

2) ~~т.к.  $t_n$  — время парения мяча~~  
~~до момента падения мяча~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Пока скорость коробки направлена вверх по ленте сила трения действует вниз по ленте т.е.  $ma_1 = \mu mg \cos d + mg \sin d$ , т.к.  $a_1 = g(\mu \cos d + \sin d)$   
 $\cos d = \sqrt{1 - \sin^2 d} = \sqrt{1 - 0,36} = \sqrt{0,64} = 0,8$  (это ускорение)  
т.к.  $a_1 = g(\mu \cos d + \sin d) = 10(0,5 \cdot 0,8 + 0,6) =$  (вниз по ленте)  
 $= 10(0,6 + 0,4) = 10 \text{ м/с}^2$

Поскольку  $v_0 - a_1 t_1 = 0$ , то через  $t_1$  с. скорость коробки станет 0 и ~~она~~ она станет двигаться вниз по ленте, ~~и~~ сила трения станет действовать вверх по ленте.

$$t_{01} = \frac{v_0}{a_1} = \frac{6}{10} = 0,6 \text{ с.}$$

За это время коробка пройдет  $S_1 = v_0 t_1 - \frac{a_1 t_1^2}{2}$  вверх по ленте.

$$\text{т.к. } S_1 = 6 \cdot 0,6 - \frac{10 \cdot 0,6^2}{2} = 6 \cdot 0,6 - \frac{6 \cdot 0,6}{2} = \frac{6 \cdot 0,6}{2} = 3 \cdot 0,6 = 1,8 \text{ м.}$$

После  $ma_2 = mg \sin d - \mu mg \cos d$ , т.к. сила трения действует вверх по ленте ( $a_2$  считаем вниз по ленте), т.к.  $a_2 = g(\sin d - \mu \cos d) = 10(0,6 - 0,4) = 2 \text{ м/с}^2$

После ~~этого~~ коробка будет спускаться с ускорением  $a_2$  вниз по ленте без начальной скорости  $T - t_1$  секунд.

Поскольку она пройдет  $S_2 = \frac{a_2 (T - t_1)^2}{2}$  вниз по ленте.  
т.к.  $S_2 = a_2 (T - t_1)^2 / 2 = 2 \cdot (1 - 0,6)^2 / 2 = 0,4^2 = 0,16 \text{ м.}$

$$\text{т.к. всего коробка пройдет } S = S_1 - S_2 = 1,8 - 0,16 = 1,64 \text{ м вверх по ленте.}$$

$$\text{Ответ: } S = 1,64 \text{ м}$$

2) Рассмотрим систему отсчета связанную с лентой (которая движется, как лента). В этой системе отсчета скорость коробки  $v_1 = v_0 - u = 6 - 1 = 5 \text{ м/с}$  (направлена вверх по ленте)

В момент, когда скорость коробки будет равна  $u$  в нашей системе отсчета скорость коробки будет  $v_2 = u - u = 0 \text{ м/с}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

П.к. скорость коробки направлена вверх, ~~вниз~~  
по ленте, сила трения действует вниз по ленте,  
 $ma = \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha$  ( $a$  - ускорение коробки вниз  
по ленте)

$$\text{и. } a = \mu g \cos \alpha + g \sin \alpha = g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) = 10 \text{ м/с}^2$$

$$V_2 = V_1 - aT_1, \text{ и. } T_1 = \frac{V_1 - V_2}{a} = \frac{5}{10} = 0,5 \text{ с.}$$

(ускорение постоянно, т.к. коробка движется  
вверх и в это время, и сила трения не меня-  
ет своего направления).

Ответ:  $T_1 = 0,5 \text{ с.}$

3) Рассмотрим как и в 2) систему отсчета  
связанную с лентой. Тогда  $V_1 = V_0 - u = 5 \text{ м/с}$

Еще скорости коробки 0, тогда ее скорости  
~~в нашей~~ в нашей системе отсчета  $V_2 = 0 - u = -u =$   
 $= -1 \text{ м/с}$  (считаем, что скорость направлена вверх  
по ленте, но -значит она может быть отрица-  
тельной).

