



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x + 2y = z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже ~~велосипедиста~~ ^{мотоциклиста}. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = 2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab \geq 3^{11} 4^{11} \quad ; 3^{11} 4^{11}$
 $bc \geq 3^{18} 4^{16} \quad ; 3^{18} 4^{16}$
 $ac \geq 3^{21} 4^{38} \quad ; 3^{21} 4^{38}$
 $\Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac \geq 3^{50} 4^{7} \Rightarrow$ система неравенств $3, 6, ab^2 c^4$
 $\geq 11 \cdot 18 + 21 = 50, \Rightarrow \forall abc \quad 50 : 2 = 25$
 система $3, 4, 7 \geq 11 + 18 + 38 = 67$, м.б. $a^2 b^2 c^2$ - квадрат;
 $2 \cdot 25 = 50 \geq 66$
 $\Rightarrow \forall abc \geq 33$

мыслим abc равно $3^{25} \cdot 4^{33}$

Пример: $a = 3^7, ab = 3^{11} 4^{11}$

$bc = 3^{18} 4^{16}$

$ac = 3^{21} 4^{38}$

\Rightarrow пусть $a = 3^{a_1} 4^{a_2}, b = 3^{b_1} 4^{b_2}, c = 3^{c_1} 4^{c_2}$

$\Rightarrow \begin{cases} a_1 + b_1 = 11 \\ a_2 + b_2 = 11 \\ b_1 + c_1 = 18 \\ b_2 + c_2 = 16 \\ a_1 + c_1 = 21 \\ a_2 + c_2 = 38 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} a_1 + b_1 = 11 \\ b_1 + c_1 = 18 \\ a_2 + b_2 = 11 \\ b_2 + c_2 = 16 \\ a_1 + c_1 = 21 \\ a_2 + c_2 = 38 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1 - a_2 = 7 \\ a_1 - a_2 = 7 \\ a_1 = 14 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1 + c_1 = 21 \\ a_1 = 14 \\ \Rightarrow a_1 = 4 \\ c_1 = 7 \end{cases}$

с помощью системы уравнений найдем решение

но для системы 7 достаточно проверить, $(a_1 + b_1) + (b_1 + c_1) > a_1 + c_1$
 (можно будет стр. системы)

\Rightarrow м.б. $a_1 + b_1 + c_1 = 2 \cdot 21 = 42 > (a_1 + c_1) = 28$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

цели \Rightarrow мин. сум. стоимость вагон $7:98$, и с. б. вагон 38 раз

$$a + b_1 = 20$$

$$b_1 + c_1 = 18$$

$$a_1 + c_1 = 38$$

$$b_1 = 0$$

$$\Rightarrow a_1 = 20$$

$$c_1 = 18$$

$$Q = 3^2 \cdot 7^1 \cdot a_1 = 3^2 \cdot 7^1 \cdot 20$$

$$b = 3^4 \cdot 7^0 = 3^4$$

$$c = 3^4 \cdot 7^1$$

$$2b = 3^{11} \cdot 7^{20} ; 3^{11} \cdot 7^{11}$$

$$b_2 c = 3^{18} \cdot 7^{18} ; 3^{18} \cdot 7^{18}$$

$$2c = 3^{11} \cdot 7^{28} ; 3^{11} \cdot 7^{18}$$

$$abc = 3^{28} \cdot 7^{38}$$

(min) (min)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~если $a+b \equiv m$~~

