



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $a = 2^{x_a} \cdot 7^{y_a} \cdot d_a$, $b = 2^{x_b} \cdot 7^{y_b} \cdot d_b$, $c = 2^{x_c} \cdot 7^{y_c} \cdot d_c$, где $x_{a,b,c}, y_{a,b,c} \in \mathbb{N} \cup \{0\}$
и $d_{a,b,c} \in \mathbb{N}$: $d_{a,b,c} \perp 2, 7$. Имеем:

$$\begin{cases} x_a + x_b \geq 15 \\ x_b + x_c \geq 17 \\ x_c + x_a \geq 23 \end{cases} \Rightarrow \overbrace{x_a + x_b + x_c}^{x_s} \geq \frac{1}{2}(15 + 17 + 23) = 27,5 \Rightarrow x_a + x_b + x_c \geq 28, \text{ т.к. } x_{a,b,c} \in \mathbb{N} \cup \{0\} \text{ и } 2\text{-простое}$$

$$\begin{cases} y_a + y_b \geq 11 \\ y_b + y_c \geq 18 \\ y_c + y_a \geq 39 \end{cases} \Rightarrow \overbrace{y_a + y_b + y_c}^{y_s} \geq \frac{1}{2}(11 + 18 + 39) = 34. \text{ По парам: } \begin{cases} y_b \in \mathbb{N} \cup \{0\} \\ y_c + y_a \geq 39, y_s \geq 39. \end{cases}$$

$$abc = 2^{x_s} \cdot 7^{y_s} \cdot d_a \cdot d_b \cdot d_c \geq 2^{x_s} \cdot 7^{y_s} \geq 2^{28} \cdot 7^{39} \text{ (т.к. } d_{a,b,c} \in \mathbb{N} \text{)}$$

Пусть $a = 2^{11} \cdot 7^{16}$, $b = 2^5 \cdot 7^0$, $c = 2^{12} \cdot 7^{23}$. Тогда $ab = 2^{16} \cdot 7^{16} : 2^5 \cdot 7^0 = 2^{11} \cdot 7^{16}$, $bc = 2^{17} \cdot 7^{23} : 2^{12} \cdot 7^0 = 2^5 \cdot 7^{23}$,
 $ca = 2^{23} \cdot 7^{39} : 2^{11} \cdot 7^{16} = 2^{12} \cdot 7^{23}$. При этом $abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$ — наименьшее возможное значение произведения.

Ответ: $2^{28} \cdot 7^{39}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МОТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2

Ищем:

$$\left\{ \begin{array}{l} a+b \equiv m \\ a^2 - 7ab + b^2 = (a+b)^2 - 9ab \equiv m \\ m, a, b \in \mathbb{N} \\ a \perp b \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} m, a, b \in \mathbb{N} \\ a+b \equiv m \\ 9ab \equiv m \\ a \perp b \end{array} \right.$$

Покажем, что $a \perp b$ и $a, b \perp m$: a и b не могут одновременно иметь общий делитель > 1 с m , т.к. тогда $a \nmid b$. Предположим НОД a и m имеют общий делитель d . Тогда $a \perp b \Rightarrow b \perp d \Rightarrow a+b \perp d \Rightarrow a+b \perp m$, противоречие. Итак, $a, b \perp m$.

$$\left\{ \begin{array}{l} m, a, b \in \mathbb{N} \\ a+b \equiv m \\ a, b \perp m \\ 9ab \equiv m \\ a \perp b \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} m, a, b \in \mathbb{N} \\ a+b \equiv m \\ a, b \perp m \\ g \equiv m \\ a \perp b \end{array} \right\} \Rightarrow m \leq 9.$$

Пусть $a=4, b=5, m=9$. Тогда $a, b, m \in \mathbb{N}$; $a+b=9 \equiv m=9$; $a^2 - 7ab + b^2 = 16 - 140 + 25 = -99 \equiv m=9$; $a \perp b$. Наибольшее возможное значение m достигнуто.