Тогда сначала, пока скорость коробки не 0,  
она движется ~~вниз~~ вверх по ленте,  
а ~~направление~~ сила трения направлена вниз по  
ленте, т.е.  $ma_1 = \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha$  ( $a_1$  - ускорение  
коробки вниз по ленте), и.  $a_1 = 10 \text{ м/с}^2$

Также она движется, пока ее скорость в нашей  
системе отсчета не стала 0, т.е.  $T_1$  се-  
кунду из 2).

$$\text{За это время коробка прошла } l_1 = V_1 T_1 - \frac{a_1 T_1^2}{2} =$$
$$= \frac{V_1 T_1}{2} = \frac{5 \cdot 0,5}{2} = \frac{2,5}{2} = 1,25 \text{ м. Вверх по ленте}$$

Потом она движется вниз по ленте, и сила  
трения направлена вверх по ленте, и.  
 $ma_2 = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$  ( $a_2$  - ускорение коробки вниз  
по ленте), и.  $a_2 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 10(0,6 - 0,5 \cdot 0,8) = 2 \text{ м/с}^2$

Потом ~~она~~ пока ее скорость не  $V_2$  она пройдет

$$l_2 = \frac{V_2^2 - 0^2}{2a_2} = \frac{V_2^2}{2a_2} = \frac{1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ м. Вниз по ленте}$$

$$\text{и. } l = |l_1 - l_2| = 1,25 - 0,25 = 1 \text{ м. Ответ: } l = 1 \text{ м.}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

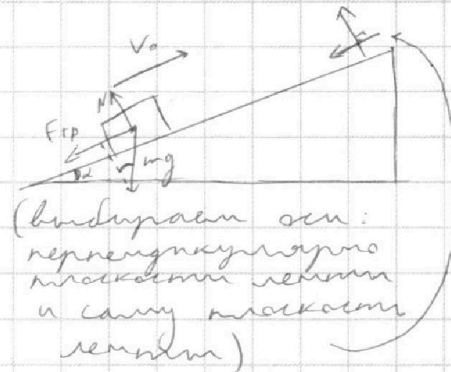
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

1) Если  $F_{тр}$  - сила трения,  
действующая на коробку,  
а  $N$  - сила, с которой лента  
действует на коробку,  
тогда:

$$\begin{cases} F_{тр} = \mu N \\ N = mg \cos \alpha \\ ma = F_{тр} + mg \sin \alpha \end{cases}$$



$$ma = F_{тр} + mg \sin \alpha = mg (\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$$

$$\text{и } a = g (\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$$

$$S = v_0 T - \frac{a T^2}{2}, \text{ м.к. перемещение относительно ленты}$$

$$S = v_0 T - \frac{a T^2}{2} = v_0 T - g (\mu \cos \alpha + \sin \alpha) \frac{T^2}{2}; 2 = 6 - 10(0,5 \cdot \cos \alpha + 0,6) \frac{T^2}{2}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,36} = \sqrt{0,64} = 0,8$$

$$\text{и } S = \cancel{v_0 T - \frac{a T^2}{2}} = 6 - 5(0,5 \cdot 0,8 + 0,6) =$$

$$= 6 - 5(0,4 + 0,6) = 1$$

Ответ:  $S = 1 \text{ м}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1)  $K \neq |A_{тр}| = A_F$ , где  $A_{тр}$  - работа силы трения,  
а  $A_F$  - работа постоянной силы  $F$ ,  
приложенной к санкам

$|A_{тр}| = |-\mu N L| = \mu N L$ , где  $N$  - сила, с которой ~~земля~~  
земля действует на санки, а  
 $L$  - пройденный путь до нулевой  
массы кинетической энергии

(далее  $m$  - масса санок)

~~В первом~~ В первом случае  $N_1 + F \sin \alpha = mg$ , т.к.  
санки не ускоряются по вертикали.

т.е.  $|A_{тр}| = \mu (mg - F \sin \alpha) L = \mu m g L - \mu L F \sin \alpha$ , а  
 $A_F = F \cdot \cos \alpha \cdot L$ , т.е.  $K + \mu m g L - \mu L F \sin \alpha = F L \cos \alpha$   
т.е.  $K + \mu m g L = F L (\mu \sin \alpha + \cos \alpha)$

т.к. санки разогнались на одинаковых  
участках пути, путь пройденный до кинети-  
ческой энергии  $K$  один и тот же в обоих  
случаях.

