



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N1

Пусть $ab = k \cdot 3^{11} \cdot 7^{11}$; $bc = l \cdot 3^{18} \cdot 7^{16}$; $ac = m \cdot 3^{21} \cdot 7^{38}$, тогда $ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = klm \cdot 3^{50} \cdot 7^{65}$

Пусть $a = 3^k \cdot 7^l \cdot x$; $b = 3^m \cdot 7^n \cdot y$; $c = 3^p \cdot 7^q \cdot z$; при этом

$x, y, z \not\div 3$; $x, y, z \not\div 7$, т.е. k — максимальное кол-во раз,

сколько можно разделить a на 3,

l — максимальное кол-во раз, сколько можно

разделить a на 7 и т.д. Тогда $k+m \geq 11$;

$k+p \geq 21$; $m+p \geq 18$; $l+n \geq 11$; $l+q \geq 38$; $n+q \geq 16$.

$abc = xyz \cdot 3^{k+m+p} \cdot 7^{l+n+q}$. Пусть $abc = (abc)^2 = k \cdot 3^{k+s} \cdot 7^{l+s}$,

тогда $t = 2(k+m+p)$, $s = 2(l+n+q)$, и, т.к. $ab: 3^{11} \cdot 7^{11}$;

$bc: 3^{18} \cdot 7^{16}$; $ac: 3^{21} \cdot 7^{38}$, верно, что $ab \cdot bc \cdot ac:$

$ab \cdot bc \cdot ac: 3^{11+18+21} \cdot 7^{11+16+38} = 3^{50} \cdot 7^{65} = (abc)^2 \cdot 3^{50}$.

$\cdot 7^{65} \Rightarrow (abc)^2: 3^{50} \cdot 7^{65} \Rightarrow abc: 3^{25} \cdot 7^{33}$, но, т.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$,

то $k, m, p, l, n, q \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Rightarrow l+n+q \geq 38$, т.к.

$l+q \geq 38$. Т.к. $abc: 3^{25} \cdot 7^{33}$; $k+m+p \geq 25$; $l+n+$

$+q \geq 33$, но из предыдущих условий $l+n+q \geq 38 \Rightarrow$

$\Rightarrow abc: 3^{25} \cdot 7^{38} \Rightarrow abc \geq 3^{25} \cdot 7^{38}$. Пусть $a = 3^4 \cdot 7^{19}$;

$b = 3^4$; $c = 3^{14} \cdot 7^{19}$, тогда все верно, и $abc = 3^{25} \cdot 7^{38}$. Ответ: $3^{25} \cdot 7^{38}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2

Пусть ~~$a+b+mk = m \cdot k$~~ $a+b+mk = m \cdot k$; $k \in \mathbb{N}^*$

Тогда $a^2 - 8ab + b^2 = (a+b)^2 - 10ab = (m \cdot k)^2 - 10ab$
 $- 10ab : m \Rightarrow 10ab : m$. Ил. е. $\begin{cases} \text{НОД}(a; m) \neq 1 \\ \text{НОД}(b; m) \neq 1 \\ 10 : m \end{cases}$

случай первый: $10 : m$, тогда $m \leq 10$, ~~и~~

случай второй: $\text{НОД}(a; m) \neq 1$; m е. $a : l$,
и $m : l$; $l : \mathbb{N}$, тогда ~~$m \cdot k$~~ пусть $m = l \cdot n$,

и тогда $a+b = m - k = m - l \cdot (n - k) \Rightarrow a+b : l \Rightarrow$
 $\Rightarrow b : l$, т.к. $a : l \Rightarrow \frac{a}{b}$ можно сократить до $\frac{(\frac{a}{l})}{(\frac{b}{l})} \Rightarrow$

\Rightarrow предполож. неверно

случай третий: $\text{НОД}(b; m) \neq 1$, ~~тогда~~
то же самое, что и ~~случай~~ второй случай.

