МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь
$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$
При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение
$$\sqrt{3x^2-6x+2}-\sqrt{3x^2+3x+1}=1-9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система
$$\begin{cases} ax+y-8b=0, \\ (x^2+y^2-1)\left(x^2+(y-12)^2-16\right)\leqslant 0 \end{cases}$$
имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Чистовик

№1)

$ab = k\,2^{15}7^{4}$

$bc = n\,2^{17}7^{18}$

$ca = m\,2^{23}7^{39}$

$\min(abc)$ – ?

$a, b, c \in \mathbb{N}$

$k, m, n \in \mathbb{N}$

$\min(abc) = x$. пусть

$$\begin{cases} \cancel{x \geq 2^{23}7^{39}} \Rightarrow x \vdots 2^{23}7^{39} \\ x \in \mathbb{N} \\ x^2 = knm\,2^{55}7^{68} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2knm}\,2^{27}7^{34} \\ \sqrt{2knm} \in \mathbb{N} \\ \sqrt{2knm}\,2^{27}7^{34} \vdots 2^{23}7^{39} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2knm}\,2^{27}7^{34} \\ \sqrt{2knm} \in \mathbb{N} \\ 2^{4}\times\sqrt{2knm} \vdots 7^{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} knm \vdots 2 \\ \sqrt{knm} \vdots 7^{5} \end{matrix} \Rightarrow knm \vdots 2\times 7^{10}$$

Т.к. мы ищем $\min(abc)$, нам нужно $\min(knm)$

$\Rightarrow knm = 2\times 7^{10}$

Тогда $\min(abc) = x = \sqrt{2\times 2\times 7^{10}}\times 2^{27}\times 7^{34} = 2^{28}\times 7^{39}$

Пример:

$k = 2$, $n = 7^{10}$, $m = 1$ $\Rightarrow$
$ab = 2^{16}7^{11} \Rightarrow c = 2^{12}7^{28}$
$bc = 2^{17}7^{28} \Rightarrow a = 2^{11}7^{11} \Rightarrow abc = 2^{28}7^{39}$
$ac = 2^{23}7^{39} \Rightarrow b = 2^{5}$

Ответ: $2^{28}7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Чистовик

№2)

$$\frac{(a+b)\vdots m}{(a+b)^2-9ab\ \vdots m} \Rightarrow \frac{(a+b)^2-9ab\ \vdots m}{a+b\ \vdots m} = a+b-\frac{9ab\ \vdots m}{a+b\ \vdots m} = a+b-9b+\frac{9b^2}{a+b} =$$

$$\cancel{= a-8b+9b\frac{1}{\frac{a}{b}+1}}$$

a не имеет с b никаких общих множителей (кроме 1), т.е. $\frac{b^2}{a+b}$ — не сократима, но $(a+b)$ может иметь общие множители с 9.

~~[illegible]~~ т.е. $\max(m) = 9$.

Пример: $\frac{a}{b} = \frac{4}{5}$

$$\frac{9}{9^2-9\times4\times5} \vdots 9 = \frac{1}{9-20} = -\frac{1}{11}$$

Ответ: 9.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

чистовик

№4)

$$\sqrt{3x^2-6x+2}-\sqrt{3x^2+3x+1}=1-9x$$

З.П. $a=3x^2+3x+1$ $\quad b=1-9x$

$\sqrt{a+b}-\sqrt{a}=b$

$a\geq 0$
$D=9-4\cdot 3<0$
$3>0 \Rightarrow a\geq 0$ всегда при $\forall x$

$a+b\geq 0$
$3x^2-6x+2\geq 0$
$x\in(-\infty;1-\frac{\sqrt3}{3}]\cup[1+\frac{\sqrt3}{3};\infty)$