Во втором случае  $N_2 = mg$ , т.к. санки не  
ускоряются по вертикали т.е.  $|A_{тр}| = \mu m g L$ ,  
а  $A_F = F L$ , т.е.  $K + \mu m g L = F L$

т.е.  $F L = K + \mu m g L = F L (\mu \sin \alpha + \cos \alpha)$

т.е.  $F L (\mu \sin \alpha + \cos \alpha - 1) = 0$ , т.е.  $\mu \sin \alpha + \cos \alpha = 1$

т.е.  $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$  Ответ:  $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$

2)  $K = |A_{тр}| = \mu N S = \mu m g S$ , т.к. вся кинетическая  
энергия преобразована в работу  
силы трения

$$S = \frac{K}{\mu m g} = \frac{K \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) m g}$$

Ответ:  $S = \frac{K \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) m g}$  м



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1)  $\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$ ,  $\text{и } \Delta T = \frac{2 \Delta U}{3 \nu R}$  ( $\Delta U$  - изм. внутренней энергии,  $Q$  - кол-во тепла,  $\Delta T$  - изменение абс. температуры)

$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{Q}{\frac{2 \Delta U}{3 \nu R}} = \frac{Q \cdot 3 \nu R}{2 \Delta U}$

$\nu = 1$  моль,  $\text{и } C = \frac{3 R Q}{2 \Delta U}$

$C_{31} = 2 R$ ,  $\text{и } 3 R Q_{31} = 4 R \Delta U_{31}$ ,  $\text{и } Q_{31} = \frac{4}{3} \Delta U_{31}$

$Q_{31} = \Delta U_{31} + A'_{31}$ ,  $\text{и } A'_{31} = \frac{\Delta U_{31}}{3}$  ( $A'_{31}$  - работа газа на 3-1)

$A_{31} = -A'_{31} = -\frac{1}{3} \Delta U_{31} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_3) = \nu R (T_3 - T_1) : 2 =$   
 $= R (4 T_1 - T_1) : 2 = 3 R T_1 : 2 = 3 \cdot 8,31 \cdot 200 : 2 = 300 \cdot 8,31 =$   
 $= 2493 \text{ Дж}$

( $T_x$  - темп. в градусах Кельвина)

Ответ:  $A_{31} = 2493 \text{ Дж}$

$$\begin{array}{r} \times 831 \\ 3 \\ \hline 2493 \end{array}$$

2)  $C_{12} = 1,5 R$ ,  $\text{и } 3 R Q_{12} = 3 R \Delta U_{12}$ ,  $\text{и } Q_{12} = \Delta U_{12}$

$C_{23} = 0,5 R$ ,  $\text{и } 3 R Q_{23} = 1 R \Delta U_{23}$ ,  $\text{и } Q_{23} = \frac{1}{3} \Delta U_{23}$

$Q_{31} = \frac{4}{3} \Delta U_{31}$  (из 1)

( $Q_{xy}$  - кол-во  $Q$  переданного на  $x-y$ ,  $\Delta U_{xy}$  - изменение внутренней энергии на  $x-y$ ,  $A'_{xy}$  - работа газа на  $x-y$ )

$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} R \cdot 7 T_1 = \frac{21}{2} R T_1 > 0$

$\text{и } Q_{12} = \Delta U_{12} = \frac{21}{2} R T_1 > 0$

$\Delta U_{23} = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_2) = \frac{3}{2} R (4 T_1 - 8 T_1) = -\frac{3}{2} R \cdot 4 T_1 = -6 R T_1 < 0$

$\text{и } Q_{23} = \frac{1}{3} \Delta U_{23} = -2 R T_1 < 0$

$\Delta U_{31} = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_3) = \frac{3}{2} R (T_1 - 4 T_1) = -\frac{9}{2} R T_1 < 0$

$\text{и } Q_{31} = \frac{4}{3} \Delta U_{31} = -\frac{4}{3} \cdot \frac{9}{2} R T_1 = -6 R T_1 < 0$

$Q_{12} = \Delta U_{12} + A'_{12}$ ;  $Q_{23} = \Delta U_{23} + A'_{23}$ ;  $Q_{31} = \Delta U_{31} + A'_{31}$

$\text{и } A'_{12} = 0$ ,  $A'_{23} = -\frac{2}{3} \Delta U_{23} = \frac{4 R T_1}{3}$ ,  $A'_{31} = \frac{1}{3} \Delta U_{31} = -2 R T_1$

( $Q_m$  - переданная теплота)  $Q_m = Q_{12} = \frac{21}{2} R T_1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1    2    3    4    5    6    7  
                 