Ответ: ~~1111~~ 9

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

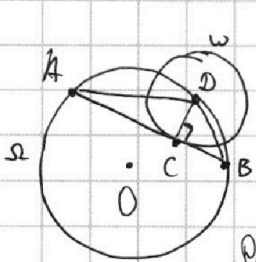
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N3



$$AC:CB = \frac{17}{7}$$

$$R_{\omega} = r = DC = r$$

$$R_{\Omega} = 13 = OA = OD = OB = R$$

$$AB = ?$$

Решение: Пусть $AC = 17a$, $BC = 7a$. Тогда $BD = \sqrt{DC^2 + BC^2} = \sqrt{49 + 49a^2} = 7\sqrt{1+a^2}$;

$$AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{49 + 17^2 a^2}$$

т.к. синусов $\triangle ABD$: $\frac{AD}{\sin \angle ABD} = 2R$. $\sin \angle ABD = \frac{DC}{DB} \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2R = \frac{AD \cdot BD}{DC} = \frac{\sqrt{49 + 17^2 a^2} \cdot 7\sqrt{1+a^2}}{7} = \sqrt{49 + 17^2 a^2} \cdot \sqrt{1+a^2} = \sqrt{17^2 a^4 + (17^2 + 49)a^2 + 49} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4R^2 = 4 \cdot 13^2 = 4 \cdot 169 = 676 = 289a^4 + 338a^2 + 49 \Leftrightarrow 289x^2 + 338x - 627 = 0, \text{ где } x = a^2. \text{ Тогда}$$

$$x = \frac{-338 \pm \sqrt{338^2 + 4 \cdot 627 \cdot 289}}{2 \cdot 289} = \frac{-338 \pm \sqrt{169^2 + 627 \cdot 289}}{2 \cdot 289} = \frac{-169 \pm \sqrt{169^2 + 627 \cdot 289}}{289} = \frac{-169 \pm \sqrt{28561 + 181203}}{289} =$$

$$= \frac{-169 + \sqrt{209764}}{289} = \frac{-169 + 2\sqrt{52441}}{289} = \frac{-169 + 2 \cdot 229}{289} = 1 \Rightarrow a = 1, \text{ т.к. } \forall x = a^2 \text{ и } a > 0.$$

Поэтому $AC = 17a$, $BC = 7a$, $AB = 24a = 24$

Ответ: 24.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{4}$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x \Leftrightarrow \sqrt{y+z} - \sqrt{y} = z, \text{ где } y = 3x^2 + 3x + 1, z = 1 - 9x.$$

Рассмотрим случай I: Заметим, что $y = 3x^2 + 3x + 1 > 0$, т.к. $D = 9 - 4 \cdot 3 = -3 < 0$ и старший коэффициент > 0 .

I. $z \geq 0$ (покажем $y > 0$)

$$\sqrt{y+z} - \sqrt{y} = z \Leftrightarrow y+z = y + z^2 + 2\sqrt{y} \cdot z \Leftrightarrow z = z(z + 2\sqrt{y}) \Leftrightarrow \begin{cases} z=0 \\ 2\sqrt{y} = 1-z \end{cases} \text{ Решим } 2\sqrt{y} = 1-z \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z \leq 1 \\ 4y = 1+z^2-2z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq 1-9x \leq 1 \\ 12x^2 + 12x + 4 = 1 + z^2 - 2z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq \frac{1}{9} \\ 69x^2 - 12x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq \frac{1}{9} \\ x = \frac{2 \cdot 6 \pm \sqrt{4 \cdot 6^2 + 4 \cdot 69 \cdot 4}}{2 \cdot 69} = \frac{6 \pm \sqrt{4 \cdot 9 + 4 \cdot 69}}{69} = \frac{2}{69} (3 \pm \sqrt{78}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq \frac{1}{9} \\ x = \frac{2}{69} (3 + \sqrt{78}), \text{ т.к. } \sqrt{78} > 8 > 3. \end{cases}$$

Проверим $x \leq \frac{1}{9}$. $\frac{2}{69} (3 + \sqrt{78}) \leq \frac{1}{9} \Leftrightarrow 18(3 + \sqrt{78}) \leq 69 \Leftrightarrow 54 + 18\sqrt{78} \leq 69 \Leftrightarrow 18\sqrt{78} \leq 15 \Rightarrow \sqrt{78} < 1$.