\Downarrow

$10 : m \Rightarrow m \leq 10$

пример на 10: $a=5; b=5; \frac{a+b}{a^2-8ab+b^2} = \frac{10}{-150} = -\frac{1}{15}$

От * вообще-то, $k \in \mathbb{Z}$, но $m > 0$, т.к. если $m < 0$,
то дробь можно сокр. на $-m > 0$, и $a+b > 0 \Rightarrow k > 0$.

Ответ: 10.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N3

~~2~~

$$2x^2 - 3x + 4 = 2(x^2 - 1,5x + 2) = 2((x - 0,75)^2 + \frac{32-9}{16}) = 2((x - 0,75)^2 + \frac{23}{16}) \geq \frac{23}{8}$$

$$2x^2 + x + 3 = 2(x^2 + 0,5x + 1,5) = 2((x + 0,25)^2 + \frac{24-1}{16}) = 2((x + 0,25)^2 + \frac{23}{16}) \geq \frac{23}{8}$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x = (2x^2 - 3x + 4) - (2x^2 + x + 3) = (\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3})(\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3}) \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2x^2 - 3x + 4} = \sqrt{2x^2 + x + 3} \\ \sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 \end{cases}$$

1. $\sqrt{2x^2 - 3x + 4} = \sqrt{2x^2 + x + 3}$

\sqrt{x} строго возрастает на $D(\sqrt{x}) \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2x^2 - 3x + 4 = 2x^2 + x + 3 \Rightarrow 1 - 4x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 0,25$$

2. ~~$2x^2 - 3x + 4$~~ Пусть $a(x) = 2x^2 - 3x + 4$; $b(x) =$

$$= 2x^2 + x + 3, \text{ тогда м.к. } a(x) \geq \frac{23}{8} > 1; \text{ и } b(x) >$$

$$> 1, \text{ то } \sqrt{a} > 1; \text{ и } \sqrt{b} > 1 \Rightarrow \sqrt{a} + \sqrt{b} > 2,$$

т.е. решений нет $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$ нет.

Ответ: $x = 0,25$.

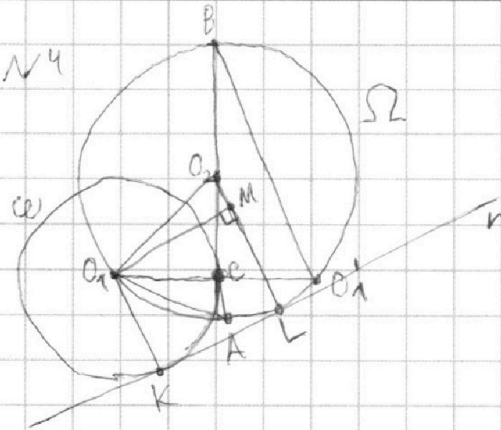
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1. Пусть O_1 — центр ω ,
 O_2 — центр Ω , продолже-
ние O_1C за т. $C \cap \Omega = O'_1$,
общ. кас. к ω и Ω — прямая
 l , $l \cap \omega = K$, $l \cap \Omega = L$, $M \in O_2L$,

при этом $O_1M \perp O_2L$.

2. $\angle BO'_1O_1 = \sphericalangle O_1B$ (насколько α дуга, дуга KY обозна-
чается как $\sphericalangle XY$) $\cdot \frac{1}{2} = \angle O_1AB$, $\angle O_1CA$ и $\angle BCO'_1$ —
вертикальные $\Rightarrow \angle O_1CA = \angle BCO'_1 \Rightarrow \Delta O_1CA \sim$
 $\Delta BCO'_1$ (кажется, так обозначается подобие) \Rightarrow
 $\Rightarrow \frac{BC}{CO'_1} = \frac{O_1C}{CA} \Rightarrow O_1C \cdot CO'_1 = BC \cdot CA = 4 \cdot 16 = 16$

3. O_1C — радиус ω , проведенный к касательной l
 $\Rightarrow \angle O_2CB = 90^\circ \Rightarrow O_1$ и O'_1 симметричны относительно AB ,
т.к. Ω симметрична себе относительно $AB \Rightarrow O_1C = O'_1C =$
 $= \sqrt{16}$ по п. 2 $= 4 \Rightarrow$ радиус $\omega = 4$, а радиус $\Omega = \frac{16+4}{2} =$
 $= 8,5$.

