



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{15}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{23}7^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 17 : 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-13; 26)$ ,  $Q(3; 26)$  и  $R(16; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ .

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

**МФТИ**

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ab : 2^{15} \cdot 7^{14} \\ bc : 2^{17} \cdot 7^{18} \\ ac : 2^{23} \cdot 7^{39} \end{cases}$$

Если перемножить  $ab, bc, ac$ , то так как  $a$  в делится минимально на  $2^{15} \cdot 7^{14}$ ,  $bc$  делится минимально на  $2^{17} \cdot 7^{18}$ , а  $ac$  делится минимально на  $2^{23} \cdot 7^{39}$ , то результатом будет делиться минимально на  $2^{55} \cdot 7^{68}$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{55} \cdot 7^{68} \Leftrightarrow (abc)^2 : 2^{55} \cdot 7^{68}, \text{ но квадрат натурального}$$

числа обязательно должен делиться на квадрат каждого из чисел в каноническом разложении.  $\Rightarrow$  если  $(abc)^2 : 2^{55}$ , то  $(abc)^2 : 2^{56}$

$(abc)^2 : 2^{56} \cdot 7^{68}$ , а  $bc$  возведем в квадрат, значит минимально умножим его на  $2^{26} \cdot 7^{34}$ , тогда  $abc : 2^{26} \cdot 7^{34}$ , это значение и есть минимальное значение  $abc$

Ответ:  $2^{26} \cdot 7^{34}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$$

рассмотрим градус

$$\frac{(a+b)^2-9ab}{a+b} = a+b - \frac{9ab}{a+b}$$

найдем НОД<sub>1</sub>(9ab, a+b)

1)  $9ab = (a+b)m$

$$9ab = a+b$$

тогда  $a = \frac{b}{9b-1}$

и  $a:b = \frac{1}{9} -$  сократимая дробь

2)  $9ab = k(a+b)$  тогда  $a+b = \frac{ab}{k}$

$$b = \frac{a}{a-1} \text{ и } \frac{a}{b} - \text{сократимая}$$

или

$$a+b = 9a$$

$$a = \frac{b}{8} \text{ и } \frac{a}{b} - \text{сократимая}$$

$$a+b = 9b \text{ аналогично.}$$

3)  $9abk = (a+b)$  тогда  $a = \frac{b}{9bk-1}$  и  $\frac{a}{b}$  сократимая

4)  ~~$9abk = m(a+b)$~~

Ответ:  $m=1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = (1-9x) \cdot \sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} \quad \text{ОДЗ:}$$

$$3x^2-6x+2 \geq 0 \quad \left[ \frac{1-\sqrt{5}}{3}, \frac{1+\sqrt{5}}{3} \right]$$

$$3x^2+3x+1 \geq 0 \quad (-\infty, +\infty)$$

$$1-9x = (1-9x) \left( \sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} \right)$$

$$(1-9x) \left( 1 - \sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} \right) = 0$$

$$x = \frac{1}{9}$$

$$1 = \sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1}$$

$$\frac{3}{81} - \frac{6}{9} + 2 > 0$$

$$1 = 3x^2-6x+2 + 3x^2+3x+1 + 2\sqrt{(3x^2-6x+2)(3x^2+3x+1)}$$

$$\frac{3}{81} + \frac{3}{9} + 1 > 0$$

$$6x^2-3x+2 = -2\sqrt{(3x^2-6x+2)(3x^2+3x+1)}$$

$$36x^4 - 18x^3 + 12x^2 - 18x^3 + 9x^2 - 6x + 12x^2 - 6x + 4 = 4(9x^4 + 9x^3 + 13x^2 - 18x^3 - 18x^2 - 6x + 6x^2 + 6x + 1)$$

$$36x^4 - 36x^3 + 13x^2 - 12x + 4 = 36x^4 + 36x^3 + 12x^2 - 36x^2 + 8$$

$$72x^3 - 69x^2 + 12x + 4 = 0$$

т.к.  $72x^3 > 69x^2$ , то у уравнения больше чем каменителюных корней, то есть оставшиеся корни не удовлетворяют ОДЗ.

$$\text{Ответ: } x = \frac{1}{9}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax + y - 66 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