$\sqrt{a+b}=b+\sqrt{a}$; $b+\sqrt{a}\geq 0$

$a+b=b^2+a+2b\sqrt{a}$

$b^2+b(2\sqrt{a}-1)=0$

$b=0$

$1-9x=0$

$x=\frac{1}{9}$

1) $\frac{1}{9}+\sqrt{a}\geq 0$ ✓

2) $\frac{1}{81}\cdot 3-6\cdot\frac{1}{9}+2\geq 0$ ✓

$x=\frac{1}{9}$ - корень

$b+2\sqrt{a}-1=0$

$\sqrt{a}=\frac{1-b}{2}$; $\frac{1-b}{2}\geq 0 \Rightarrow b\leq 1$

$a=\frac{(1-b)^2}{4}$

$\cancel{(3x^2+3x+1)4=81x^2}$

$\cancel{69x^2-12x-4=0}$

$$\begin{cases} b+\sqrt{a}\geq 0\\ b\leq 1\\ \sqrt{a}=\frac{1-b}{2}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\sqrt{a}\geq -b\\ b\leq 1\\ \sqrt{a}=\frac{1-b}{2}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\frac{1-b}{2}\geq -b\\ b\leq 1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b\geq -1\\ b\leq 1\end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases}1-9x\geq -1\\ 1-9x\leq 1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x\geq 0\\ x\leq \frac{2}{9}\end{cases}$$

$69x^2-12x-4=0$

$D=12^2+4^2\cdot 69=4^2\cdot(3^2+69)$

$x_{1,2}=\frac{12\pm 4\sqrt{3^2+69}}{2\cdot 69}=\frac{6\pm 2\sqrt{78}}{69}$

$x=\frac{6-2\sqrt{78}}{69}<0$ - не корень

$x=\frac{6+2\sqrt{78}}{69}>\frac{22}{69}>\frac{2}{9}\Rightarrow$

$\Rightarrow$ не корень

Ответ: $\frac{1}{9}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

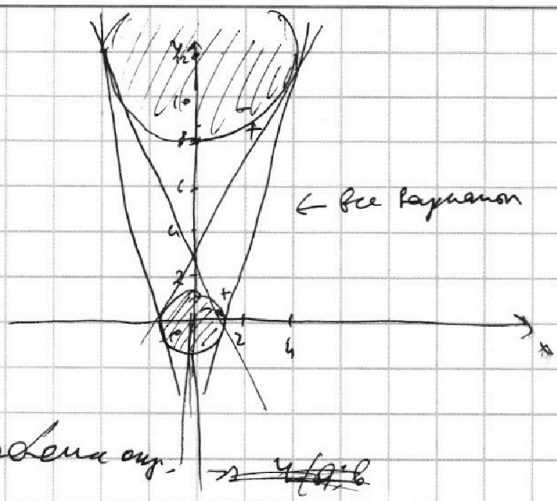
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

ЧИСТОВИК

№6) $a - ?$ $\exists b$, ровно 2 решения

$$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16)\leq 0 \end{cases}$$



← все варианты

По ~~на~~ графику видно, что решениями являются $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x^2+(y-12)^2=16 \end{cases}$

~~Или~~ прямая явл. кас. для обеих окр. ~~⇒ 4/a·b~~

~~либо она пересекает ровно одну окр. 2 раза~~

$$\begin{cases} y=8b-ax \\ x^2+(8b-ax)^2=1 \\ x^2+(8b-12-ax)^2=16 \end{cases} \quad \begin{cases} y=8b-ax \\ x^2(1+a^2)-16abx+64b^2=1 \\ x^2(1+a^2)-2(8b-12)ax+(8b-12)^2-16=0 \end{cases}$$

$$D_1 = 16^2a^2b^2-4(1+a^2)(64b^2-1)$$
$$D_2 = 4(8b-12)^2a^2-4(1+a^2)((8b-12)^2-16)$$

Варианты: $D_1=D_2=0$

~~$D_1>0$ $D_2<0$~~

~~$D_1\leq 0$ $D_2>0$~~

$$D_1 = 2^8a^2b^2-2^8a^2b^2+4+2^8b^2+4a^2 = 4a^2-2^8b^2+4$$
$$D_2 = 2^6-4(8b-12)^2+2^6a^2$$

