



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{15}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{23}7^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 17 : 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-13; 26)$ ,  $Q(3; 26)$  и  $R(16; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ .

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 5 и 2,5.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Итого  $ab : 2^{15} 7^{11}$   $bc : 2^{17} 7^{10}$   $ac : 2^{23} 7^{39}$

||

$2/12$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{15+17+23} 7^{11+10+39}$$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{55} 7^{68}$$

||

м.к.  $ab, bc, ca$

$$abc : 2^{27} 7^{34}$$

$$\Rightarrow abc : 2^{28} 7^{34}$$

$$\Downarrow \text{м.к. } ac : 2^{23} 7^{39}$$

Наименьшее

$$\Leftarrow abc : 2^{28} 7^{39}$$

Отв:  $abc = 2^{28} 7^{39}$

Пример:

$$a = 2^{10} 7^{11}$$

$$b = 2^5$$

$$c = 2^{13} 7^{28}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Если  $\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$  сократима на  $m, m \in \mathbb{N}$

и  $\frac{a^2-7ab+b^2}{a+b}$  сократима на  $m$

$$\frac{a^2-7ab+b^2}{a+b} = a+b - \frac{9ab}{a+b}$$

$\frac{9ab}{a+b}$  сократима на  $m$ .

Итак, рассмотрим НОД

~~$(ab, a+b) =$~~

$$(a, a+b) = (a, b) = 1$$

$$(b, a+b) = (a, b) = 1$$

$$(ab, a+b) = 1$$

Значит  $\frac{9ab}{a+b}$  сократима максимум на 9

пример  $a=4, b=5$

$(ab, a+b) = 9$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

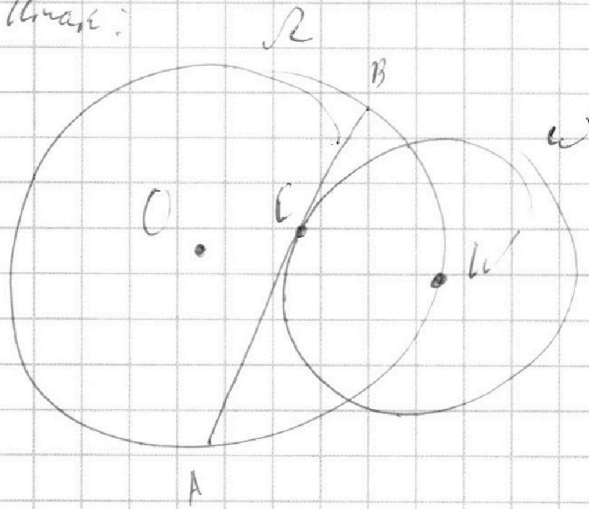
1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Итак:



$\frac{3}{2}$   
Пусть центр  $R-O$

$A \in \omega - W$

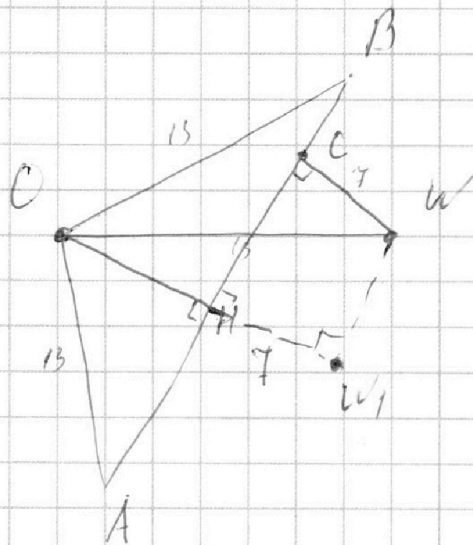
Пересечем  $AW$  на  $AC$

$$OB = OW = OA = 13$$

$WC = 7$  — радиус.

Пусть  $AC = 17x$

тогда  $CB = 7x$   
из условия



Итак выучим из  $C \perp K AB - CH -$

выс в  $\triangle ACB$ ,  $CH$  р/б по опр

$$CH - \text{медiana} \Rightarrow AH = HB = \frac{17x \cdot 7x}{2} = 12x$$

Тогда по теореме Пифагора в  $\triangle CHB$

$$CH^2 = 13^2 - 12x^2$$

$$HC = HB - CB = 12x - 7x = 5x$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Тогда по формуле для косинуса

4/12

Тогда  $\cos \angle H$  на  $7$  тогда.