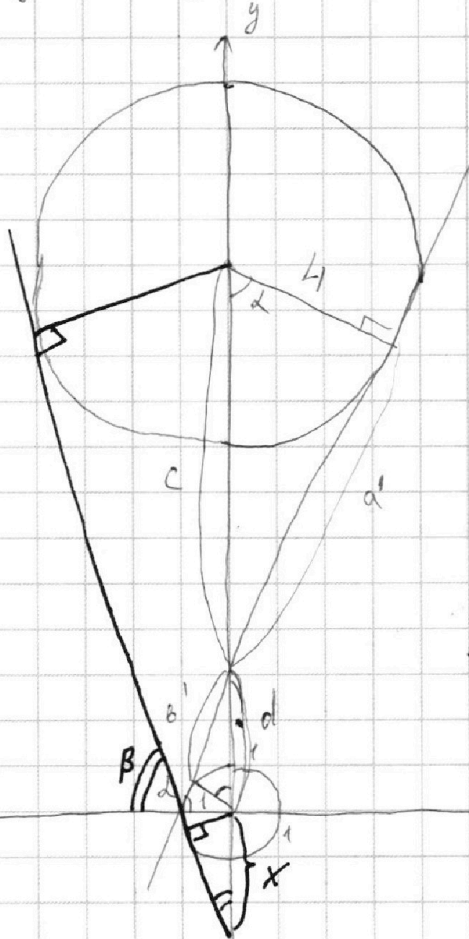


График второго уравнения - внутренность окружностей, внешняя граница. График второго уравнения - прямая. Нужно, чтобы эта прямая была общей касательной.

$$1) \operatorname{tg} \alpha = (-a) = \frac{a'}{4} = \frac{6}{4} \Leftrightarrow a = 4.8$$

9 - коэффициент подобия  $\Delta$ -ов

$$\begin{cases} c + d = 12 \\ c = 4d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = \frac{12}{5} \\ c = \frac{48}{5} \end{cases}$$

$$d = \frac{12}{5} \quad (6) \text{ в уравнении прямой}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{d^2 - 1}}{1} = \frac{\sqrt{119}}{5}$$

В силу симметрии рисунка  
подходим  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{119}}{5}$

$$a = \pm \frac{\sqrt{119}}{5}$$

2) Из подобия  $\Delta$ -ов, образованных внешней секущей  $k = \frac{1}{4}$   
тогда  $\frac{x}{x+12} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = \frac{12}{5}$ ,  $\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}} = \frac{5}{\sqrt{119}} = \frac{5\sqrt{119}}{119}$

В силу симметрии рисунка этот коэффициент тоже может

быть с другим знаком.

Отв:  $a = \pm \frac{\sqrt{119}}{5}$ ;  $\pm \frac{5\sqrt{119}}{119}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



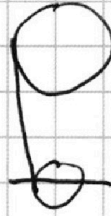
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

ЧЕРНОВИК

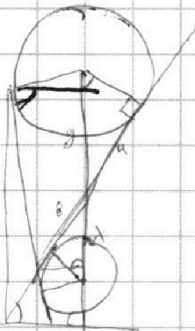
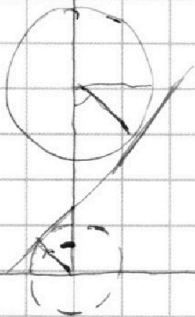
$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

4-1

$$5 \cdot (4 + 144 - 16) \leq 0$$



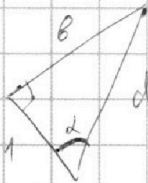
14 135



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{1} = \frac{a}{1} \quad a = 9b$$

$$\begin{aligned} x + y &= 11 & 5x &= 11 \\ \frac{y}{x} &= 4 & x &= \frac{11}{5} \\ y &= 9x \end{aligned}$$

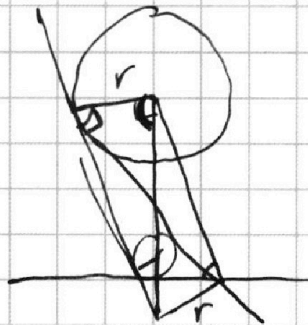
$$\begin{aligned} 4x &= x + 12 \\ x &= \end{aligned}$$