1) ~~$4a^2-2^8b^2+4=0$~~

~~$a^2=\frac{2^8b^2-4}{4}$~~

$\Rightarrow$ $2^6-4(8b-12)^2+2^4(2^8b-4)=0$

$\Rightarrow$ $2^4-(8b-12)^2+2^2(2^8b-4)=0$

$(2^3b)^2+144-24\cdot 8b-2^4+2^4-2^{10}b=0$

$2^6b^2-2^{10}b-2^6\cdot 3b+144=0$

$D=(2^{10}+2^6\cdot 3)^2-4\cdot 2^{16}\cdot(2^4\cdot 3^2)<0 \Rightarrow$

~~$\Rightarrow a\in\varnothing$~~

~~$b\in\varnothing$~~

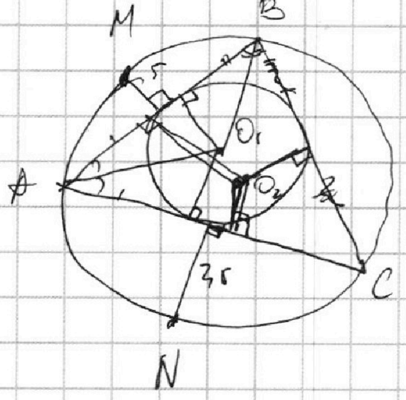
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

черновик



$$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ \left[\begin{array}{l} x^2+y^2=1 \\ x^2+(y-12)^2=16 \end{array}\right. \end{cases}$$

$\cancel{y=8b-ax}$

$y=8b-ax$

$(8b-ax)^2+x^2=1$

$(1+a^2)x^2-16bax+64b^2-1=0$

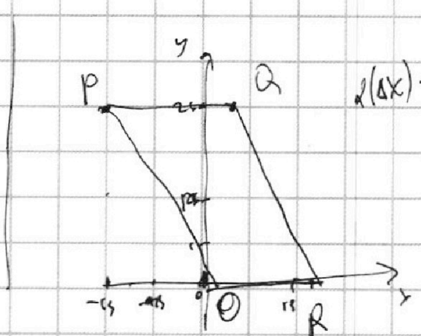
$D=16^2b^2a^2-4(1+a^2)(64b^2-1)$

$2^8b^2a^2-2^8b^2+4-2^8a^2b^2+a^2 4 \geq 0$

$4a^2 \geq 2^8b^2+4$

$a^2 \geq 2^6b^2+1$

$a^2=2^6b^2+1$



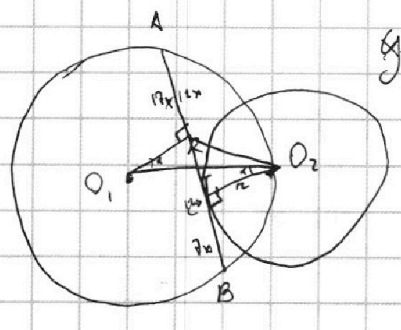
$2(\Delta x)+\Delta y=14$

$y=0$

$(x^2-1)(x^2+144-16) \leq 0$

$(x-1)(x+1)$

$x \in [-1;1]$



$\cancel{y(26-y)=7x\cdot 17x}$

$\cancel{y^2-26y+7\cdot 17x^2=0}$

$\cancel{2 \cdot 24x \sin AO_2B}$

$\frac{24x}{\sin AO_2B}=2R$

$2^6-4(8b-12)^2+2^{12}b^2+2^6=0$

$2^{12}+2^{12}b^2=4(8b-12)^2$

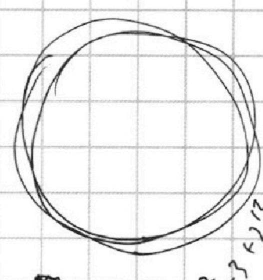
$2^{10}+2^{10}b^2=2^2(2b-3)^2$

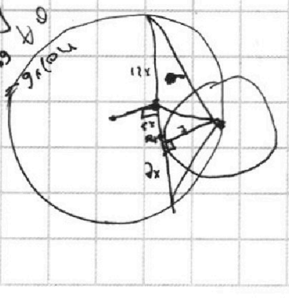
$2^6+2^6b^2=(2b-3)^2$

$2^6+2^6b^2=4b^2+1-4b$

$60b^2+4b+63=0$

$D=16-\dots$





$y=k-ax$

$x^2+(k-ax)^2=8$

$2^{20}\times 2^{12}+3\times 2^{12}\cdot 9-2^{10}\cdot 9\cdot 4 \geq 0$

$2^8\times 2^5+3\cdot 9-2^{10}\cdot 9$

$256+3\cdot 2^{\dots}\cdot 9$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