$\triangle H W W_1 H$  - прямоугольный по

формуле

$$\angle O W_1 W = 90^\circ \quad W W_1 = CH$$

По теореме Пифагора для  $\triangle O W W_1$

$$O W^2 = O W_1^2 + W W_1^2$$

$$13^2 = \left(7 + \sqrt{13^2 - 12^2 x^2}\right)^2 + 25x^2$$

$$13^2 = 49 + 14\sqrt{13^2 - 12^2 x^2} + 13^2 - 12^2 x^2 + 25x^2$$

$$(12^2 - 25)x^2 = 7 \cdot 17x^2 = 14\sqrt{13^2 - 12^2 x^2} + 49$$

$$17x^2 = 2\sqrt{13^2 - 12^2 x^2} + 7$$

$$17x^2 - 7 = 2\sqrt{13^2 - 12^2 x^2}$$

$$17^2 x^4 - 2 \cdot 17 \cdot 7 x^2 + 7^2 = 26^2 - 24^2 x^2$$

$$17^2 x^4 + (24^2 - 2 \cdot 17 \cdot 7) x^2 - 19 \cdot 33 = 0$$

Тогда  $x = 1$

$$17^2 + 24^2 - 2 \cdot 17 \cdot 7 - 26^2 + 7^2 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2 (17 - 7)^2 = 200 - 24^2$$

3/12

$$100 = 100$$

верно

$$x = 1$$

||

Длина 24

Объём: 24

видно из ур., что по теореме  
второй критерий  $< 0$

$$\text{но } x \geq 0$$

||  
не разрешено

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x \quad 6/12$$

Решим:

$$3x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$3x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$D = 36 - 6 \cdot 4 = 4 \cdot 3$$

$$D = 9 - 12 < 0$$

$$x = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6}$$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1} > 0$$

$$\frac{(\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1})(\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1})}{\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}} = 1 - 9x$$

$$\frac{3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1}{\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}} = 1 - 9x$$

$$\frac{(1 - 9x)(\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} - 1)}{\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}} = 0$$

$$\left[ \begin{array}{l} 1 = 9x \\ \sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 \quad (*) \end{array} \right.$$

$$(*) \quad 3x^2 - 6x + 2 + 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2}\sqrt{3x^2 + 3x + 1} + 3x^2 + 3x + 1 = 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$6x^2 - 3x + 2 + 2\sqrt{\quad}\sqrt{\quad} \geq 6x^2 - 3x + 2 \quad \frac{7}{12}$$

Д-м  $6x^2 - 3x + 2 = 0$

$$D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 6 < 0$$

⇓

решений нет.

⇓

Ответ:  $\frac{1}{9}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

8/12

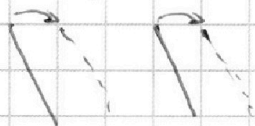
$$2x_2 + y_2 = 14 + (y_1 + 2x_1)$$

Если  $y_2 + 2x_2 = \text{const}$  то  $y_1 + 2x_1$  - тоже  
при том же значении  $\text{const}$ , где

$y_2 + 2x_2 = \text{const}$  - это прямая с углов.

коэф.  $-2$ , при том если  $y_2 + 2x_2 \uparrow$   
на какую-то величину то и  $y_1 + 2x_1$  увели-  
на эту же величину т.е.

фактически мы двигаем две параллельные  
прямые.



при том

у параллелограмма боковые стороны по-

услонно  $-\frac{26}{13} = -2$  тогда можно

рассчитать каково такое  $\text{const}$ .

Итак при  $y_1 + 2x_1 = 0 \Rightarrow y_2 + 2x_2 = 14$

т.е. проходит прямая через  $(0;0)$  и  $(7;0)$

Итак когда  $y_1 + 2x_1$  прямая проходит через

точку  $(n;0)$ , где если  $n \in \mathbb{Z}$  то  
вариантов не бывает только  $-14$ , если

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Через точку (мгс)  $m = 7 + \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{2}$

то 13 или через (к/с) то

она же на ней ползу означив точку

Тогда кол-во вершин. равны

$$\text{точки} = 14 \cdot 10 + 13 \cdot 9 =$$

$$= 1980 + 169 \cdot 9 = 1980 + 1521 =$$

$$= 3501$$

Отв: 3501.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax + y - 2b = 0 & (1) \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 & (2) \end{cases} \quad 10/12$$

Вназ (1) ур. задают множество  
различных прямых на плоскости,  
а ~~(2)~~ (2) ~~с условием~~ ~~прямых~~

$$x^2 + y^2 = 1 \quad - \text{окр. с рад } 1 \text{ и ц. } b(0)0)$$

$$x^2 + (y - 12)^2 = 16 \quad - \text{окр. с рад } 4 \text{ и ц. } b(0)12)$$

видно, что они не пересекаются

$$\text{при том для } x^2 + y^2 - 1 \text{ или} \\ x^2 + (y - 12)^2 - 16 < 0 \text{ внутри}$$

соответствующей окр., а с наружи

$> 0$ . В результате не могут

прямой которая не имеет точек

окружностей - решений

либо  $\Downarrow$  было 2 разных точки  
2 точки в ней на окр.