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{144 - 1}}{1} = \frac{\sqrt{143}}{1} = \frac{119}{5}$$

$$\frac{144}{25} = \frac{119}{5}$$

ax



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

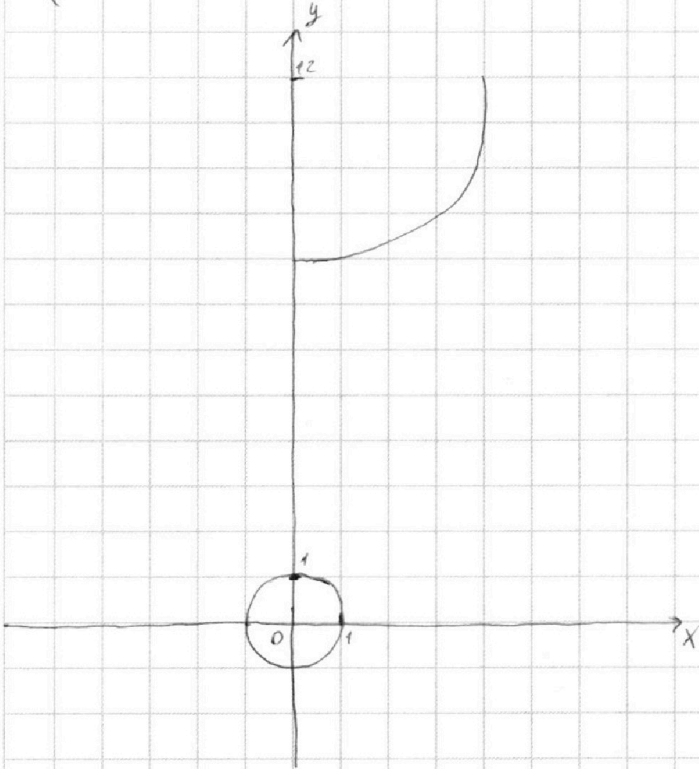
6

7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax + y - 88 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



### ЧЕРНОВИК

$$\begin{cases} ax+y-bb=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \end{cases}$$

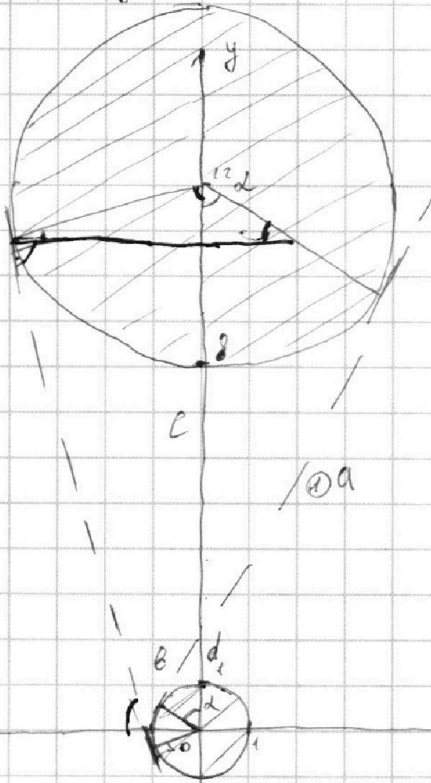


График второго уравнения - внутренности окружностей, внешняя граница. График первого уравнения - прямая. Нужно чтобы эта прямая была общей касательной двух окружностей.

$$1) \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{4} = 1 \Leftrightarrow a = 4b$$

4 - коэффициент касания треугольничков

$$\begin{cases} c+d=12 \\ c=4d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = \frac{12}{5} \\ c = \frac{48}{5} \end{cases}$$

$d = \frac{12}{5}$  - это коэффициент в уравнении

$$y = bb - ax$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{(12/5)^2 - 1}}{1} =$$

подставим известную точку

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{d^2 - 1}}{1} = \frac{\sqrt{(12/5)^2 - 1}}{1} \quad \frac{12}{5} = a$$

коэффициент (-a) в уравнении  $y = -ax + bb$

тогда на прямая, симметричная данной, относительно Oy будет также подходить под условие.  $a = \pm \frac{\sqrt{115}}{5}$

$$\frac{3-54}{61} = \frac{51}{61} + 2$$

$$\frac{3}{61} + \frac{3}{9} + 1 = \frac{30}{61} + 1 =$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$1 - \cos^2 \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\sqrt{4x^2 + 9} + \sqrt{17x^2 + 9} = 9$$

$$4x^2 + 9 + 17x^2 + 9 - 2\sqrt{17x^2 + 9} = 2 \cdot 9 - 2 \cdot 9 \cos \alpha = 2 \cdot 9 - 2 \cdot 9 \cos \alpha$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