4. O_1K и O_2L — радиусы, проведенные к кас. \Rightarrow
 $\Rightarrow O_1K \perp l$, $O_2L \perp l$, $O_1M \perp O_2L \Rightarrow \angle O_1KO_1M = 90^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow O_1MLK$ — прямая $\Rightarrow O_1M = KL$, $O_1K = ML$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5. O_2M = O_2L - ML = O_2L - O_1K = 8,5 - 4 = 4,5;$$

$$O_2O_1 = \text{радиус } \Omega L = 8,5 \Rightarrow KL = O_1M = \sqrt{O_2O_1^2 - O_2M^2} \\ = \sqrt{8,5^2 - 4,5^2} = \sqrt{72,25 - 20,25} = \sqrt{52}.$$

Ответ: $\sqrt{52}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



15

$$Z = 3x + 2y \Rightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{y} - \frac{2}{Z} = \frac{3}{x} + \frac{1}{y} - \frac{2}{3x+2y}$$

$$= \frac{3xy + 6y^2 + 3x^2 + 2xy - 2xy}{3x^2y + 2xy^2} = \frac{3xy + 6y^2 + 3x^2}{3x^2y + 2xy^2} =$$

$$= \frac{\frac{x^2}{y^2} + 3\frac{x}{y} + 2}{3(x^2y + 2xy^2) \cdot y^2} = 0 \text{ по условию} \Rightarrow \frac{x^2}{y^2} + 3\frac{x}{y} + 2 = 0$$

Замена: пусть $t = \frac{x}{y}$, тогда $t^2 = \frac{x^2}{y^2}$, тогда:

$$t^2 + 3t + 2 = 0$$

$$(t+1)(t+2) = 0$$

$$\begin{cases} t = -1 \\ t = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -y \\ x = -2y \end{cases}$$

Случай первый: $x = -y$:

$$Z = -3y + 2y = -y \Rightarrow \frac{3x^2 - 4y^2 - Z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3y^2 - 4y^2 - y^2}{y^2 - 6y^2}$$

$$= \frac{-2y^2}{-5y^2} = \frac{2}{5}$$

Случай второй: $x = -2y$:

$$Z = -6y + 2y = -4y \Rightarrow x^2 = 4y^2; Z^2 = 16y^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3x^2 - 4y^2 - Z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{12y^2 - 4y^2 - 16y^2}{4y^2 - 6y^2} = \frac{-8y^2}{-2y^2} = 4$$

$\frac{2}{5} < 4 \Rightarrow$ максимум выражения $= 4$ при $x = -2y$, $z = -4y$, тогда всегда вышло, и $\frac{3x^2 - 4y^2 - Z^2}{x^2 - 6y^2} = 4$

Ответ: 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6

Пусть V_1, V_2, S — скорости велосипедиста, скорости мотоциклиста и расстояние между А и В соотв. Тогда известно, что V_1, V_2, S — это действительные неотрицательные числа, V_1, V_2 выражены в $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$, S выражено в км, $V_1, V_2 > 0$. Известно, что:

$$\begin{cases} \frac{S}{V_1} = \frac{S}{V_2} + 2 \\ \frac{SV_2}{V_1} = \frac{SV_1}{V_2} + 36 \\ \frac{S}{V_1+6} = \frac{S}{V_2+6} + 1,25 \end{cases}$$

$$\text{Тогда } \frac{S}{V_1} = \frac{S}{V_2} + 2 \Rightarrow \frac{S}{V_1} - \frac{S}{V_2} = 2 \Rightarrow S(V_2 - V_1) = 2V_1V_2.$$