~~Чистовик~~ черновик

№1) $ab \vdots 2^{15}7^{11}$ $\quad \cancel{a^2b^2c^2 \vdots 2^{55}7^{68}}$ $\quad k,m,n \in N$ $(a,b,c \in N)$

$bc \vdots 2^{17}7^{18}$

$ca \vdots 2^{23}7^{39}$

$ab = k \cdot 2^{15}7^{4}$

$bc = n \cdot 2^{17}7^{18} \Rightarrow a^2b^2c^2 = kmn 2^{55}7^{68}$

$ac = m \cdot 2^{23}7^{39}$ $\quad abc = \sqrt{kmn2^{55}}\,7^{34}$

~~Т.к. надо найти min(abc), то надо сделать min($\sqrt{kmn2^{55}}$),~~
~~учитывая что abc $\in N$, как произведение N чисел~~

~~$\Rightarrow abc = \sqrt{2 \cdot 2^{55}}\,7^{34} = 2^{28}7^{34}$~~

$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-9x$

ОДЗ: $a = 1-9x$ $\quad t \geq 0 \quad t+a \geq 0$

$t = 3x^2+1+3x$

$\sqrt{t}$

~~$\sqrt{t \ldots}$~~ $-$ ~~$\sqrt{t+3x}$~~ $= 1-9x$

$\sqrt{t-9x+1}$

$16+6$

$\frac{6+16}{69} = \frac{22}{69}$ $\quad 5\frac{2}{3}$

$\sqrt{t+a} - \sqrt{t} = a$

~~$2t+a-2\sqrt{t^2+ta} = a^2$~~

$t+a = (a+\sqrt{t})^2 = a^2+2\sqrt{t}a+t$

$a^2+2\sqrt{t}a-a=0$

$1-b \geq 0$

$b \leq 1$

$a=0 \quad a+2\sqrt{t}-1=0$

$2\sqrt{t} = 1-a$ $\quad \Leftarrow \frac{1-a}{2} \geq 0$

$8^2 < 78 < 9^2$

$t = \frac{(1-a)^2}{4}$ $\quad \frac{1-1+9x}{2} \geq 0$

$\begin{cases} b \leq 1 \\ b+\sqrt{a} \geq 0 \\ \sqrt{a} = \frac{1-b}{2} \end{cases}$

$3x^2+3x+1 = \frac{(1+9x+1)^2}{4}$ $\quad x \geq 0$

$12x^2+12x+4 = 81x^2$

$\frac{1-b}{2} \geq -b$

$69x^2-12x-4=0$

$\frac{1}{2} \geq -\frac{b}{2}$

$D = 12^2+16 \cdot 69 = 4^2 3^2 + 4^2 \cdot 3 \cdot 22$

$1 \geq -b$

12

$x = \frac{12 \pm 4\sqrt{9+69}}{2 \cdot 69}$ не подх.

$b \geq -1$

$x_{1,2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$

$1-9x \leq 1$ $\quad 9x \geq 0 \quad x \geq 0$

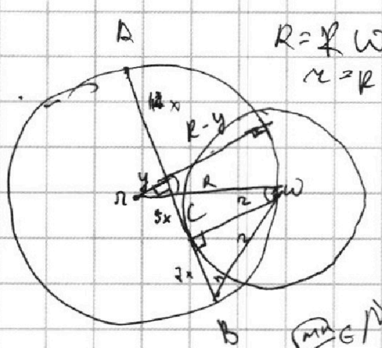
$1-9x \geq -1$ $\quad -9x \geq -2$ $\quad 9x \leq \frac{2}{9}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$R = R\omega = 7$

$r = R\Omega = 13$

$AB - ?$

$BC : AC = 7 : 17$

$\frac{9b^2}{a+b}$ – сократ. дроб.