Противоречие.

Итак, $\begin{cases} z=0 \\ 2\sqrt{y} = 1-z \end{cases} \Leftrightarrow z=0 \Leftrightarrow 1-9x=0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{9}$.

II $z < 0$ (покажем $y > 0$)

$$\sqrt{y+z} - \sqrt{y} = z \Leftrightarrow \sqrt{t+k} - \sqrt{t} = k, \text{ где } t = y+z, k = -z > 0, t = y+z = 3x^2 - 6x + 2.$$

$$\sqrt{t+k} - \sqrt{t} = k \Leftrightarrow \begin{cases} t+k = t + k^2 + 2k\sqrt{t} \\ t \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = k(k + 2\sqrt{t}) \\ t \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k + 2\sqrt{t} = 1 \\ t \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4t = (1-k)^2 \\ k \leq 1 \\ t \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4t = (1-k)^2 \\ k \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x^2 - 24x + 8 = (2-9x)^2 = 81x^2 - 36x + 4 \\ 9x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \leq \frac{2}{9} \\ 69x^2 - 12x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{2}{9} \\ x = \frac{2}{69} (3 + \sqrt{78}) \end{cases} \text{ (см. случай II)}. \text{ Проверим } x \leq \frac{2}{9}. \frac{2}{69} (3 + \sqrt{78}) \leq \frac{2}{9} \Leftrightarrow 9(3 + \sqrt{78}) \leq 69 \Leftrightarrow 27 + 9\sqrt{78} \leq 69 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 9\sqrt{78} \leq 42 \Leftrightarrow \sqrt{78} \leq \frac{14}{3} \Leftrightarrow 78 \cdot 9 \leq 196 \text{ - неверно. Противоречие.}$$

Ответ: $x \in \left\{ \frac{1}{9} \right\}$

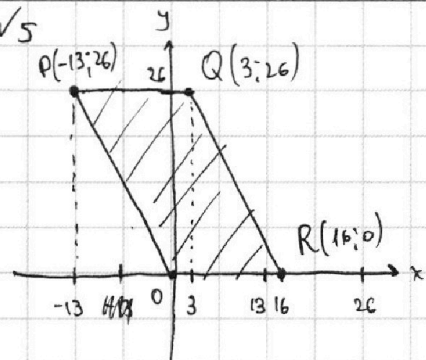
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

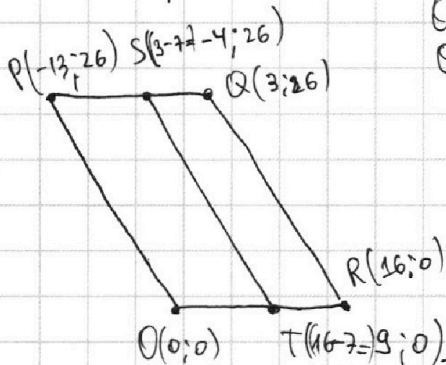


~~Найти~~ Обозначим внутренность (включая границу) параллелограмма $OPQR$ как I .

$$E = (x; y) \in I \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 0 \\ y \leq 26 \\ 2x + y \geq 0 \\ 2x + y \leq 32 \end{cases}$$

Зафиксируем $A = (x_1; y_1) \in I$ и рассмотрим мн-во век $B = (x_2; y_2) : 2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$.