$$\text{Также } \frac{SV_2}{V_1} = \frac{SV_1}{V_2} + 36 \Rightarrow S\left(\frac{V_2}{V_1} - \frac{V_1}{V_2}\right) = 36 \Rightarrow S(V_2^2 - V_1^2) = 36V_1V_2 \Rightarrow S(V_2 - V_1) = \frac{36V_1V_2}{V_1 + V_2}.$$

$$\begin{cases} S(V_2 - V_1) = 2V_1V_2 \\ S(V_2 - V_1) = \frac{36V_1V_2}{V_1 + V_2} \end{cases} \Rightarrow 2V_1V_2 = 36 \frac{V_1V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow 1 = \frac{48}{V_1 + V_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_1 + V_2 = 48.$$

$$\text{Также } S\left(\frac{1}{V_1+6} - \frac{1}{V_2+6}\right) = 1,25 \Rightarrow S(V_2+6 - V_1+6) =$$

$$= 1,25(V_1+6)(V_2+6) = 1,25(V_1V_2 + 6(V_1+V_2) + 36) =$$

$$= 1,25V_1V_2 + 1,25(6 \cdot 48 + 36) = 1,25V_1V_2 + 405 \Rightarrow S(V_2+6) =$$

$$= 1,25V_1V_2 + 405$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} S(V_2^2 - V_1^2) = 1,25 V_1 V_2 + 405 \\ S(V_2 - V_1) = 2 V_1 V_2 \end{cases} \Rightarrow 0,75 V_1 V_2 = 405 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_1 V_2 = 540$$

$$\begin{cases} V_1 + V_2 = 48 \\ V_1 V_2 = 540 \end{cases} \Rightarrow V_1^2 + V_2^2 = (V_1 + V_2)^2 - 2 V_1 V_2 = 48^2 - 2 \cdot 540 =$$

$$= 1224 \Rightarrow (V_2 - V_1)^2 = 1224 - 2 V_1 V_2 = 1224 - 1080 = 144 =$$

$$144 \Rightarrow \begin{cases} V_1 - V_2 = 12 \\ V_1 - V_2 = -12 \end{cases}$$

$$S(V_2 - V_1) = 2 V_1 V_2 = 1080 \Rightarrow \begin{cases} S = \frac{1080}{12} = 90 \\ S = \frac{1080}{-12} = -90 \Rightarrow S = 90 \\ S \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: 90.

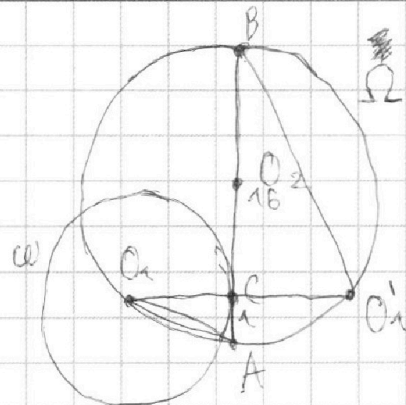
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(8 + 0,5)^2 = 8^2 + 64 + 0,25 = 72,25$$

$$(4 + 0,5)^2 = 16 + 4 + 0,25 = 20,25$$

$$I - II = 52$$

$$d = 2((x + 0,5)^2 + (1,5 - \frac{1}{16})) \geq$$

$$x = 2$$

$$y = -0,5$$

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{-1} - \frac{2}{4} =$$

$$1,5 - 1 - 0,5 = 0$$

$$= -6 \cdot 25 = -150$$

$$\frac{3 \cdot 4 - 4 \cdot 1 - 4 \cdot 4}{4 - 6} = \frac{-8}{-2} = 4$$

$$x = 2$$

$$y = -1$$

$$z = 4$$

~~1~~

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{-1} - \frac{2}{4} =$$

$$25 - 2 \cdot 8 - 8 \cdot 25 = -1,5 - 1 - 0,5 = 0$$

$$= -6 \cdot 25 = -150$$

$$\frac{3 \cdot 4 - 4 \cdot 1 - 4 \cdot 4}{4 - 6} = \frac{-8}{-2} = 4$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4}$$