$\frac{a+b}{9b^2} = \frac{k}{n}$

$a+b = mk$

$9b^2 = mn \quad b = \frac{\sqrt{mn}}{3}$

$12^2 x^2 = O_1 K \times (R - O_1 K) = y(R-y)(y+R)$

$\frac{\sqrt{mn}}{3} \in \mathbb{N}$

$y^2 - yR + 12^2 x^2 = 0 \quad a = mk - \frac{\sqrt{mk}}{3} \quad R^2 - y^2$

$a - ? \; \exists b$: 2 реш

$a + b = mk$

$D = R^2 - 12^2 x^2 \cdot 4$

$y = \sqrt{R^2 + 12^2 x^2}$

$a = c^2 - \frac{c}{3}$

$a + \frac{\sqrt{mn}}{3} = mk$

$mk - \frac{\sqrt{mn}}{3}$

$y = \frac{R \pm \sqrt{R^2 - 24^2 x^2}}{2}$

$\frac{9b^2}{a+b} \qquad \frac{a+b}{9b^2} \; c : 3$

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \end{cases}$$

$(7x)^2 = n \times (n + 2r)$

$n^2 + 2nr - 49x^2 = 0$

$9b \frac{b}{\frac{a}{b}+1}$

$y = 8b - ab = \frac{3mk}{\sqrt{mn}} - 1$ – нецел.

$(12-4)(12+4)$

$3\sqrt{\frac{m}{n}}k - 1$

$\cancel{(x^2+y^2-1)(x^2+y^2-24y+16 \cdot 8) \leq 0}$

$\cancel{r^2 + 49x^2 = (r+n)^2}$

$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 9ab} \vdots m$

$(7x)\cdot 14x^2 = y(y+2r)$

$\left(1+\frac{a}{b}\right)b \; \vdots \; m$

$b^2\left(\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 7\left(\frac{a}{b}\right) + 1\right) \vdots m$

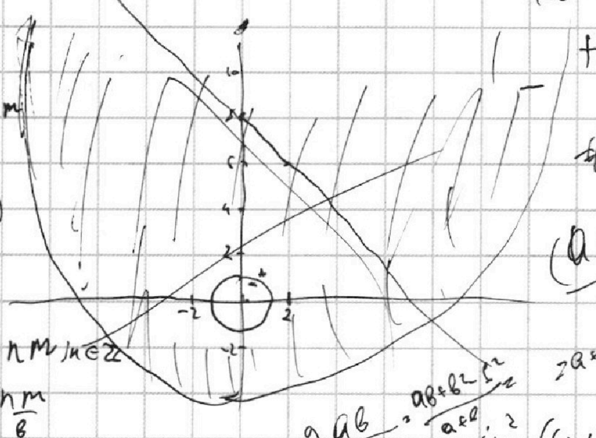
$+ \frac{-9ab}{a+b}$

$\frac{p(p+24)}{m}$

$7x \cdot 17x^2 = 13 \times y$

$y = \frac{7x \cdot 17^2}{13}$

$9ab + 9b^2 - 9b^2 = 9b(a+b) - 9b^2$



$\frac{(a+b)^2 - 9ab}{a+b}$

$\left(1 + \frac{a}{b}\right)b = nm, \; n \in \mathbb{Z}$

$a+b - \frac{9ab}{a+b}$

$\frac{nm}{b}$

$y = 8b - ax$

$\frac{9ab}{a+b} = \frac{ab + b^2 - b^2}{a+b}$

$y^2 + (y-12)^2 = 15$

$49 \cdot 3 + 58$

$x^2 + 64b^2 - 16bax + a^2x^2 = 1$

$\frac{a}{b}$ – нецел.