Значит, что это мн-во - прямая, параллельная QR , одна из точек которой отстоит от A на $+7$ в направлении x и на 0 в направлении y .



Обозначим внутренность (включая границу) параллелограмма $OPST$ как J .

Очевидно, если $A \in J$, и y_1 чётно, подходящих B

равно $\frac{26-0}{2} + 1 = 14$; если $A \in J$ и y_1 нечётно, подо-

ходящих B равно $(26-0+1) - 14 = 13$; если $A \notin J$, подо-

ходящих B нет.

Тогда пар $(A; B)$ равно $\underbrace{(x_S - x_P)}_{=9} \cdot \left(\underbrace{\left(\frac{26-0}{2} + 1 \right)}_{=14} \cdot 14 + \underbrace{\left((26-0+1) - \left(\frac{26-0}{2} + 1 \right) \right)}_{=13} \cdot 13 \right) = 9(14^2 + 13^2) =$

#положений A при фикс. x_1 и чётн y_1 #положений A при фикс. x_1 и нечётн y_1

$$= 9(196 + 169) = 9 \cdot 365 = 3285$$

Ответ: 3285

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



√6

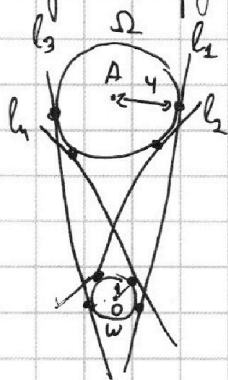
$$a = ? : \exists b \in \mathbb{R} : \exists \text{ ровно 2 } (x_i, y_i) : \begin{cases} ax + y - 2b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) = 0 \end{cases}$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \leq 4^2 \\ x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \geq 4^2 \end{cases} \Leftrightarrow \text{точка } (x_i, y_i) \text{ принадлежит ровно 1 из кругов } B_1 \text{ и } B_2, \text{ где } B_1 \text{ имеет центр } B(0, 0) \text{ и радиус } 1, B_2 \text{ имеет центр } B(0, 12) \text{ и радиус } 4.$$

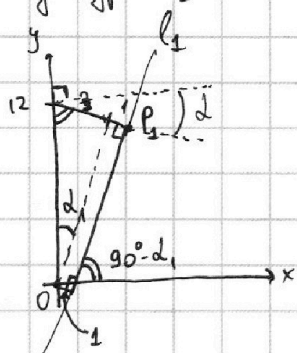
Очевидно, $B_1 \cap B_2 = \emptyset$. Тогда "ровно 1" \Leftrightarrow "хотя бы 1"

$ax + y - 2b = 0$ — ур-е прямой (A, b) . Тогда все (x_i, y_i) , являющиеся решениями исходной системы образуют пересечение прямой и совокупности двух непересекающихся кругов. Возможны случаи: не пересекаются и пересечение прямой и круга содержит либо 0, либо 1, либо 2 точки, то, что спрашивают \Leftrightarrow прямая $ax + y - 2b = 0$ касается B_1 и B_2 .

Обозначим окружности — радиусы B_1 и B_2 ω и Ω , соответственно. Оу проходит через центр $A(0, 12)$.



Находим ур-е l_1 .



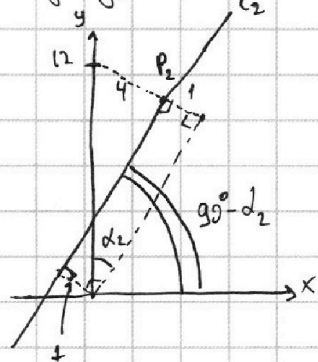
$$\sin d_1 = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}, d_1 \in (0; 90^\circ) \Rightarrow \text{ctg } d_1 = \sqrt{\frac{1 + \sin^2 d_1}{1 - \sin^2 d_1}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{16}}{1 - \frac{1}{16}}} = \sqrt{\frac{17}{15}} = \text{tg}(90^\circ - d_1)$$