очевидно, что единственной  
случай когда это возможно -  
общая касательная к окр.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

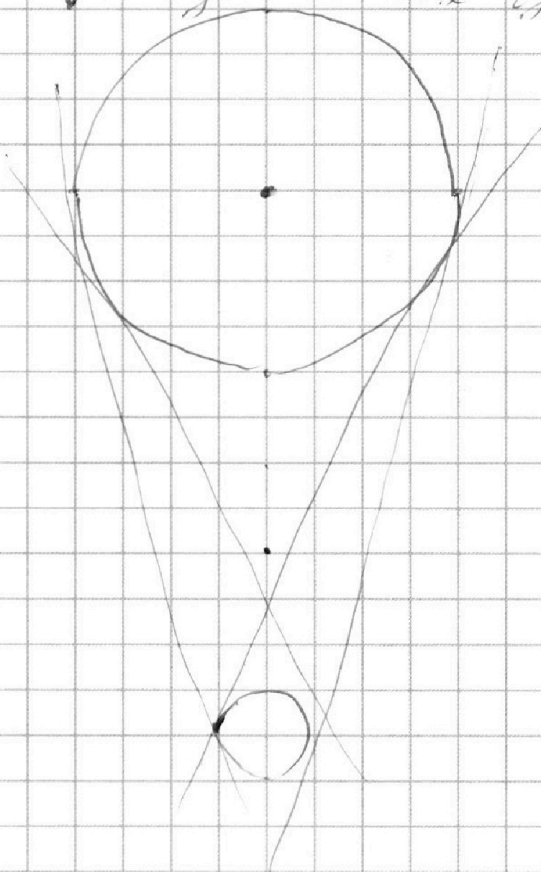
1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



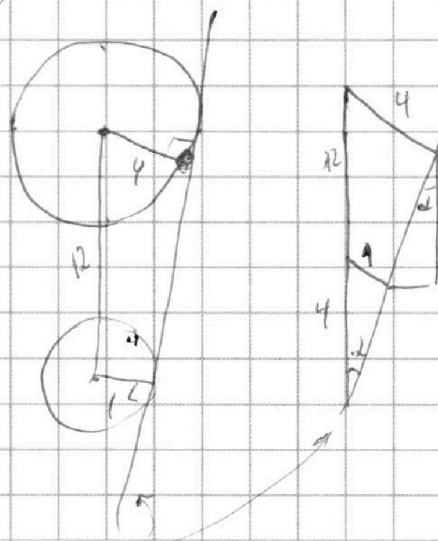
Определить наименьший угол  $\gamma$  при  $\alpha = 11^\circ 12'$



они симметричны.

Рассмотрим новый

случай:

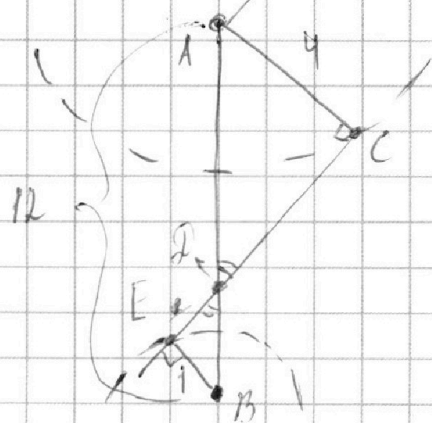


косинус угла  $= \cos \alpha = -\frac{1}{2}$

$\cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$

из симметрии второй  $-\alpha = 60^\circ$

Рассмотрим другой случай



из подобия  $\triangle BED$  и  $\triangle ACD$

$BD = 2,4$

по теореме Пифагора  $ED = \sqrt{2,4^2 - 1^2} = \sqrt{4,76} = \frac{4}{100} \sqrt{119}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

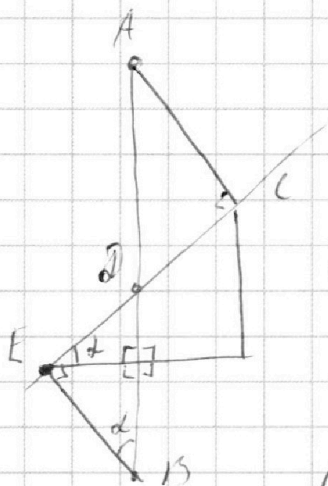
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\lg(\angle C \angle B D) = \frac{4\sqrt{19}}{100}$$

12/12



Важно, что  $-a = \lg d =$

$$= \lg \angle C \angle B D = \frac{4\sqrt{19}}{100}$$

и следовательно еще будет вар  
C -

Отв:

$$\begin{cases} a = \pm \sqrt{15} \\ a = \pm \frac{\sqrt{19}}{15} \end{cases}$$



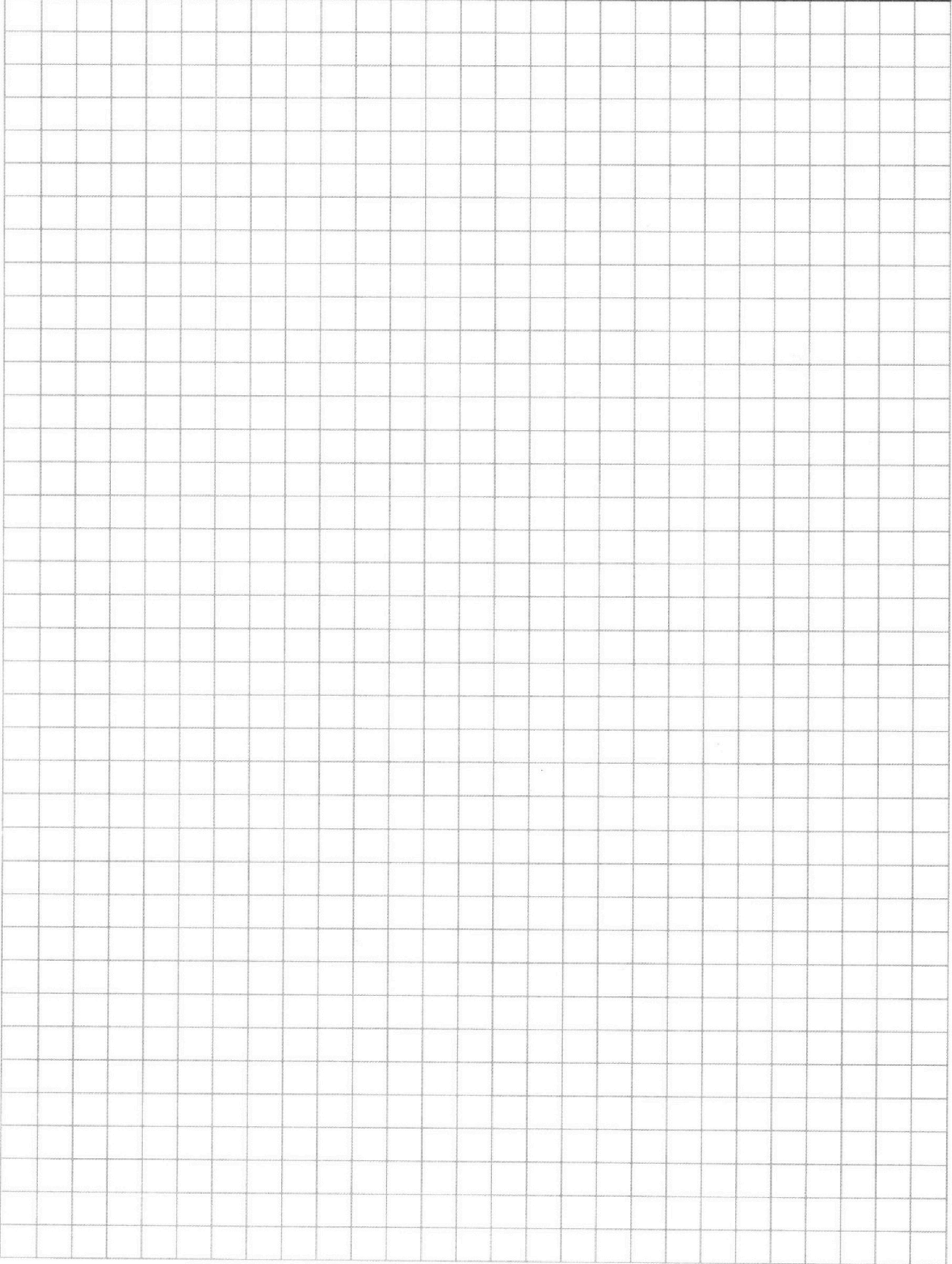
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





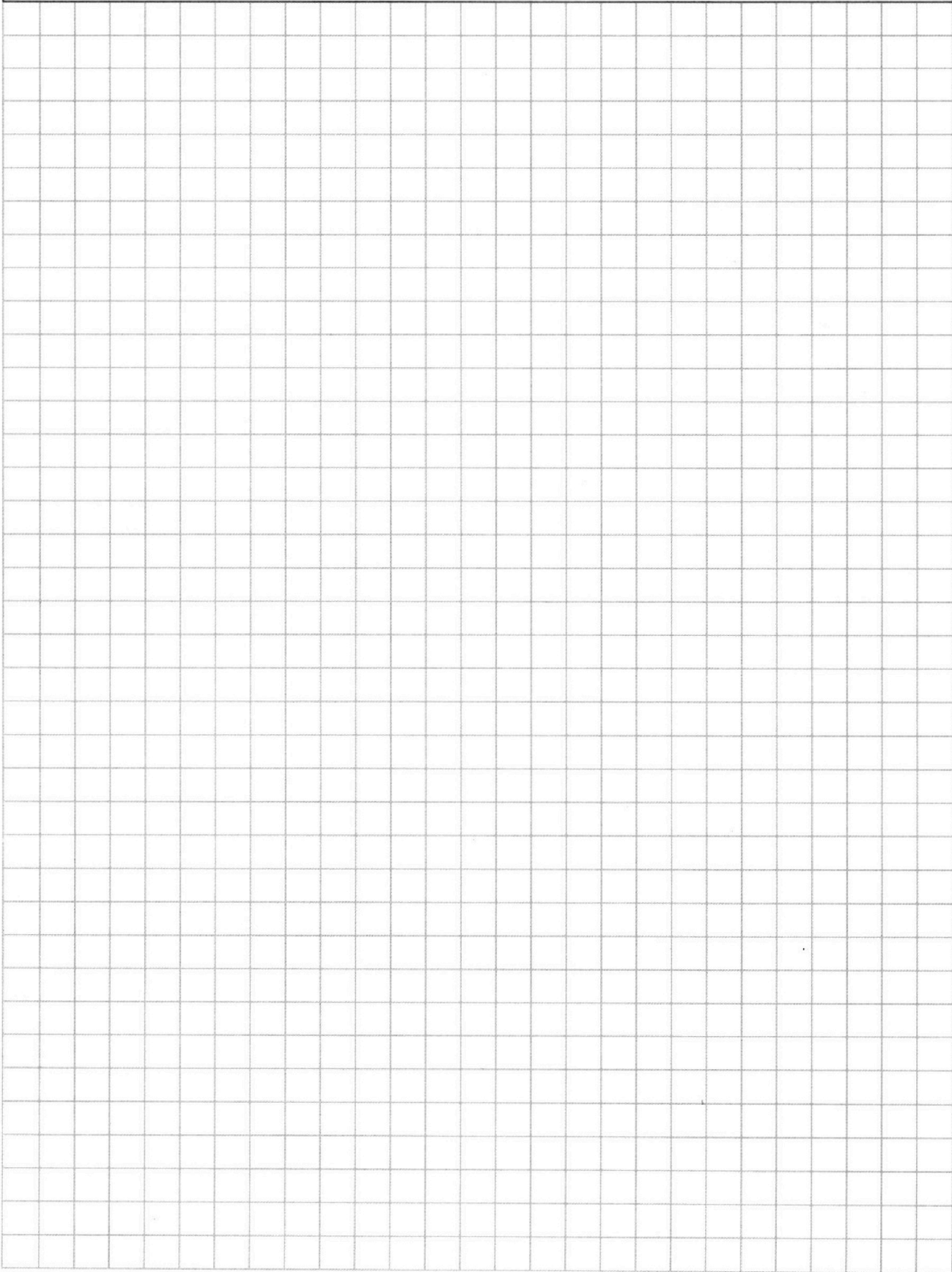
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