~~$a^2 - 2ab + b^2 \equiv m$~~

~~$a \equiv -b$~~

~~$a^2 - 4ab \equiv -b^2 + 4ab$~~

~~$a^2 - 4ab = a(a-4b) = 5a^2$
 $\equiv -4b$~~

~~$a(a-4b) \equiv b(4a-b) - b^2 + 4ab = b(4a-b) \equiv -3b^2$~~

~~$5a \equiv$~~

~~$\frac{a+b}{m} \equiv 100b$~~

~~$5a^2 \equiv -5b^2$~~

~~$a^2 \equiv b^2$
 $\Rightarrow a \equiv -b$~~

\Rightarrow если $a+b \equiv m$

$a^2 - 8ab + b^2 \equiv 0 \pmod{m}$

$\Rightarrow a \equiv -b$

~~$a^2 - 4ab \equiv 4ab - b^2$~~

~~$a^2 - 4ab \equiv 4ab - b^2$
 $\equiv -a \equiv -4b$~~

~~$5a^2 \equiv -5b^2$~~

~~$a \equiv -b$~~

~~a, b взаимно просты~~

~~$a^2 \equiv b^2 \pmod{m}$~~

~~\Rightarrow если $a \equiv -b$, $5a^2 \equiv -5b^2$~~

~~если a взаимно просто с m ,~~

~~то a сократим~~

~~если $m \nmid 5$~~

~~$a \equiv -b$~~

~~то $a^2 \equiv b^2 \pmod{m}$~~

~~$\Rightarrow a \equiv b \pmod{m}$~~

~~$5a^2 \equiv -5a^2$~~

~~$10a^2 \equiv 0$~~

~~$10a^2 \equiv 0$~~

~~если Q^2 и m не взаимно просты.~~

~~a и m не взаимно просты $\Rightarrow a$ имеет общий делитель с m~~

~~$a \equiv -b \pmod{m}$~~

~~\Rightarrow если a, b не взаимно просты \Rightarrow~~

~~$\Rightarrow 10 \equiv 0 \pmod{m}$~~

~~если a взаимно просто с m и $10 \nmid m$~~

~~то $a^2 \equiv b^2 \pmod{m} \Rightarrow a \equiv \pm b \pmod{m}$~~

~~$a=3, b=7$~~

~~$\frac{10}{9-49-168} = \frac{10}{-110} = -\frac{1}{11}$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$a = 2x^2 - 3x + 4$$

$$b = 2x^2 + x + 3$$

$$a - b = 1 - 4x \Rightarrow$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

найдем мин. значения $2x^2 - 3x + 4$

$$x_0 = \frac{3}{4}, y_0 = 2 \cdot \frac{9}{16} - \frac{9}{4} + 4 = \frac{18}{16} - \frac{36}{16} + 4 = \frac{46}{16}$$

найдем мин. значения $2x^2 + x + 3$

$$x_0 = -\frac{1}{4}, y_0 = \frac{2}{16} - \frac{1}{4} + 3 = 3 - \frac{2}{16}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$\Rightarrow a - \sqrt{a} = b - \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1) = \sqrt{b}(\sqrt{b} - 1)$$

мысли $a \neq b, a > b,$

$$\Rightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b} > 0$$

$$\sqrt{a} - 1 > 0, \text{ т.е. } a > 1 \text{ (мин. } (2x^2 - 3x + 4) > 1)$$

$$\text{и } \sqrt{a} - 1 > \sqrt{b} - 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{a}(\sqrt{a} - 1) > \sqrt{b}(\sqrt{b} - 1)$$

т.к. $b > a$, все аналогично

$$\Rightarrow a = b \Rightarrow 1 - 4x = 0,$$

$$x = \frac{1}{4}$$

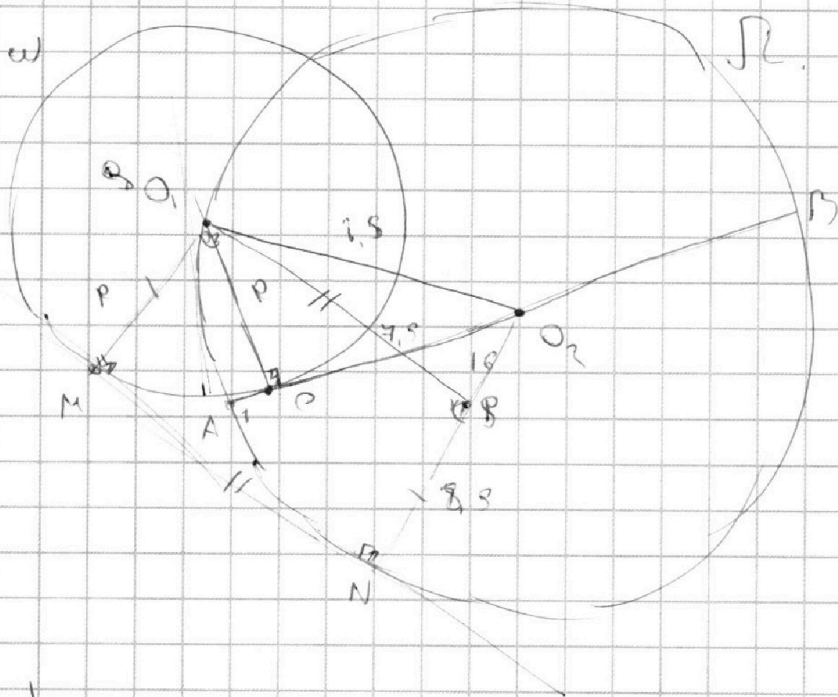
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AC = 1$$