Прямая проходит через $P_1 = (0 + 4 \cos d_1, 12 - 4 \sin d_1) = (\sqrt{15}, 11)$.
 l_1 вида $y = k_1 x + b_1$; $k_1 = \text{tg}(90^\circ - d_1) = \sqrt{15}$. $P_1 \in l_1 \Leftrightarrow 11 = \sqrt{15} \cdot \sqrt{15} + b_1 \Rightarrow b_1 = -4$.

$$l_1: y = \sqrt{15}x + (-4) \Leftrightarrow -\sqrt{15}x + y - 8(-\frac{1}{2}) = 0$$

Итак, $\{a = -\sqrt{15} \text{ подходит}\}$
 Поскольку l_3 симметрична отн. AB , т.е. ОУ $\{a = \sqrt{15} \text{ тоже подходит}\}$

Находим ур-е l_2 .



$$\sin d_2 = \frac{5}{12}, d_2 \in (0; 90^\circ) \Rightarrow \cos d_2 = \sqrt{1 - \sin^2 d_2} = \frac{\sqrt{119}}{12}; \text{ctg } d_2 = \frac{\sqrt{119}}{5} = \text{tg}(90^\circ - d_2)$$

Прямая проходит через $P_2 = (0 + 4 \cos d_2, 12 - 4 \sin d_2) = (\frac{\sqrt{119}}{3}, 12 - \frac{5}{3})$
 l_2 вида $y = k_2 x + b_2 = \text{tg}(90^\circ - d_2)x + b_2 = \frac{\sqrt{119}}{5}x + b_2 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow y + (-\frac{\sqrt{119}}{5})x + (-b_2) = 0$$

Итак, что существует подходящее $b_2 \Rightarrow \Rightarrow \exists$ подходящее b . $a = -\frac{\sqrt{119}}{5}$ подходит. Аналогично, $a = \frac{\sqrt{119}}{5}$ подходит.

Ответ: $a \in \{-\sqrt{15}; +\sqrt{15}; -\frac{\sqrt{119}}{5}; +\frac{\sqrt{119}}{5}\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a+b \mid m; a^2 - 7ab + b^2 \mid m. a^2 - 7ab + b^2 = (a+b)(a+b) - 9ab$$

hook: $9ab \mid m$
 $a+b \mid m$
 $m \rightarrow \max$
 $a \perp b$

пусть $m > 1$. По условию $a \perp b$

$a+b \mid m \Rightarrow a, b \mid m$

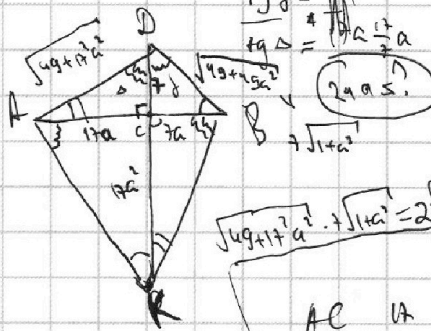
$9 \mid m$

$a \perp b$

4.

$$\frac{4+5}{16-7 \cdot 4 \cdot 5+25} = \frac{9}{-99}$$

140



$$\frac{AC}{CB} = \frac{17}{7}$$

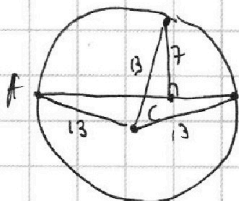
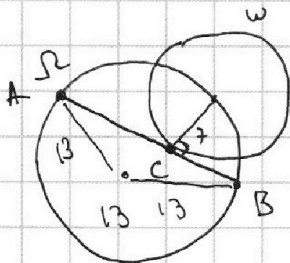
$$338 \cdot (50-1) = 16900 - 338$$