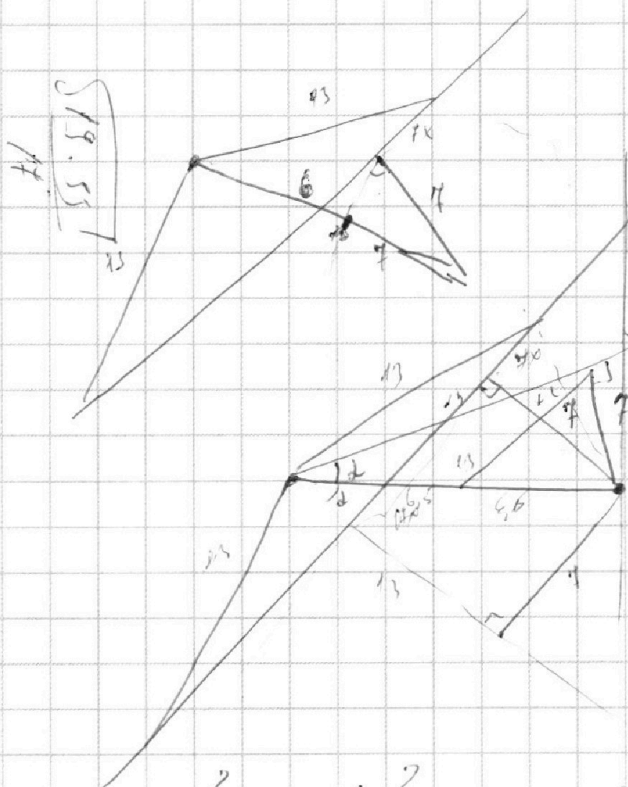
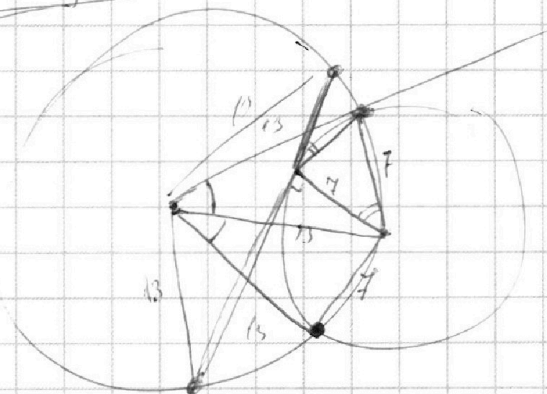
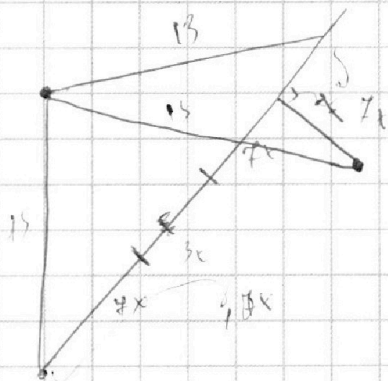
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$13^2 - 12^2 t^2 = 25$$

$$144t^2 = 169 - 144 = 25$$

$$t = \frac{1}{4}$$



$$17.5 + 9t^2 = 100$$

$$24 + 17.5 = 26 + 9t^2$$

$$(24 + 17.5)t^2 - 19.5t^2$$

$$17^2 + 2 \cdot 4^2 - 2 \cdot 17 \cdot 7 - 26^2 + 7^2$$

$$100 = 2 \cdot 50$$

$$\frac{17^2 + 2 \cdot 4^2 - 2 \cdot 17 \cdot 7 - 26^2 + 7^2}{17^2 - 14^2} = \frac{100 - 1}{19.55}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$17x^2 + (29^2 - 2 \cdot 17 \cdot 7)x - 19 \cdot 33 = 0$$