$$BC = 16$$

$$\Rightarrow AB = 17$$

$$\Rightarrow O_2A = O_2B = \frac{AB}{2} = 8,5$$

$$\Rightarrow O_2C = 7,5$$

$$O_1O_2 = r_2 = 3,5$$

находим общ. хор. через и. касательн: MN

найд. R_2 - рад. ω , по теореме Пифагора: $O_1O_2 = \sqrt{R^2 - r^2} = 3,5 = \sqrt{R^2 - 7,5^2}$

$$\Rightarrow R^2 = (8,5 - 7,5)(8,5 + 7,5) = 16 \Rightarrow R = 4$$

Оценили из O_1 перпенд. на Q_2N , найд. $O_1S = MN$ - (параллельно)

$$\Rightarrow O_1O_2 = 3,5, O_1S = 3,5 - R = 20,5 - 3,5 = 17,5$$

$$\Rightarrow \text{по теор. Пифагора: } O_1S = \sqrt{O_1O_2^2 - O_2S^2} = \sqrt{3,5^2 - 4,5^2}$$

$$= \sqrt{71,5^2 - 10,5^2} = \sqrt{52} \quad \text{найд. } \sqrt{52}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N = 95

Заметим, что если λ — брана

$x', y', z' = kx, ky, kz$, ~~равенства~~ все равенства имеют вид \dots

и т. $3kx + 2ky = kz$, если $3x + 2y = z$

и $\frac{3}{kx} + \frac{2}{ky} = \frac{1}{kz}$ $\frac{3ky + 2kx}{k^2(xy)} = \frac{1}{kz}$

если $\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{z}$

а $\frac{3k^3x^3 - 4k^3y^3 - k^3z^3}{k^3(x^3 - 6y^3)} = \frac{3x^3 - 4y^3 - z^3}{x^3 - 6y^3} \Rightarrow$ при факторизации

Весь процесс определитель k , ~~здесь~~ k не влияет на результат \Rightarrow

БОО, ~~заметим~~ $\max z = 1$

$3x + 2y = 1$ $\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 2$

$y = \frac{1-3x}{2} \Rightarrow \frac{3}{x} + \frac{4}{1-3x} = 2 \mid \cdot x(1-3x)$

$3(1-3x) + 2x = 2(1-3x)x$

$3 - 9x + 2x = 2x - 6x^2$

$8x^2 - 7x + 3 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 - 3x + 1 = 0$

$(x-1)(2x-1) = 0$

$x=1$ $x=0,5$ $(2x+3y=1)$
 $(y=0 \Rightarrow z=1)$ $1) x=1 \Rightarrow z=1$ $y=-1$

$\Rightarrow \frac{3x^3 - 4y^3 - z^3}{x^3 - 6y^3}$

$\frac{3x^3 - 4y^3 - z^3}{x^3 - 6y^3}$

$2) x=0,5 \Rightarrow z=1 \Rightarrow y=-0,25$

$\frac{3x^3 - 4y^3 - z^3}{x^3 - 6y^3} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} - 1 = -\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4} - \frac{6}{16} = -\frac{1}{8}$

$= \frac{3-1}{1} = 2$

$= \frac{3-4-1}{1-6} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$

\Rightarrow ~~лучше~~ $\frac{2}{5}$ $\Rightarrow \max = 4$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть v_1 - скорость велосипедиста (км/ч)

v_2 - скорость лыжника (км/ч)