$$338$$

$$16562$$

$$209764$$

$$52441$$



$$49((9+17a)/(17a)) = 4R^2$$

$$17^2 = (20-3)^2 = 400 - 2 \cdot 3 \cdot 20 + 9 = 289 + 45$$

$$2 \cdot 10^5 = 2 \cdot 6 \cdot 5 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$$

$$13 \cdot 15 \cdot 10^2 = 300$$

$$1000 \cdot \frac{59020 \cdot 600}{46 \cdot 38}$$

$$91$$

$$AD \cdot DB = 182$$

$$169 \cdot 4 = 400 + 140 + 76$$

$$164 \cdot 676$$

$$7 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 7 = 7^2 (49 - 2 \cdot 13)$$

$$52441$$

$$17$$

$$119$$

$$170$$

$$289$$

$$49$$

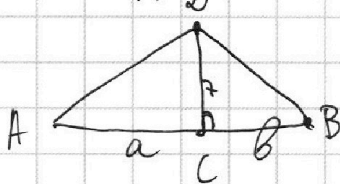
$$338$$

$$150288$$

$$-340 + 1 = 28561$$

$$x^2 - a = 0$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = x_n - \frac{x_n^2 - a}{2x_n} = x_n - \frac{1}{2}x_n + \frac{1}{2}\frac{a}{x_n} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{a}{x_n}\right)$$



$$\frac{AC}{BC} = \frac{17}{7}$$

$$R_0 = 13$$

$$\frac{AD}{DC} = 2R = \frac{AD \cdot DB}{7} \Rightarrow AD \cdot DB = 2 \cdot 13 \cdot 7 = 182$$

$$\frac{BD}{DC} = 2R = \frac{AD \cdot BD}{7}$$

$$AD \cdot DB = 182$$

$$xy = 2^2 \cdot 13^2 \cdot 7^2$$

$$\frac{AD^2 - 49}{BD^2 - 49} = \frac{17^2}{49}$$

$$\frac{x-49}{y-49} = \frac{17^2}{49} \Leftrightarrow 49x - 7^4 = 17^2 y - 49 \cdot 17$$

$$355 + \frac{209764}{710} < 355 + \frac{209764}{700} < 355 + \frac{210000}{700} = 355 + 300 = 655$$

$$\frac{a}{b} = \frac{17}{7} \Leftrightarrow a = \frac{17}{7}b$$

$$\frac{17^2}{7^2} b^4 + 17^2 b^2 + 7^2 b^2 + 7^2 = 2^2 \cdot 13^2 \cdot 7^2$$

$$(a^2 + 49)(b^2 + 49) = 2^2 \cdot 13^2 \cdot 7^2$$

$$\left(\frac{17^2}{7^2} b^2 + 49\right)(b^2 + 49)$$

$$x_0 = 1000$$

$$289x^2 + 16562x + 627$$

$$x_0 = 300$$

$$x_1 = 50 + \frac{52441}{600} = 270$$

$$x_2 = 135 + \frac{52441}{540} = 235$$

$$x_3 = 1$$

$$355 + \frac{209764}{710} < 355 + \frac{209764}{700} < 355 + \frac{210000}{700} = 355 + 300 = 655$$

$$500 + 209764 \cdot 710 = x_1$$

$$5643$$

$$5016$$

$$1254$$

$$161203$$

$$150288$$

$$(10-1)^4 = 28900 - 340 + 1 = 28561$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 235 \\ \times 235 \\ \hline 705 \\ 470 \\ \hline 55225 \end{array}$$

$$x_3 = 117 + \frac{52441}{470} = 228$$

$$x_4 = 114 + \frac{52441}{456} = 114 + 115 = 229$$

$$\begin{array}{r} -52441 \quad 470 \\ 47 \\ \hline -54 \\ 47 \\ \hline -24 \\ 47 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 52441,000 \\ -456 \\ \hline 6844 \\ -456 \\ \hline 2280 \\ -2280 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$(230-1)^2 = 52900 - 460 + 1 = 52441$$