$$17x^2 + (29^2 - 2 \cdot (12^2 - 5^2))x - 26^2 + 7^2 = 0$$

$$17x^2 + 24x^2 - 2 \cdot 12x^2 + 25x^2 - 26^2 + 7^2 = 0$$

288

23

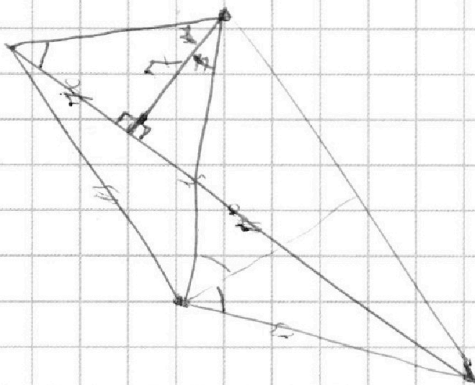
$$(17x^2 - 9)^2 = 26^2 - 24x^2$$

$$(17x^2 - 33)(17x^2 + 19) = 24x^2$$

$$\frac{(17x^2 - 33)(17x^2 + 19)}{x^2} = 24$$

$$(17 \cdot 9 - 33) \cdot (17 \cdot 9 + 19) = 24^2$$

$$(9 \cdot 17 - 33) \cdot (17 \cdot 9 + 19)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                          |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                                   | 4                                   | 5                                   | 6                                   | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a}{b} = 10 \text{ const.}$$

$$D = 33^2 + \frac{18^2}{17} + 9229 \cdot 64$$

$$= 4(169 - 19 \cdot 33 \cdot 17) = 4(169 - (26-7) \cdot 17)$$

$$= 4(169 - 442)$$

$$\sqrt{169 - 144x^2}$$

$$4(-273 \cdot 611 + 7 \cdot 17 \cdot 13)$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{5x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$203 \cdot (3x-1)^2 = 1$$

$$3x^2 - 6x + 2 - 5x^2 - 3x - 1 = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{5x^2 + 3x + 1} = 1$$

$$\frac{17}{17} \cdot \frac{17}{17} = \frac{289}{289}$$

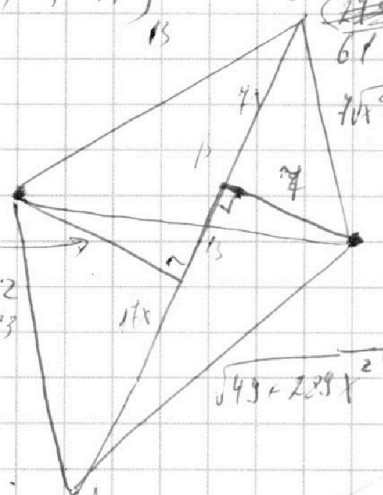
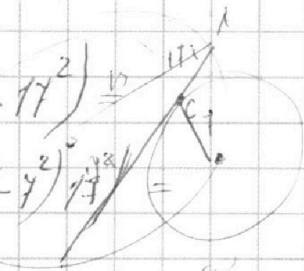
$$\frac{17}{17} \cdot \frac{17}{17} = \frac{289}{289}$$

$$\begin{matrix} 144 \\ 576 & - & 238 \\ \hline 660 & & 17 \\ & & 14 \\ & & 68 \\ & & 17 \\ \hline & & 238 \end{matrix}$$

$$2891x + 332x - 641 = 0$$

$$273 \cdot 611 \cdot (1) - 27^2$$

$$(7 + \sqrt{169 - 144x^2})^2 + 25x^2 = 169$$



$$D = 36 - 2 \cdot 3 \cdot 4 = 4 \cdot 9 - 6 = (2\sqrt{3})^2$$

$$D = 9 - 4 \cdot 3 < 0$$

$$\frac{3}{7} - \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{7}$$

$$13^2 = 25x^2 + (\sqrt{15^2 - 12x^2} + 7)^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик!

$a, b, c \in \mathbb{N}$

$$ab : 2^{15} 7^{11}$$

$$bc : 2^{17} 7^{18}$$

$$ac : 2^{21} 7^{39}$$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{5+11+23} 7^{11+18+39}$$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{55} 7^{68}$$

$$\begin{array}{r} 166203 \\ 14450 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 166203 \\ 14450 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22303 \\ 14450 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7853 \end{array}$$

$$abc : 2^{27} 7^{39}$$

$$\begin{array}{r} 28 \quad 34 \\ \hline 2 \quad 7 \end{array}$$

$$abc = 2^{27} 7^{39}$$

$$c = 2^{27-15} 7^{39-11} = 2^{12} 7^{28}$$

$$b = 2^5 7^5$$

$$abc : 2^{15+11+23} 7^{11+18+39}$$

$$abc \equiv 2^{28} 7^{19}$$

$$b = 2^5 7^5$$

$$c = 2^{13} 7^{24}$$

$$a = 2^{10} 7^{11}$$

$$b^2 + c^2 = (2^5 7^5)^2 + (2^{13} 7^{24})^2 = 2^5 7^{11} \cdot A$$

$$b^2 + c^2 = 2^5 7^{11} \cdot A = 2^5 7^{11} \cdot (2^5 7^{11} + 2^{26} 7^{48}) = 2^{10} 7^{22} (1 + 2^{21} 7^{37})$$