L - расстояние

$$\Rightarrow \frac{L}{v_1} - \frac{L}{v_2} = 2 \quad (1 \text{ час}) \quad | \cdot v_1 v_2 \quad L - \frac{v_1}{v_2} L = 2v_1$$

$$v_2 \frac{L}{v_1} - v_1 \frac{L}{v_2} = 96 \quad (2 \text{ часа})$$

$$L \frac{v_2}{v_1} - L = 2v_2 \quad \text{②}$$

$$\frac{L}{v_1+6} - \frac{L}{v_1-6} = 1,75 \quad (3 \text{ часа})$$

$$\frac{L v_2}{v_1} - \frac{L v_1}{v_2} = 2(v_1 + v_2) = 96$$

$$\Rightarrow v_1 + v_2 = 48$$

$$\Rightarrow v_2 = 48 - v_1$$

$$\frac{\frac{L}{v_1} - \frac{L}{48-v_1}}{\frac{L}{v_1+6} - \frac{L}{v_1-6}} = \frac{2}{1,75} = \frac{8}{7}$$

$$6 \cdot 540 = 3 \cdot 7$$

$$\frac{\frac{48-v_1}{v_1} - \frac{48-v_1}{48-v_1}}{\frac{48-v_1}{v_1+6} - \frac{48-v_1}{v_1-6}} = \frac{8}{7}$$

м.ф.
 $v_1 \neq 24$
(так как ск. лыжника
известна)

$$\frac{L}{v_1} = \frac{L}{v_2} = 0$$

$$(v_1+6)(54-v_1) = 9 = v_1(48-v_1) \cdot 8$$

$$\Rightarrow (48v_1 + 324 - v_1^2) \cdot 8 = (48v_1 - v_1^2) \cdot 9$$

$$240v_1 + 1620 - 9v_1^2 = 384v_1 - 8v_1^2$$

$$3v_1^2 - 144v_1 + 1620 = 0$$

$$v_1^2 - 48v_1 + 540 = 0$$

$$(v_1-30)(v_1-18) = 0$$

$$\text{но } v_1 < 24, \text{ и } \text{н.д. } v_1 < v_2$$

$$\Rightarrow v_1 = 18$$

$$\Rightarrow \frac{L}{18} - \frac{L}{30} = 2 \quad | \cdot 540$$

$$30L - 18L = 540 \cdot 1080$$

$$12L = 540 \cdot 1080$$

$$\Rightarrow L = \frac{540 \cdot 1080}{12} = 48600 \text{ м}$$

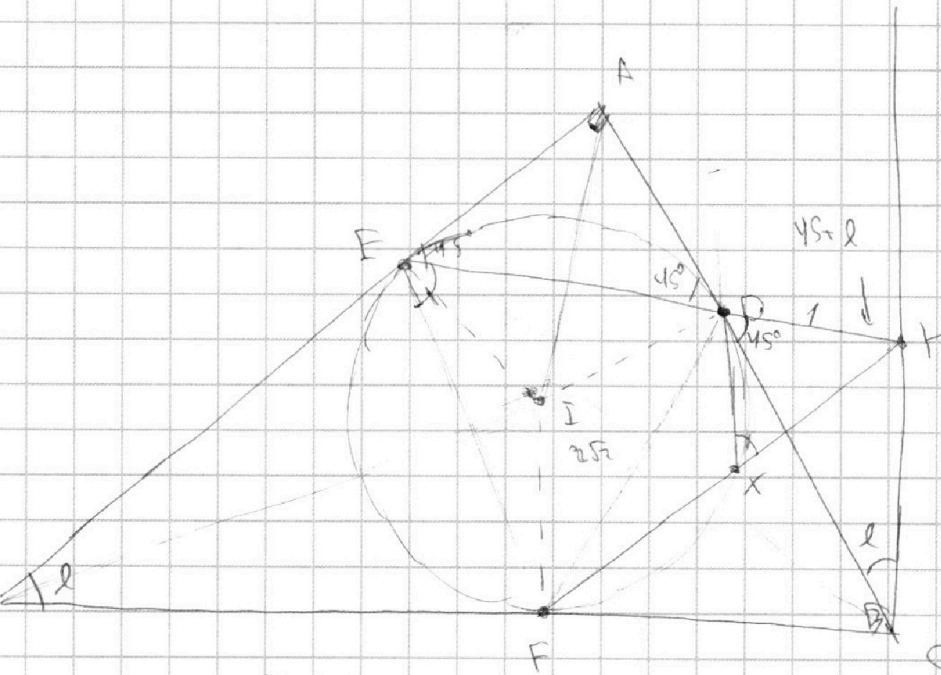
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