$$2 \cdot 229 = 458$$

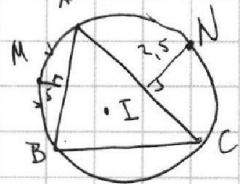
$$\sin \alpha = \frac{15}{4}; \quad \cos \alpha = \frac{5}{4}$$

$$s^2 + c^2 = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$y = 3x^2 + 3x + 1$$

$$\sqrt{y+1-9x} - \sqrt{y} = 1-9x$$



I. $1-9x \geq 0$

$$1-9x \geq 2\sqrt{y} \Leftrightarrow \sqrt{y+1-9x} = 1-9x \Leftrightarrow y+1-9x = (1-9x)^2$$

II. $1-9x \leq 0 \Leftrightarrow 9x-1 \geq 0$

$$\sqrt{y} - \sqrt{y+(1+9x)} = 9x-1$$

$$1-9x$$

$$3! = 3 \cdot 104 = 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 13$$

$$\frac{260-4}{36} = \frac{256}{36}$$

$$9-4-3-1$$

$$21-12=69$$

$$0 \geq 9x-1 \geq 1$$

$$\sqrt{y+(1-9x)} - \sqrt{y} = 1-9x \Leftrightarrow 2y+(1-9x) - 2\sqrt{y}\sqrt{y+(1-9x)} = 1-9x$$

$$\sqrt{y+z} - \sqrt{y} = z \Leftrightarrow y+z = y+z^2+2\sqrt{y}\cdot z \Leftrightarrow z = z(z+2\sqrt{y}) \Leftrightarrow 2\sqrt{y} = 1+z$$

$$\frac{6 \pm \sqrt{36+4 \cdot 69}}{69} = \frac{6 \pm \sqrt{324}}{69}$$

$$y+z = z^2 + y + 2z\sqrt{y}$$

$$4^2 = 49 - 4^2 = z = z(z+2\sqrt{y})$$

$$= 49 - 196$$

$$2\sqrt{y} = 1+z$$

$$16 \cdot 69 = 87$$

$$4y = 81x^2$$

$$12x^2 + 12x + 4 = 81x^2$$

$$9 + 69 = 78$$

$$69x^2 - 12x - 4 = 0$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 4 \cdot 69 \cdot 4}}{2 \cdot 69} = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 69 \cdot 4}}{69}$$

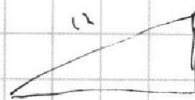
$$= \frac{2 \pm 2\sqrt{9+78}}{69} = \frac{2}{69} \pm \frac{2\sqrt{87}}{69}$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$9x = 1$$

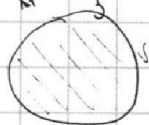
$$3 \cdot \frac{1}{9} = \frac{2}{3} + 2 \geq 0 \checkmark$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{4} \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4} \Rightarrow \operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{15}$$



$$10 < 144 - 25 < 11$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 170 \\ x^2 + (y-12)^2 - 4^2 \leq 0 \\ x^2 + y^2 - 100 \\ x^2 + y^2 - 100 \\ x^2 + (y-12)^2 - 4^2 \geq 0 \end{cases}$$



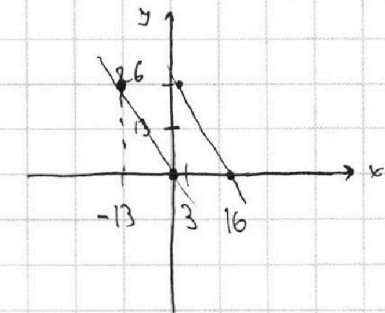
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y \in [0; 26]; \quad y + 2x \geq 0 \\ y + 2x \leq 32$$

$$\begin{array}{r} 169 + 196 \\ \hline 365 \\ - 365 \\ \hline 3285 \end{array}$$