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\eta = \frac{A'}{Q_m} = \frac{A'_{12} + A'_{23} + A'_{31}}{Q_m} = \frac{0 + \frac{4RT_1}{2} - 2RT_1}{\frac{21}{2}RT_1} = \frac{4-2}{21}$$

$$= \frac{4-2}{\frac{21}{2}} = \frac{4}{21}$$

Ответ:  $\eta = \frac{4}{21}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

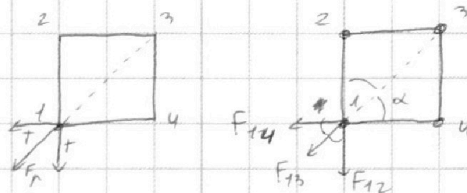
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1)  $\alpha = 45^\circ$ , т.к. это квадрат

Для 1 действующим 2 сумм  
прямых, т.е. их равнодей-  
ствующая  $F_p = T\sqrt{2}$  и  
направлена как на  
рисунке.



т.к.  $F_{14} \cdot \sin 45^\circ = F_{12} \cdot \sin 45^\circ$ , т.к.  $F_p$  действующим в направлении  $F_{13}$   
т.е.  $F_{14} = F_{12}$

( $F_{xy}$  - сила взаимодействия между  $m_x$  и  $m_y$ )

$$F_{14} = \frac{q_1 q_4}{4\pi \epsilon_0 a^2}, F_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 a^2}, \text{ т.к. } q_2 = q_4$$

Аналогично  ~~$F_{13} = F_{24}$~~  заметим для  $m_2$ , т.к.  $q_1 = q_3$

$$F_{13} = \frac{q_1 q_3}{4\pi \epsilon_0 (a\sqrt{2})^2}, \text{ т.к. расстояние между } m_1 \text{ и } m_3 - \text{ это } a\sqrt{2}$$

$$\text{т.е. } F_{13} = \frac{q_1 q_3}{8\pi \epsilon_0 a^2}$$

$$T\sqrt{2} = F_p = F_{13} + F_{14} \cos \alpha + F_{12} \cos \alpha = F_{13} + \frac{2}{\sqrt{2}} F_{12}$$

$$\text{т.е. } T\sqrt{2} = \frac{q_1 q_3}{8\pi \epsilon_0 a^2} + \frac{\sqrt{2} q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 a^2} = \frac{q_1}{4\pi \epsilon_0 a^2} \left( \frac{q_3}{2} + \sqrt{2} q_2 \right) =$$

$$= \frac{q_1}{4\pi \epsilon_0 a^2} \left( \frac{q_1}{2} + \sqrt{2} q_2 \right)$$

Аналогично заметим для  $m_2$  и найдем,  
что  $T\sqrt{2} = \frac{q_2}{4\pi \epsilon_0 a^2} \left( \frac{q_2}{2} + \sqrt{2} q_1 \right)$

$$\text{т.е. } q_1 \left( \frac{q_1}{2} + \sqrt{2} q_2 \right) = q_2 \left( \frac{q_2}{2} + \sqrt{2} q_1 \right)$$

$$\text{т.е. } q_1^2 + \sqrt{2} q_1 q_2 = q_2^2 + \sqrt{2} q_1 q_2$$

$$\text{т.е. } q_1^2 - q_2^2 = 0, \text{ т.е. } (q_1 - q_2)(q_1 + q_2) = 0, \text{ т.е. } |q_1| = |q_2|,$$

$$\text{т.е. } |q_1| = |q_2| = |q_3| = |q_4|$$

$$\underline{\text{т.е.}} \quad q_1 = -q_2, \text{ т.е. } q_2 = -q_1$$

$$\text{тогда } T\sqrt{2} = \frac{q_1}{4\pi \epsilon_0 a^2} \left( \frac{q_1}{2} - \sqrt{2} q_1 \right) = \frac{q_1^2}{4\pi \epsilon_0 a^2} \frac{1 - 2\sqrt{2}}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



ср.  $T = \frac{q_1^2}{8\pi\epsilon_0 a^2} \cdot (1 - 2\sqrt{2}) < 0$ , но  $T > 0$  (✓)

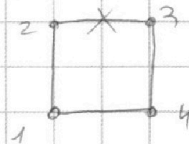
2 ср.  $q_1 = q_2$ , тогда  $T\sqrt{2} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left( \frac{q_1}{2} + q_1\sqrt{2} \right)$