м.с. F, X, D, E лежат на 1 окружности,

$\triangle YDF$ и $\triangle EXF$ - подобные;

\Rightarrow если $EX = 2\sqrt{2}XF$, $FD = 2\sqrt{2}DX$

$\triangle AED$ - равнобедренный (I - центр вписанной окружности)

рассмотрим угол $\angle YDF = 45^\circ$ ($\angle DFX = \angle = \angle ABC$)
по теореме синусов в $\triangle DFX$,

$$\frac{DX}{\sin 45^\circ} = \frac{DF}{\sin \angle$$

$$\Rightarrow DX = \frac{DF \cdot \sin \angle}{\sqrt{2}} = DX = 2DF \cdot \sin \angle$$

$DF =$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$N=5$$

числ v_1 - скорость автомобиля (км/ч)

v_2 - скорость мотоцикла (км/ч)

L - расстояние (км)

$$\frac{L}{v_1} - \frac{L}{v_2} = 2 \quad (\text{вз } 1 \text{ чл})$$

$$\frac{L}{v_2} \cdot v_1 = \frac{L \cdot v_1}{v_1} \rightarrow v_2 \cdot \frac{L}{v_1} = v_1 + 8 \text{ км}$$

$$\Rightarrow \frac{v_2 L}{v_1} - \frac{v_1}{v_2} L = 96$$

$$\frac{L}{v_1+8} - \frac{L}{v_2+8} = 1,25 \quad (\text{вз } 2 \text{ чл})$$

$$\frac{v_2 L}{v_1} - \frac{v_1}{v_2} L = 96$$

$$\frac{L}{v_1} - \frac{L}{v_2} = 2 \quad \textcircled{1}$$

$$\frac{L}{v_1+8} - \frac{L}{v_2+8} = 1,25 \quad \textcircled{2}$$

$$\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} = \frac{2}{L}$$

$$\frac{1}{v_1+8} - \frac{1}{v_2+8} = \frac{1,25}{L}$$

$$\frac{5v_2 - 5v_1}{(v_1+8)(v_2+8)} = \frac{3v_2 - 3v_1}{(v_1+8)(v_2+8)}$$

$$L - \frac{L v_1}{v_2} = 2 v_1 \quad \textcircled{1}$$

$$L \frac{v_2}{v_1} - L = 2 v_2$$

$$L \frac{v_2}{v_1} - \frac{L v_1}{v_1} = 2(v_1 + v_2)$$

$$\Rightarrow 2(v_1 + v_2) = 96 \quad \boxed{v_1 + v_2 = 48}$$

$$v_2 = 48 - v_1$$

$$\frac{L}{v_1} - \frac{L}{48 - v_1} = 2$$

$$\frac{L}{v_1+8} - \frac{L}{54 - v_1} = 1,25 \quad \textcircled{2}$$

$$\frac{48 - 2v_1}{v_1(48 - v_1)} = \frac{8}{L}$$

$$\frac{1}{v_1+8} - \frac{1}{54 - v_1} = \frac{1}{8L}$$

$$\frac{v_1 - 48 \cdot v_1}{v_1(48 - v_1)} = \frac{8}{L}$$

$$\frac{48 - 2v_1}{v_1(48 - v_1)} = \frac{8}{L}$$

$$\frac{48 - 2v_1}{54 - v_1} = \frac{8}{L}$$

$$(v_1+8)(54 - v_1)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



кв. в. $3x + 2y = z$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{z}{xy}$$