$$-\sqrt{2x^2 + x + 3} = \frac{2x^2 - 3x + 4 - 2x^2 - x - 3}{\sqrt{2x^2 + x + 3} + \sqrt{2x^2 - 3x + 4}} \neq \frac{1 - 4x}{\dots} = 1 - 4x \Rightarrow$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$x \neq \sqrt{2x^2 + x + 3} + \sqrt{2x^2 - 3x + 4} = 1$$

$$a + b = m - k$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = m \cdot l$$

$$x = -0,25$$

$$(a+b)^2 - 2ab = m \cdot (mk^2) \neq$$

$$-2ab \Rightarrow -2ab = m \cdot n$$



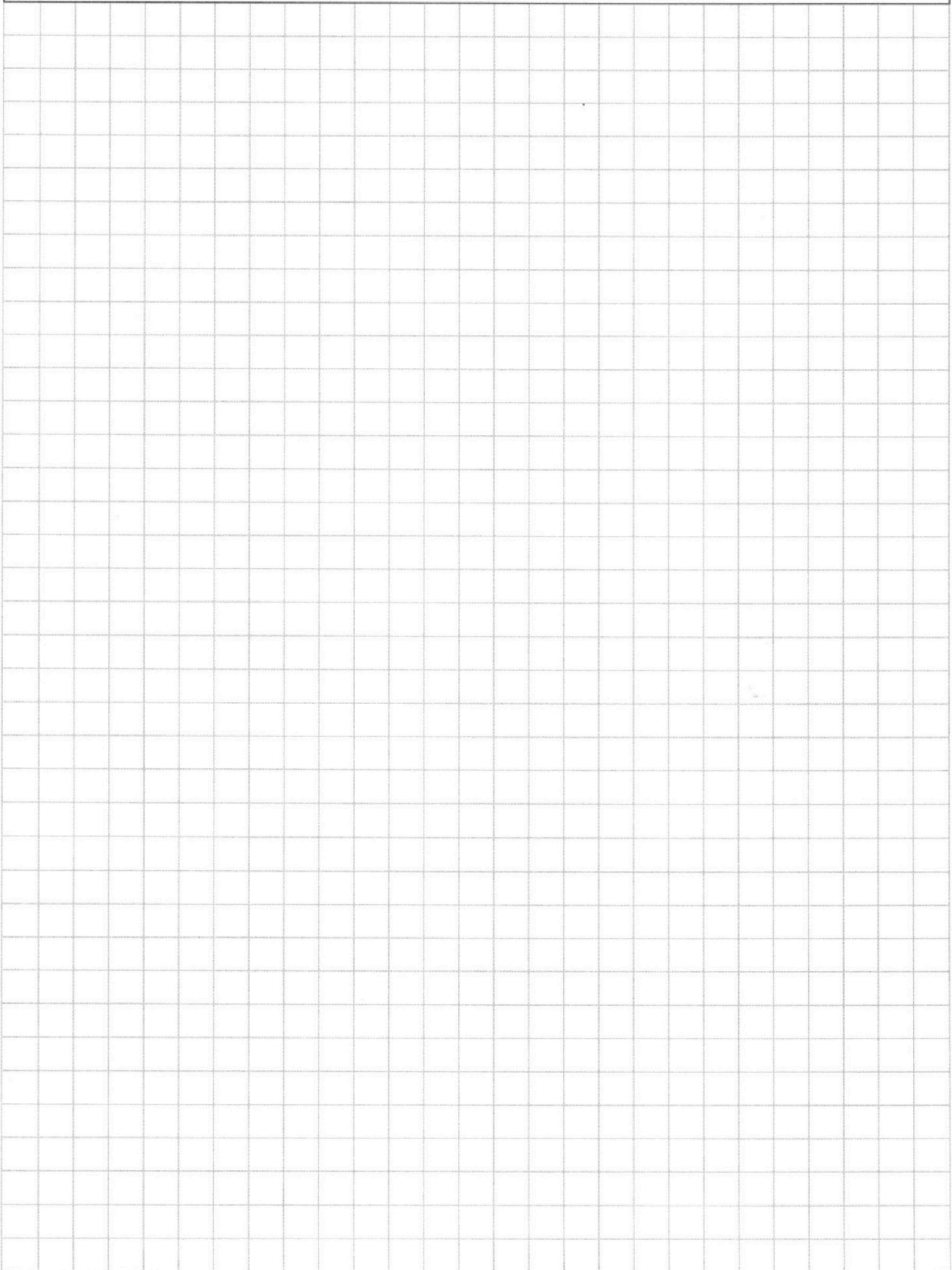
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