ср.  $T\pi\epsilon_0 a^2 \cdot 4\sqrt{2} = q_1^2 \cdot \frac{1+\sqrt{2}}{2}$

ср.  $|q_1| = \sqrt{\frac{8\sqrt{2} T \pi \epsilon_0 a^2}{1+\sqrt{2}}}$

ср. Ответ:  $|q_1| = |q_4| = |q_3| = |q_2| = |q_1| = \sqrt{\frac{8\sqrt{2} T \pi \epsilon_0 a^2}{1+\sqrt{2}}}$

2) Перемещим миски 2-3 и  
надоумгаем, пока все шариком  
не скатываются на одной стороне.



До перемещения потенциальная энергия шарика  $W_1$ . 2 1 4 3

$$W_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{q_1 q_4}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{q_1 q_3}{4\pi\epsilon_0 a \sqrt{2}} = \frac{q_1^2}{2\pi\epsilon_0 a} + \frac{q_1^2}{4\sqrt{2}\pi\epsilon_0 a} =$$
  

$$= \frac{q_1^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left( 2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{q_1^2 (2\sqrt{2} + 1)}{4\sqrt{2}\pi\epsilon_0 a}$$

После перемещения шариков скатываются на одной стороне  
потенциальная энергия шарика стала  $W_2$

$$W_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{q_1 q_4}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{q_1 q_3}{4\pi\epsilon_0 2a} = \frac{q_1^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left( 2 + \frac{1}{2} \right) = \frac{5q_1^2}{8\pi\epsilon_0 a}$$

П.к. энергия сохранилась

До перемещения потенциальная энергия шариков  $W_1 = \frac{q_1^2}{4\pi\epsilon_0 a} \cdot 4 + \frac{q_1^2}{4\pi\epsilon_0 a \sqrt{2}} \cdot 2 = \frac{q_1^2}{4\pi\epsilon_0 a} (4 + \sqrt{2})$

После перемещения она стала  $W_2 = 3 \frac{q_1^2}{4\pi\epsilon_0 a} + 2 \frac{q_1^2}{4\pi\epsilon_0 2a} + \frac{q_1^2}{4\pi\epsilon_0 3a} = \frac{q_1^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left( 3 + 1 + \frac{1}{3} \right) = \frac{13q_1^2}{12\pi\epsilon_0 a}$

Энергия сохранилась ср.  $W_1 = 4 \cdot K + W_2$ , ср.  $K = \frac{W_1 - W_2}{4} =$

$$K = \frac{q_1^2}{16\pi\epsilon_0 a} \left( \sqrt{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0 a^2 T}{16\pi\epsilon_0 a (1+\sqrt{2})} \left( \sqrt{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{T\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} \left( \sqrt{2} - \frac{1}{3} \right)$$
 Ответ:  $K = \frac{T\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} \left( \sqrt{2} - \frac{1}{3} \right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



*Черновик*

$$K = |A + b| = \mu mg S$$

$$V = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

$$V = at = \left(\frac{F}{m} - \mu g\right)t$$

$$F \cos \alpha > \mu (mg - F \sin \alpha)$$

$$F (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) > \mu mg$$

$$F > \frac{\mu mg}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$$

$$m < \frac{F \sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$$

$$a = -\mu g$$

$$m a = mg \sin \alpha$$

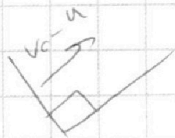
$$S = v_0 T - mg \sin \alpha \frac{T^2}{2}$$

$$a_1 = 10(0,5 + 0,8 + 0,6) = 40$$

$$a_2 = 10(0,6 - 0,5 - 0,8) = -2$$

$$v_0 - a_1 t_0 = 0$$

$$L_0 = \frac{v_0}{a_1} = \frac{6}{10} = 0,6$$



$$P_2 V_2 = 2AT_2 = 8AT_1 = 8P_1 V_1$$

$$P_2 = 8P_1$$

$$P_3 V_3 = 2AT_3 = 4AT_1 = 4P_1 V_1$$

$$W_{p1} = 4 \cdot \frac{q_1^2}{4\pi\epsilon_0 a} + 2 \cdot \frac{q_1^2}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}}$$

$$= \frac{q_1^2}{\pi\epsilon_0 a} + \frac{q_1^2}{2\sqrt{2}\pi\epsilon_0 a}$$

$$= \frac{q_1^2}{\pi\epsilon_0 a} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$$