$$z = \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{z}{3x+2y}$$

масштаб $\left(\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y} \right)$

3

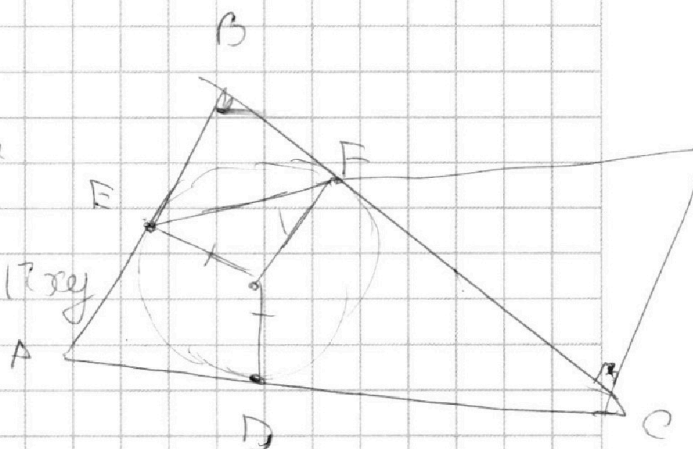
$$z^2 = (3x + 2y)^2$$

$$3x^2 + 4y^2 - (3x + 2y)^2$$

$$= 3x^2 + 4y^2 - 9x^2 - 12xy - 4y^2 = -6x^2 - 12xy - 8y^2$$

$$= -2(3x^2 + 6xy + 4y^2)$$

$$= \sqrt{2} \sqrt{3} (x - \sqrt{6}y)$$



$$\frac{3y + x}{xy} = \frac{z}{xy}$$

$$\Rightarrow z = \frac{zxy}{3y+x}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МОТИ

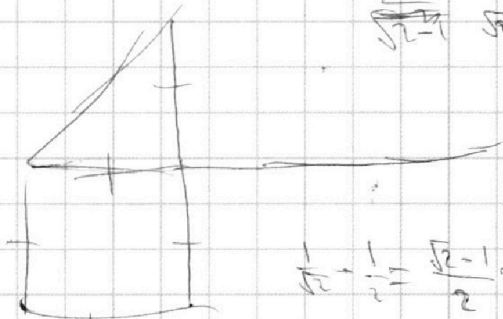
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x + 2y = 2$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{2}$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}-1} \cdot \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{2(\sqrt{2}+1)}{2-1} = 2\sqrt{2}+2$$

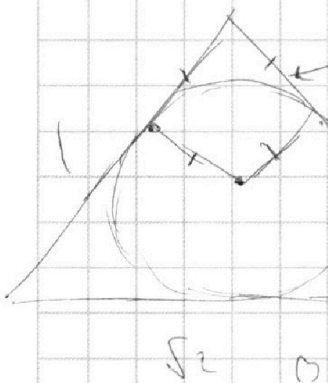


$$\frac{2\sqrt{2}-2}{4}$$

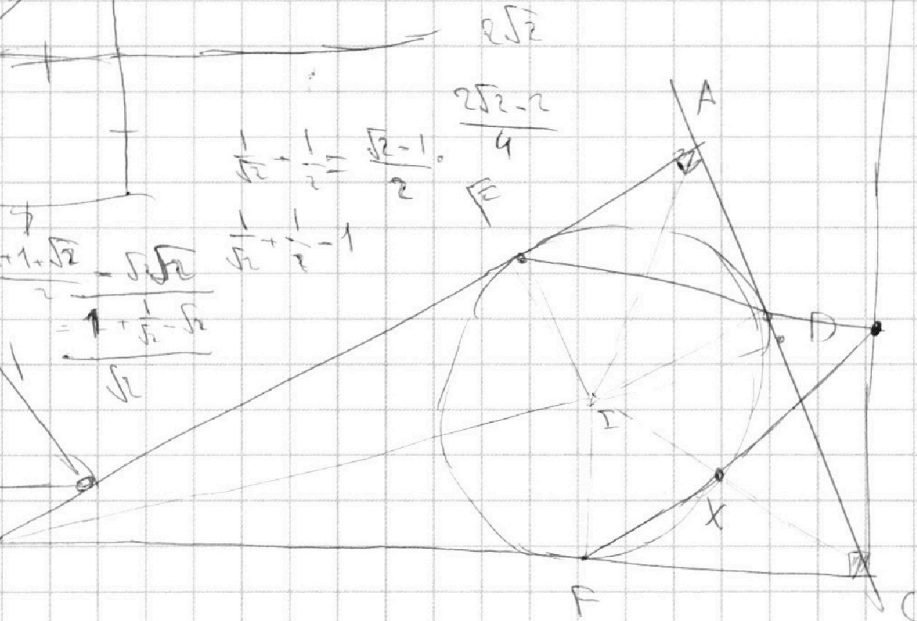
$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} - 1$$