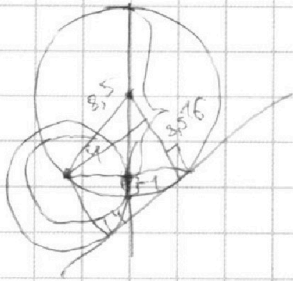
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{2}{3x+2y} = \frac{3}{x} + \frac{1}{y} \quad | \cdot (3x^2y+2xy^2)$$

$$2xy = 9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2xy$$

$$3x^2 + 8xy + 6y^2 = 0$$

$$x^2 + 3xy + 2y^2 = 0$$

$$(x + \sqrt{2}y)^2 + (3 - 2\sqrt{2})xy = 0$$

$$3x^2 - 4y^2 - 2z =$$

$$= 3x^2 - 4y^2 - (3x+2y)^2 = 3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 12xy - 4y^2 = -6x^2 - 12xy - 8y^2$$

$$= -6(x^2 + 2xy)$$

$$\frac{x^2 + 2xy}{x^2 - 6y^2} = -6 \quad | \cdot (x^2 - 6y^2)$$

$$x^2 + 2xy = -(x^2 - 6y^2)$$

$$\frac{2y^2 + xy}{x^2 - 6y^2} = \frac{12 - 4 - 16}{4 - 6} = \frac{-8}{-2} = 4$$

$$\frac{2y^2 + xy}{x^2 - 6y^2} = 4 \quad | \cdot (x^2 - 6y^2)$$

$$2y^2 + xy = 4x^2 - 24y^2$$

$$4x^2 - 25y^2 = 0$$

$$(2x - 5y)(2x + 5y) = 0$$

$$1. x = \frac{5}{2}y$$

$$6 \cdot \frac{(xy + 2y^2)}{x^2 - 6y^2}$$

$$t = \frac{x}{y} \quad t^2 + 3t + 2 = 0$$

$$(t+1,5)^2 = 0,25$$

$$t = -1,5 \pm 0,5$$

$$\begin{cases} t = -1 \\ t = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -y \\ x = -2y \end{cases}$$

$$2. x = -2y$$

$$z = -4y^2$$

$$x^2 = 4y^2 \quad z^2 = 16y^4$$

$$x = ky \quad z = 8k^2y^2 + 2ky^2(3k+2)$$

$$\frac{3k^2 + 2k}{3k^2 + 2k} + \frac{1}{k} = \frac{2}{3k+2}$$

$$3k^2 + 2k + 3k^2 + 2k - 2k = 0 \quad 3k^2 + 4k = 0$$

$$k(3k+4) = 0$$

$$k = -\frac{4}{3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a = 3^k \neq 1 \quad b = 3^m \neq 1 \quad c = 3^p \neq 1 \neq q$$

$$k+m+p \geq 11 \Rightarrow 3^{k+m+p} \geq 3^{11} = 177147$$

$$a+b+c \geq 18 = 240 + 18 + abc : 3^{25}$$

$$k+p \geq 2 \Rightarrow 1 + 36 = 324$$

$$l+n \geq 11 \quad 324 - 125 = 200 \Rightarrow l+n+q \geq \frac{11+16+38}{2} = 32,5 \Rightarrow l+n+q \geq 33$$