$= b - \frac{b^2}{a+b}$

$-24y + 12^2 = 15$

$x^2(1+a^2) - 16bax + 64b^2 - 1 = 0$

$y = \frac{12^2 - 15}{24} = \frac{144-15}{24} = \frac{48-5}{8} = \frac{43}{8}$

$b \frac{\frac{a}{b}+1-1}{\frac{a}{b}+1}$

$D = 16^2 b^2 a^2 - 4(1+a^2)(64b^2 - 1) \geq 0$

$4^4 b^2 a^2 - 4 \times 4^3 b^2 + 4 - 4^4 a^2 b^2 + 4a^2 \geq 0$

$1\,2\,3\,4\,5\,6\,7$

$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$

$4a^2 - 4^4 b^2 + 4 \geq 0 \qquad a^2 - 4^3 b^2 + 1 \geq 0$

$\frac{2+3}{2^2 - 7 \cdot 2 \cdot 3 + 3^2} = 13 - 42 = -29$

$\frac{\left(\frac{2}{3}+1\right)3}{8^2\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 7 \cdot \frac{2}{3} + 1\right)}$

$\frac{48}{64}$

$\frac{3+5}{3^2 - 7 \cdot 3 \cdot 5 + 5^2} = \frac{8}{34 - 105} = \frac{8}{-71}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

черновик

$ab \vdots 2^{15} 7^4$ min(abc) - ?

$bc \vdots 2^{17} 7^{18}$

$ac \vdots 2^{23} 7^{39}$

$a^2b^2c^2 \vdots 2^{55} 7^{68}$

$abc \vdots 2^{56} 7^{68}$

$(abc)^2 \vdots 2^{55} 7^{68}$

$22+39=61$

$-5x+2>3x+1$

$-9x+1 \geq 0$

$ab = k 2^{15} 7^{11}$

$bc = n 2^{17} 7^{18}$ $\Rightarrow abc = \sqrt{knm 2^{55}} \times 7^{34}$

$ac = m 2^{22} 7^{39}$

$2a^2b^2c^2 \vdots 2^{56} 7^{68}$

$abc = 2^{28} 7^{34}$

$ab = 2^{15} 7^{11}$

$bc = 2^{17} 7^{18}$

$ac = 2 \cdot 2^{23} \times 7^{39}$

$a = 2^9 7^{11}$

$b = 2^5$

$c = 2^{13} 7^{28}$

$c = \frac{x}{2^{15} 7^{11}}$

пусть

$k = 2$

$n = 7^{10}$

$m = 1$

$ac = a \frac{x}{2^{15}7^{11}} = 2^{24} 7^{39}$

$ax = 2^{39} 7^{50}$

$ab = 2^6 7^{11}$

$bc = 7^{28} 2^{17}$

$ac = 2^{21} 7^{39}$

$\frac{a}{c} = \frac{2^{15}7^4}{2^{17}7^{18}} = \frac{1}{2^2 7^{14}}$

$ab = 7^4$

$bc = 7^{18}$

$ac = 7^{39}$

$a = 2^{11} 7^{11}$

$b = 2^5$

$c = 2^{18} 7^{28}$

$a^2b^2c^2 = 7^{4+18+39} = 7^{68}$

$abc = 7^{34}$

$b = \frac{x}{k 2^{23} 7^{39}}$

$ac = 7^{39}$

$a = 7^{16}$

$c = 7^{23}$

$a = \frac{x}{n 2^{17} 7^{18}}$

$c = \frac{x}{m 2^{15} 7^{11}}$

$\begin{cases} x \geq 2^{23} 7^{39} \\ \frac{x^3}{2^{55} 7^{68} knm} = x \\ x \in N \end{cases}$

$x^2 = 2^{55} 7^{68} knm$

$x = \sqrt{2knm}$

$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$

$\sqrt{2kmn} \, 7^{34} 2^{28} \geq 2^{23} 7^{39}$

$\sqrt{2knm} \, 2^4 \geq 7^5$

$\begin{cases} \sqrt{2knm} \in N \\ \sqrt{2knm} \geq 7^5 \end{cases}$

$\sqrt{2knm} \geq 7^{10}$

$knm \geq 7^{10}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