$$W_{p2} = 3 \cdot \frac{q_1^2}{4\pi\epsilon_0 a} + 2 \cdot \frac{q_1^2}{4\pi\epsilon_0 2a}$$

$$+ \frac{q_1^2}{4\pi\epsilon_0 2a}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$N = mg - F \sin \alpha$$

$$F \cos \alpha - \mu N = F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha = ma$$

$$m a_1 = F (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg$$

$$m a_2 = F - \mu mg$$

$$a_1 = \frac{F}{m} (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu g$$

$$a_2 = \frac{F}{m} - \mu g$$

$$K_{\text{тр}} + A_{\text{тр}} = A_F$$

$$\mu N S = FS$$

$$K + \mu (mg - F \sin \alpha) S = F \cos \alpha S$$

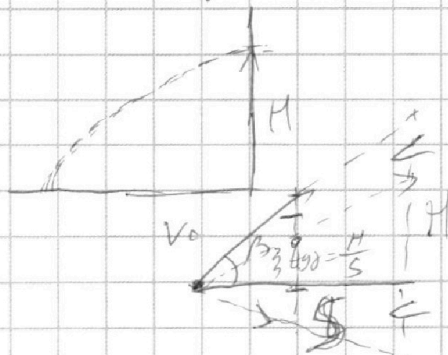
$$K + \mu mg S = F \cos \alpha S$$

$$K + \mu mg S = FS (\mu \sin \alpha + \cos \alpha) = FS$$

$$\mu \sin \alpha + \cos \alpha = 1$$

$$K = A_{\text{тр}} = \mu mg S$$

$$S = \frac{K}{\mu mg}$$



$$H = S \operatorname{tg} \beta = \frac{gt^2}{2}$$

$$\mu = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$K = \frac{mv^2}{2}$$

$$0 - v^2 = 2as$$

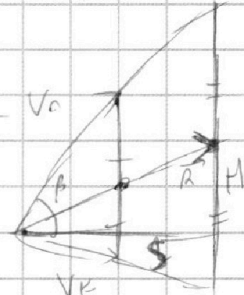
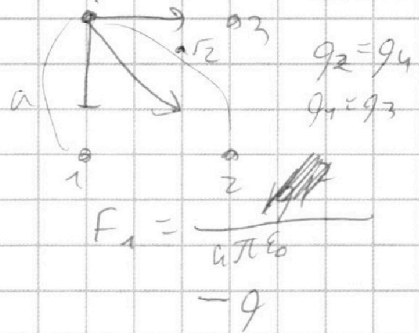
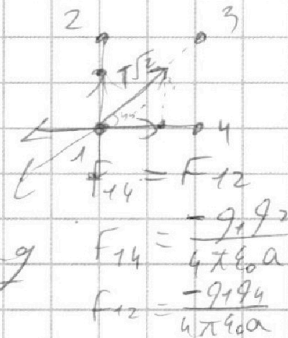
$$s = -\frac{v^2}{2a}$$

$$s = -\frac{v^2}{2a} = \frac{v^2}{2\mu g} = \frac{K}{\mu mg}$$

$$a = -\mu g$$

$$\left(\frac{gt^2}{2} + H\right) / S = \operatorname{tg} \beta$$

$$\frac{gt^2}{2} = S \operatorname{tg} \beta - H$$



$$i = v_0 \operatorname{tg} \beta$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1)  $0 = V_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$

$L = V_0 \cos \alpha t$

$t = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g}$

$L = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{V_0^2 \cdot \sin 90^\circ}{g}$

$V_0 = \sqrt{gz} = \sqrt{20g} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$

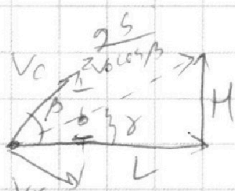
2)  $S = V_0 \cos \beta \cdot t$

$h = V_0 \sin \beta t - \frac{gt^2}{2}$

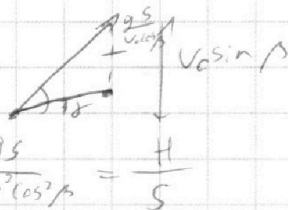
$t = \frac{S}{V_0 \cos \beta}$

$h = \frac{V_0 \sin \beta S}{V_0 \cos \beta} - \frac{g \cdot S^2}{2V_0^2 \cos^2 \beta} = S \operatorname{tg} \beta - \frac{gS^2}{2V_0^2 \cos^2 \beta}$