$$n+q \geq 16 \Rightarrow 324 + 81 = 405 \Rightarrow l+q \geq 38$$

$$l+q \geq 38 \Rightarrow abc : 3^{25} \Rightarrow abc \geq 3^{25} \cdot 3^3 = 3^{28}$$

$$\begin{cases} k=7 \\ p=14 \\ m=4 \\ l=14 \\ q=14 \\ n=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (V_1+V_2)^2 = 2500 \\ V_1^2+V_2^2+2 \cdot 1080 \\ V_1^2+V_2^2 = 2300-1080 \cdot 2 \\ = 1220 \\ (V_1-V_2)^2 = 1220 \\ -2 \cdot 540 = 140 \end{cases}$$

$$a^2 - 8ab + b^2 = (a+b)^2 - 10ab$$

$$HOA(a,b) = 1$$

$$\frac{5}{8} > \frac{13}{-239}$$

$$\times 100 - 169 = 231$$

$$a+b = k \Rightarrow ab = \frac{ab}{a+b} \cdot (a+b)$$

$$\begin{cases} 10ab : a+b \\ 10ab = ka + kb \end{cases}$$

№ \rightarrow **возможна велосистема**
 \rightarrow **возможна математическая модель**

$$k-10l$$

$$k \rightarrow \text{каким } l = k - \frac{k-1}{k}$$

$$k-1 \Rightarrow k-10l \leq -9k+10 \leq$$

$$l \geq \frac{k-1}{k} \Rightarrow k-10l \leq \frac{k^2-10k+10}{k} = \frac{(k-5)^2-15}{k}$$

$$(k-5)^2 - 15$$

$$135 - 4 = 130 + 400 = 530$$

$$V_1 = 18 \quad t_1 = 5$$

$$V_2 = 30 \quad t_2 = 3$$

$$S = 90$$

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2} \leq \frac{k}{(k-5)^2-15}$$

$$a+b \geq \frac{a^2-8ab+b^2}{(k-5)^2-15}$$

$$x^2 - 1,5x + 2 = (x-0,75)^2 + 2,5625 - 1,4375 = 1,125$$

$$1500 + 640 + 645 = 2304$$

$$1,25 V_1 V_2 + 405 = 2 V_1 V_2 \Rightarrow 0,75 V_1 V_2 = 405$$

$$\begin{array}{r} 5625 \\ 3330 \\ 10000 \\ -5625 \\ \hline 4345 \end{array}$$

$$\frac{ab}{V_1+V_2} = 2 \Rightarrow V_1 V_2 = 405 \cdot \frac{4}{3} = 540$$

$$3x + 2y = z$$

$$3y + z + xz = 2xy$$

$$z = -1$$

$$3x + 2y + z = 0$$

$$3yz + xz + 2xy = 0$$

$$3yz + 2xy + xz = 0$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \dots$$

$$7,5(V_1+V_2) = 7,5 \cdot 48 = 360$$

$$V_1, V_2 \quad t_1, t_2 = \frac{S}{V_1}, \frac{S}{V_2}$$

$$t_1 + t_2 = t_2 + 2$$

$$V_1 t_2 + 36 = V_2 t_1 \Rightarrow \frac{S}{V_1+6} = \frac{S}{V_2+6} + 7,5$$

$$\frac{S V_2 - S V_1}{V_1 V_2} = \frac{S}{V_1} - \frac{S}{V_2} = 2$$

$$1,25 = \frac{S}{V_1+6} - \frac{S}{V_2+6} = \frac{S V_2 - S V_1}{V_1 V_2 + 6(V_1+V_2) + 36}$$

$$b V_1 V_2 = S(V_2 - V_1) \Rightarrow S(V_2 - V_1) = 1,25 V_1 V_2 + 7,5 V_1 + 45 V_2$$