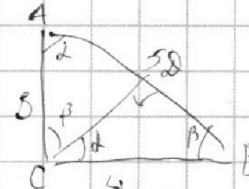
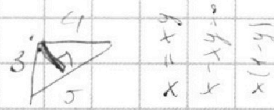
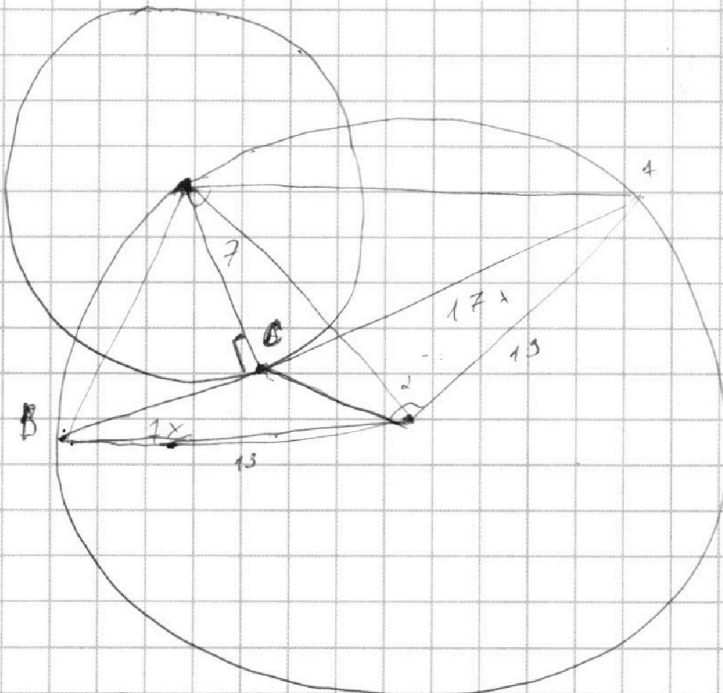
$$\cos^2 \alpha (\operatorname{tg}^2 \alpha + 1) = 1$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1}$$

$$-2\sqrt{17x^2 + 9} + 2\sqrt{9x^2 + 9} \cos \alpha = 2 \cdot 9 - 2 \cdot 9 \cos \alpha$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$D = 1 + 4 = 5$$



$$\frac{AD}{CD} = \frac{CB}{BD}$$

$$CD^2 = AD \cdot BD$$

$$x + 2 \cdot 13 - 36 = 0$$

$$(1-9x) \sqrt{1-17x^2-6x+2} = \sqrt{9x^2+3x+1}$$

$$\sqrt{9x^2 - 6x + 2} = \sqrt{9x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$x^2 - 2x + 1 + 2x^2 - 9x + 1$$

$$(\sqrt{9x^2 - 6x + 2})^2 = 9x^2 - 2\sqrt{9x^2 + 2}$$

$$9x^2 + 3x + 1 = x^2 + 2x + 1 + 2x^2 + x = (x+1)^2 + x(2x+1)$$

$$3x^2$$

$$4x^2 + 2x + 1 - x^2 + x = (2x+1)^2 - x(x+1)$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 - 6 = 3$$

$$-3x^2$$

$$3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 = (1-9x)$$

$$(1-9x) = (1-9x) \sqrt{\dots}$$

$$(1-9x) \sqrt{1-17x^2-6x+2}$$

$$\frac{9}{4}$$

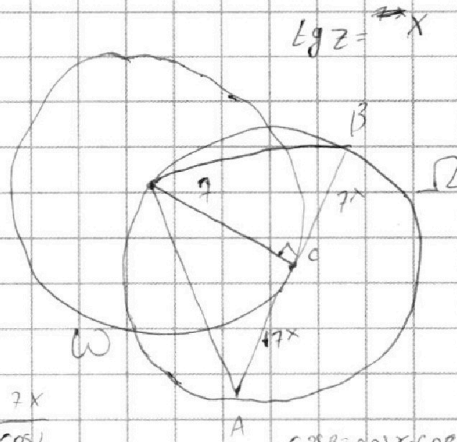
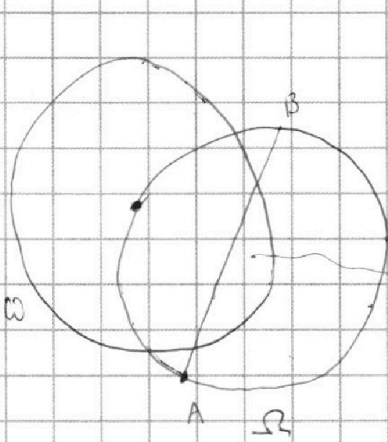
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