$$\frac{2+1-\sqrt{2}}{2} = \frac{3-\sqrt{2}}{2}$$

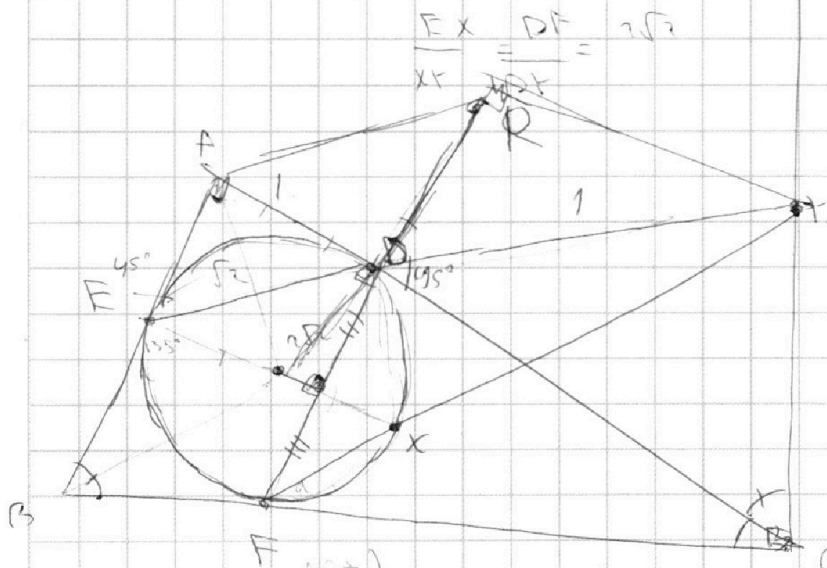


$$\sqrt{2}$$



$$360 - 135 - 90 - \theta = 135 - \theta$$

$$\frac{EX}{x} = \frac{DF}{2\sqrt{2}}$$



$$EX = 2\sqrt{2} \cdot x$$

$$\frac{DF}{\sin \theta} = \frac{CF}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2} \cdot CF$$

$$DF = \sin \theta \cdot \sqrt{2} \cdot CF$$

$$2DF = \sin \theta \cdot CF$$

$$DF = \frac{1}{2} \sin \theta \cdot CF$$

$$\frac{45^\circ}{2} = 90 - (90 - \theta)$$

$$= 45 - \frac{\theta}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x + 2y = z$$

$$\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{z}{z}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{3x^2 - 6xy}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{z}$$

$$2xy = z - 3x = \frac{k(z-y)}{k'x+y}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{6} = \frac{1}{z}$$

$$4y = (z - 3x)^2$$

$$\frac{1}{z} + \frac{1}{z} = 1$$

$$x^2 + \frac{z}{2}(z - 3x)^2$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$z = \frac{2xy}{3x+y} = 3x+2y$$

$$\begin{cases} 3x+2y=1 \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 2 \end{cases}$$

$$2xy = (3x+2y)(3x+2y)$$

$$\begin{cases} 2xy = \frac{1-3x}{2} \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{1-3x} = 2 \end{cases}$$

$$2xy = 9x^2 + 2y^2 + 6xy + 3xy$$

$$9x^2 + 2y^2 - 7xy = 0$$

$$\begin{cases} 2x(1-3x) + 2x = 2(1-3x) \\ 3 - 9x + 2x = 2(1-3x) \\ 6x^2 - 9x + 3 = 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{z} - \frac{3}{2x}$$

$$y = \frac{xz}{2x-3z}$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$y^2 - 3y + 2 = 0$$

$$(y-2)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical work on grid paper. The work includes several algebraic derivations and calculations:

- Top left:** Calculations involving $\frac{48-17}{2} = 15.5$ and $\frac{48+17}{2} = 32.5$.
- Top middle:** A quadratic equation $2x^2 - 3x + 4 = 0$ is solved using the discriminant $D = 9 - 32 = -23$. The roots are $x = \frac{3 \pm \sqrt{-23}}{4}$.
- Top right:** A calculation $48 \pm \sqrt{48^2 - 540} = 48 \pm \sqrt{2304 - 540} = 48 \pm \sqrt{1764} = 48 \pm 42$, leading to 90 and 6 .
- Middle left:** A system of equations $y^2 = 3y + 8$ and $y' = y + 6$ is shown.
- Middle right:** A calculation $36^2 - 8 \cdot 6 \cdot 4 + 16 = 1296 - 192 + 16 = 1120$.
- Bottom left:** A derivation showing $a^2 - 4ab = 4ab - b^2$ and $a(a-b) = b(4a-b)$.
- Bottom middle:** A calculation $(1-4x)^2 = 1 - 8x + 16x^2$.
- Bottom right:** A calculation $540 = 27 \cdot 20$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$t = 213 \quad 1 + 135^2 = 8^2$$