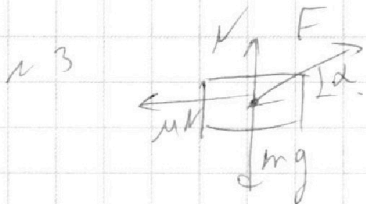
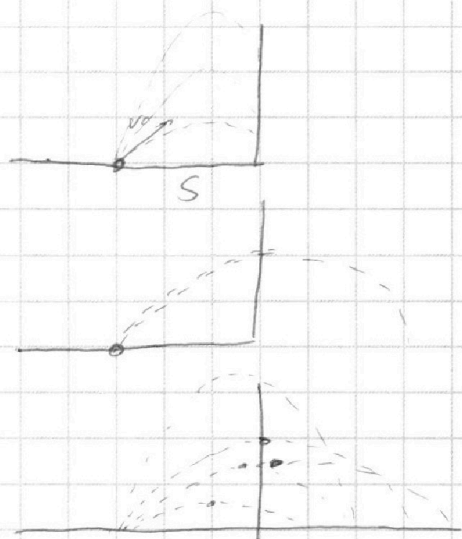
$h = S \left( \operatorname{tg} \beta - \frac{gS}{2V_0^2 \cos^2 \beta} \right)$



max H → max γ



$\operatorname{tg} \beta = \frac{V_0 \sin \beta \frac{gS}{2V_0^2 \cos^2 \beta}}{V_0 \cos \beta} = \operatorname{tg} \beta - \frac{gS}{2V_0^2 \cos^2 \beta} = \frac{H}{S}$



I  $\begin{cases} N + F \sin \alpha = mg \\ F \cos \alpha - \mu N = ma_1 \end{cases}$

II  $\begin{cases} N = mg \\ F - \mu N = ma_2 \end{cases}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$C_{12} = 2R, \quad C_{12} = 1,5R, \quad C_{32} = 0,5R$$

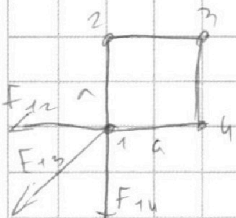
$$C_{12} = \frac{Q_{12}}{\Delta T} = \frac{Q_{12}}{2\Delta u}$$

$$\Delta u = \frac{3}{2} 2R \Delta T = \frac{3}{2} R \Delta T, \quad \text{и} \quad \Delta T = \frac{2\Delta u}{3R}$$

$$C_{12}: Q_{12} = \Delta u_{12}, \quad \text{и} \quad A'_{12} = 0, \quad \text{и} \quad 1-2 \text{ - выделена}$$

$$C_{13}: Q_{13} = \frac{1}{3} \Delta u_{13}, \quad \text{и} \quad A'_{13} = \frac{1}{3} \Delta u_{13} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} 2R(T_4 - T_3) = \frac{1}{2} R(T_4 - T_3) =$$

$$C_{32}: Q_{32} = \frac{1}{3} \Delta u_{32}, \quad \text{и} \quad A'_{23} = -\frac{2}{3} \Delta u_{32} = -\frac{2}{3} R T_1 = -\frac{2}{3} R T_1 = -300 \cdot 2,31 =$$



$$F_{14} = F_{12}, \quad \text{и} \quad q_2 = q_4$$

$$q_1 = q_3$$

$$T\sqrt{2} = F_{12} \cos 45^\circ + F_{14} \cos 45^\circ + F_{13} =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}} F_{12} + F_{13} = \frac{2}{\sqrt{2}} \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{q_1 q_3}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} (2q_2 + q_3)$$

~~2q2 + q3~~

$$8T\pi\epsilon_0 a = q_1(2q_2 + q_1) = q_1^2 + 2q_1 q_2$$

$$8T\pi\epsilon_0 a = q_2(2q_1 + q_2) = q_2^2 + 2q_1 q_2$$

$$q_1^2 + 8T\pi\epsilon_0 a - q_2^2 = 8T\pi\epsilon_0 a$$

$$q_1^2 - q_2^2 = 0, \quad q_1 = q_2$$

$$T\sqrt{2} = \frac{3q_1^2}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}}$$

$$\text{и} \quad \sqrt{\frac{8T\pi\epsilon_0 a}{3}} = |q_1|$$