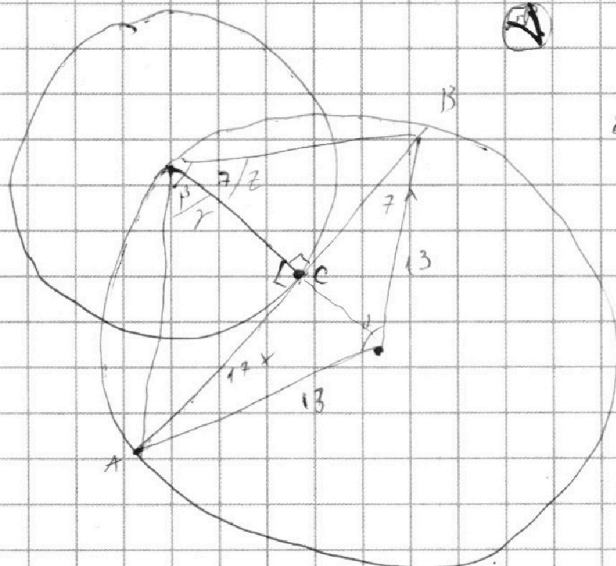
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{7}{\sin \alpha} = \frac{7x}{\cos \alpha}$$



$$\cos \beta = \cos \alpha \cdot \cos \beta Z - \sin \alpha \cdot \sin \alpha Z$$



$$2\alpha + 2\beta = 360$$

$$2\alpha + 2\beta = 720$$

$$\alpha = 360 - \frac{1}{2}\beta = 2\pi - \frac{1}{2}\beta$$

$$2 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13^2 \cos \alpha = 576x^2$$

$$\cos(2\pi - \beta) = \cos 2\pi \cdot \cos \beta + \sin 2\pi \cdot \sin \beta$$

$$2 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13 \cdot \cos(\frac{1}{2}\beta) = 576x^2$$

$$\frac{1}{2}\beta = \cos(\frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\beta Z) = \cos(\frac{1}{2}\alpha) \cdot \cos(\frac{1}{2}\beta Z) - \sin(\frac{1}{2}\alpha) \cdot \sin(\frac{1}{2}\beta Z) = 2 - \cos \frac{\beta}{2}$$

$$\cos \alpha = \cos(\frac{1}{2}\alpha)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\cos^2 \frac{1}{2}\alpha - \sin^2 \frac{1}{2}\alpha}{\cos^2 \frac{1}{2}\alpha + \sin^2 \frac{1}{2}\alpha} = \frac{2\cos^2 \frac{1}{2}\alpha - 1}{1 + \cos \alpha}$$

$$2\cos^2(\frac{1}{2}\alpha) = 1 + \cos \alpha$$

$$\cos(\frac{1}{2}\alpha) = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$\sin(\frac{1}{2}\alpha) = \sqrt{1 - \frac{1 + \cos \alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{19 + 17x^2}$$

$$\cos(\beta) = \cos \alpha \cdot \cos Z - \sin \alpha \cdot \sin Z = \cos \alpha \cdot \cos Z - \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} \cdot \sqrt{1 - \cos^2 Z} = \sqrt{7^2 + 17x^2}$$

$$\frac{7}{\sqrt{7^2 + 17x^2}} = \sqrt{1 - \frac{19 + 17x^2}{19 + 17x^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{49}{7^2 + 17x^2}}$$

$$\frac{13}{5x^2} = \frac{13}{5x^2}$$

$$\frac{388 - 576x^2}{538} = \cos \alpha$$

$$\frac{2 \cdot 13^2 - 576x^2}{2 \cdot 13^2} = \cos \alpha$$

$$\frac{5}{7} = 6$$

$$\cos 2\beta = \cos^2 \beta - \sin^2 \beta = 2\cos^2 \beta - 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$1 = \sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 2x$$