$$b^2 + c^2 = 2^5 7^{11} \cdot A = 2^5 7^{11} \cdot (2^5 7^{11} + 2^{26} 7^{48}) = 2^{10} 7^{22} (1 + 2^{21} 7^{37})$$

$$\frac{(1-2^2) - \sqrt{(1-2^2)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-1)}}{2} = \frac{1-2 \pm \sqrt{1-4+8-4}}{2} = \frac{1-2 \pm 1}{2}$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+8}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$x^2 - 2x - 2 = (x - 1 - \sqrt{3})(x - 1 + \sqrt{3})$$

$$b^2 + c^2 = 2^5 7^{11} \cdot (2^5 7^{11} + 2^{26} 7^{48}) = 2^{10} 7^{22} (1 + 2^{21} 7^{37})$$

$$b^2 + c^2 = 2^5 7^{11} \cdot A = 2^5 7^{11} \cdot (2^5 7^{11} + 2^{26} 7^{48}) = 2^{10} 7^{22} (1 + 2^{21} 7^{37})$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

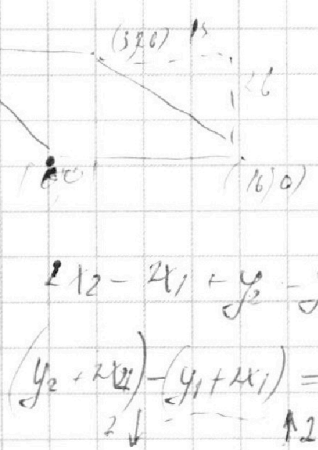
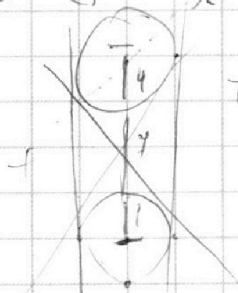
$$\Rightarrow \sqrt{x^2 - 6x + 2} + 2\sqrt{x^2 - 3x + 1} = x$$

$$6x^2 - 6x + 2 = 0$$

1 1 5

$$3x^2 - 3x - 2 = 1$$

$$D = 9 - 4 \cdot 3 \cdot (-1)$$



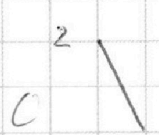
$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$(y_2 + 2x_2) - (y_1 + 2x_1) = 14$$

$$y_1 = -2x_1 + (y_2 + 2x_2) - 14$$

$$y_2 + 2x_2 = \text{const}$$

$$y_2 = -2x_2 + \text{const}$$

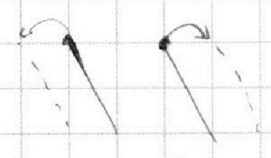


28 14

7 2 9 10 11 12 13

1 16

10 6 1/2 7 1/2  
C 1



16 9 0  
16 9  
15 2 1  
1 9 2 0  
3 5 0 9

9

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{D}{4} = \frac{(24^2 - 2 \cdot 17 \cdot 7)^2}{4} + 19 \cdot 33 \cdot 17^2 =$$

$$= \frac{(144 - 119)^2}{4} + 19 \cdot 33 \cdot 17^2 =$$

$$= 35^2 + 26 \cdot 17^2 - 7^2 \cdot 17^2 =$$

$$= 26 \cdot 17^2 - 7^2 \cdot 12 \cdot 22 =$$

$$= 4(13 \cdot 17^2 - 7^2 \cdot 66) =$$

$$= 4((13^2 - 2^2)^2 - 7^2 \cdot 66)$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ 119 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ - 119 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times 72 \\ \hline 450 \\ 1575 \\ \hline 16200 \end{array}$$

$$442$$

$$442$$

$$\begin{array}{r} 48844 \\ - 3234 \\ \hline 45610 \end{array}$$

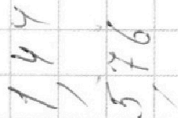
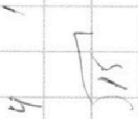
$$45607$$

$$45607$$

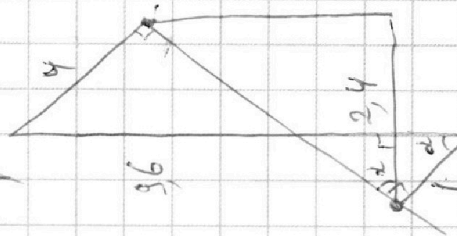
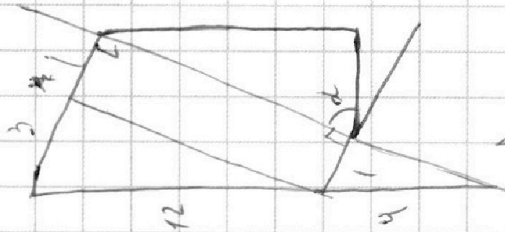
$$49 \cdot 66$$

$$\begin{array}{r} 3300 \\ + 66 \\ \hline 3366 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 476 \\ \times 119 \\ \hline 4284 \\ 4760 \\ \hline 56844 \end{array}$$