$$\frac{1}{2} + 2x^2 - x = a^2$$

$$3x + 2y = z$$

$$\frac{3}{2x} + \frac{1}{y} = \frac{z}{z}$$

$$a^2 - 2x + \sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b \quad \mu: a$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = \frac{a-b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \quad \text{при } a \neq b$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$a - \sqrt{a} - b + \sqrt{b}$$

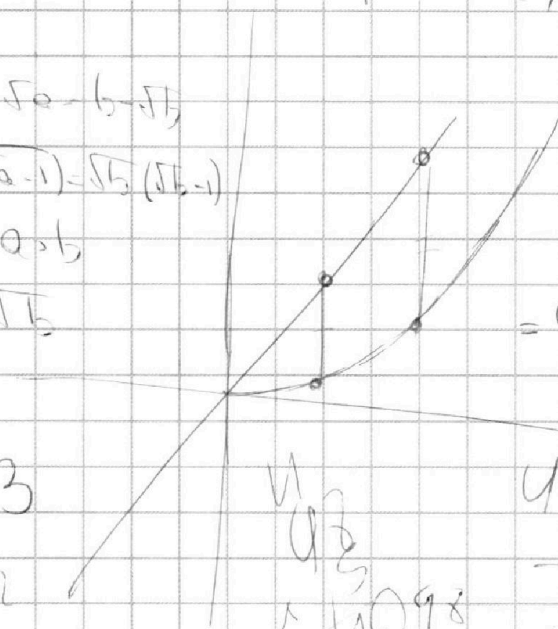
$$\sqrt{a}(\sqrt{a}-1) = \sqrt{b}(\sqrt{b}-1)$$

при $a > b$

$$\sqrt{b} > \sqrt{b}$$

$$-13$$

$$-12$$



$$2x^2 - 3x + 4$$

$$a = b = 422$$

$$x_0 = \frac{3}{4}$$

$$y_0 = 2 \cdot \frac{3}{4} - \frac{3}{4} + 4$$

$$= \frac{13}{4} + 4$$

$$2x^2 + x + 3$$

$$\text{при } x = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{8(48-x) - 5x^2}{x(48-x)}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{48-x} = \frac{8}{5}$$

$$\frac{8(84-x) - 5x^2}{(x+6)(84-x)}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{48-x} = \frac{8}{5}$$

$$= 48 - x - x$$

$$48 - 2x = 8x$$

$$48 = 10x$$

$$x = 4.8$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{48-x} = \frac{8}{5}$$

$$\frac{48-x-x}{x(48-x)} = \frac{8}{5}$$

$$\frac{48-2x}{x(48-x)} = \frac{8}{5}$$

$$5(48-2x) = 8x(48-x)$$

$$240 - 10x = 384x - 8x^2$$

$$8x^2 - 394x + 240 = 0$$

$$x = \frac{394 \pm \sqrt{394^2 - 4 \cdot 8 \cdot 240}}{2 \cdot 8}$$

$$x = \frac{394 \pm \sqrt{155236 - 7680}}{16}$$

$$x = \frac{394 \pm \sqrt{147556}}{16}$$

$$x = \frac{394 \pm 1214.7}{16}$$

$$x_1 = \frac{1608.7}{16} = 100.54$$

$$x_2 = \frac{-820.7}{16} = -51.29$$

$$L - \frac{L v_1}{v_2} = 2 v_1$$

$$L v_2 - L = 2 v_2 S v_1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{v_2}{v_1} - \frac{v_1}{v_2} = 2(v_1 + v_2) \right)$$

$$v_1 + v_2 = 118$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{48-x} = \frac{8}{5}$$

$$\frac{1}{x+6} - \frac{1}{84-x}$$