$$1 = 3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 + 2\sqrt{\dots}$$

$$1 = 6x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{\dots}$$

$$3x - 6x^2 - 2 = 2\sqrt{\dots}$$

$$3x(6x^2 - 3x + 2)^2 = 2(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1) = 2(9x^4 + 9x^3 + 9x^2 - 18x^3 - 18x^2 - 6x + 6x^2 + 6x + 2)$$

$$= 2(9x^4 + 9x^2 - 9x^3 - 9x^2 + 2)$$

$$36x(6x^2 - 3x + 2)^2 = 36x^4 - 18x^3 + 12x^2 - 18x^2 + 9x^2 - 6x + 6x^2 - 6x + 9 =$$

$$-36x^4 - 18x^3 + 9x^2 - 12x + 4$$

$$18x^4 - 18x^3 - 16x^2 + 4 = 36x^4 - 18x^3 + 9x^2 - 12x + 4$$

$$18x^3 - 18x^2 - 16x = 36x^3 - 18x^2 + 9x - 12$$

$$18x^3 + 27x - 12 = 0$$

$$9x^3 + 9x - 4 = 0 \quad 9 \cdot 8 + 9 \cdot 2 - 4$$

$$9x(x^2 + 1) - 4 = 0$$

$$6x^2 + 9x - 4 = 0$$

$$9x(x^2 + 1) - 4 = 0$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$\frac{9}{4} = 9 - 6 - 3$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{37}}{3} = 1 \pm \frac{\sqrt{37}}{3}$$

$$\frac{6}{8} + \frac{9}{2} = \frac{3}{4} + \frac{9}{2} = \frac{3 + 18}{4} = \frac{21}{4}$$

$$3x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$9 = -9 - 12$$

$$2 = 1 + 1$$

$$2 \cdot 3 \cdot x^3 + 3^2 \cdot x = 2^2$$

$$\frac{2 \cdot 3}{8} \cdot \frac{6}{8} + \frac{27}{2}$$

$$g = -ax + 18b$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 2\beta = 2\cos^2(\gamma + z) - 1$$

$$\sin^2 z + \sin^2 z \cdot \cos^2 z =$$

$$\cos(\gamma + z) = \cos(\gamma) \cos(z) - \sin \gamma \sin z$$

$$\sin^2 z =$$

$$\cos \gamma = \frac{1}{\sqrt{\tan^2 \gamma + 1}}$$

$$\sin \gamma = \frac{1}{\sqrt{\cot^2 \gamma + 1}}$$

$$2 \cdot \sqrt{\frac{1}{(\tan^2 \gamma + 1)(\tan^2 z + 1)}} - \sqrt{\frac{1}{(\cot^2 \gamma + 1)(\cot^2 z + 1)}}$$

$$2 \frac{1}{(\tan^2 \gamma + 1)(\tan^2 z + 1)} + \frac{2}{(\cot^2 \gamma + 1)(\cot^2 z + 1)} - \frac{\sqrt{4}}{(\tan^2 \gamma + 1)(\tan^2 z + 1)} - 1$$

$$\frac{a}{b} \quad \frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2} \quad \frac{a+b}{a^2 + 2ab + b^2 - 9ab} =$$

$$a+b - \frac{9ab}{a+b}$$

$$\frac{(a+b)^2 - 9ab}{(a+b)^2} \Bigg| \frac{a+b}{a+b}$$

$$a^2 - 7ab + b^2 \Bigg| a+b$$

$$a^2 - b^2 : m$$

$$a : m \quad b = m$$

$$a+b \Bigg| \frac{9ab}{\frac{1}{9a} + \frac{1}{9a}}$$

$$9 - 7 \cdot 2 \cdot 3 + 4$$

$$9 \cdot 13 - 92$$

$$\frac{pq}{p+q} = k$$

$$9pq = k(p+q)$$

$$(p+q) = k \frac{pq}{9}$$

$$\frac{pq}{p+q}$$

$$a(9b-1) = b$$

$$a = \frac{b}{9b-1}$$

$$9ab = m(a+b)$$

$$a = b(a-1)$$

$$a(1-9) = b$$

$$b = \frac{a}{a-1}$$

$$a =$$

$$a(9bk-1) = b$$

$$a =$$