$$\frac{12}{5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

$$\frac{a^2-7ab+b^2}{a+b} = a+b - \frac{9ab}{a+b}$$

$$\frac{a+b}{9ab} = \frac{1}{9} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

$$\frac{a}{a} + \frac{b}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab}$$

$$ka + mb$$

$$\frac{ka+mb}{9ab} \quad \left( \frac{m}{k} \right)$$

$$\frac{(a+b)^2; ab}{(a+b; ab)} = \frac{(a^2+b^2; ab)}{(a+b; ab)}$$

$$(a+b) = 1$$

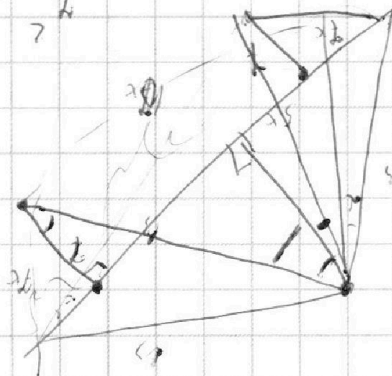
$$\frac{(a^2+ab; ab)}{(a+b; ab)} = \frac{(a^2; ab)}{(a+b; ab)}$$

$$1 = \frac{2^2 \cdot 2 + 2k}{2^2 \cdot 2} + \frac{(1+2k) \cdot 2 \cdot 2}{2k}$$

$$\frac{1+2k}{2k} = 1 + \frac{1}{2k}$$

$$1 = \frac{1+2k}{k} = 1 + \frac{1}{k}$$

$$\frac{1+2k}{k} = 1 + \frac{1}{k}$$



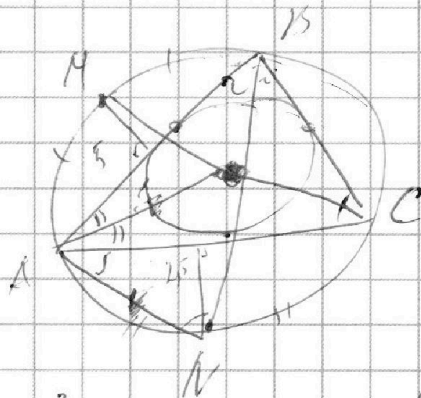
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$10(70^2 - 24^2)x^2 =$$

$$= 49 \cdot 168 - 19 \cdot 33$$

$$34 \cdot 14x^2 =$$

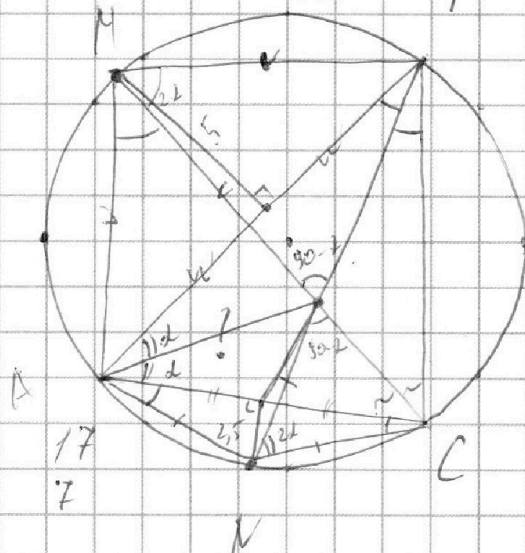
$$1 = x^2$$

$$\begin{array}{r} 8400 \\ - 168 \\ \hline 8232 \end{array} \quad 13$$

$$\begin{array}{r} 162 \quad 4 \\ 42 \quad 2 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 660 \\ - 33 \\ \hline 627 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8232 \\ - 627 \\ \hline 7605 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 1605 \quad 5^2 \\ 1521 \quad 3 \\ \hline 504 \quad 0 \\ \hline 480 \end{array}$$

$$\frac{7}{\sqrt{x^2-1}} \cdot 13 = \sqrt{7^2 + 14x^2}$$

$$7 \cdot 13^2 = (7 + 17x^2) \cdot (7 + 17x^2)$$

$$7 \cdot 13^2 = 7^2 + (7 + 17x^2)^2 + 4$$

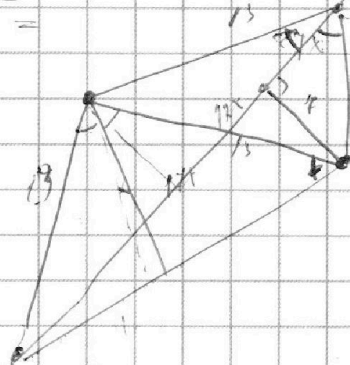
$$17x^4 + (7 + 17x^2)^2 - 7(13-1) = 0$$

$$17x^4 + (24^2 - 2 \cdot 7 \cdot 7)x^2 -$$

$$- 19 \cdot 33 = 0$$

$$(7 + 17x^2 - 2 \cdot 7 \cdot 7 - 24^2)x^2 =$$

$$= 7(13-1) - 19 \cdot 33$$



$$x = \sqrt{\frac{7605}{19 \cdot 14}}$$