



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице: .

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



числовик

NS

$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \quad (3)$$

умень

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{18} \quad (2)$$

$$ac : 2^{23} \cdot 7^{39} \quad (2)$$

рассмотрим двойки:

$$a = 2^x \dots \Rightarrow b = 2^{15-x} \dots$$

$\Rightarrow b$ хотя бы включает в себя 2^{15-x}

$\Rightarrow c$ включает в себя хотя бы $2^{17-(15-x)} = 2^{x+2}$

$$ac : 2^{23} \Rightarrow 2^{x+x+2} = 2^{2x+2} \therefore 2^{23} \Rightarrow x \text{ хотя бы}$$

19.

$$a = 2^{11} \dots$$

$$b = 2^{104} \dots$$

$$c = 2^{13} \dots$$

рассмотрим семерки:

из (1) и (2) a и c содержат вместе

не более, чем 7^{29} , но $ac = \text{хотя бы } 7^{39} \Rightarrow$

$$\cancel{a = 7^x} \Rightarrow \cancel{c = 7^{39-x}} \Rightarrow \dots$$

$ac = 7^{39} \cdot 2^{24}$ (хотя бы), а b хотя бы 2^4

$$\text{Итого } abc \geq 7^{39} \cdot 2^{24} \cdot 2^4 = 2^{28} \cdot 7^{39}$$

$$\text{Ответ: } 2^{28} \cdot 7^{39}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

числовик

№ 2

$\frac{a}{b}$ - несократима.

Рассмотрим $a = 2$; $b = 3$

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{5}{29} \text{ - несократима } \Rightarrow$$

$\Rightarrow m = 5$ - наибольшее.

Ответ: $m = 5$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

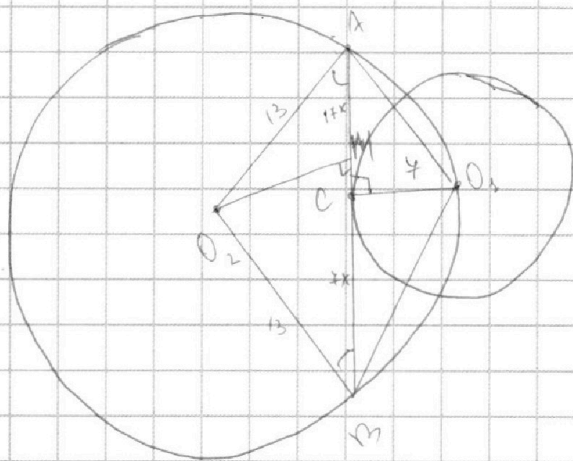
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Исходник



по т. Пифагора из $\triangle A O_1 E$ и $\triangle C O_1 B$:

$$A O_1 = \sqrt{17^2 x^2 + 7^2}$$

$$B O_1 = 7 \sqrt{x^2 + 1}$$

~~причем O_1~~

В $\triangle A O_1 B$ проведем высоту, $O_1 M$

причем $O_1 M \perp AB$ и $AM = 12x$; $BM = 12x \Rightarrow$

$$\Rightarrow CM = 12x - 7x = 5x$$

$O_1 M \perp AB \Rightarrow O_1 C \parallel O_1 M$
 $O_1 C \perp AB$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Исходные

NY

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

замена: $\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = a$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1} = b$$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$a - b = (a - b)(a + b)$$

1) $a - b = 0$, т.е. $a = b$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$9x = 1$$

$$x = \frac{1}{9}$$

проверка: $\sqrt{\frac{3x}{2x}} - \sqrt{\frac{3x}{2x}} = 1 - 9 \cdot \frac{1}{9}$

верно

2) $a + b = 0$, т.е. $\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 0 \Leftrightarrow$
 $\begin{matrix} \geq 0 & \geq 0 \end{matrix}$

$$\begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 = 0 \\ 3x^2 + 3x + 1 = 0 \end{cases} \quad \emptyset$$

Ответ: $x = \frac{1}{9}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

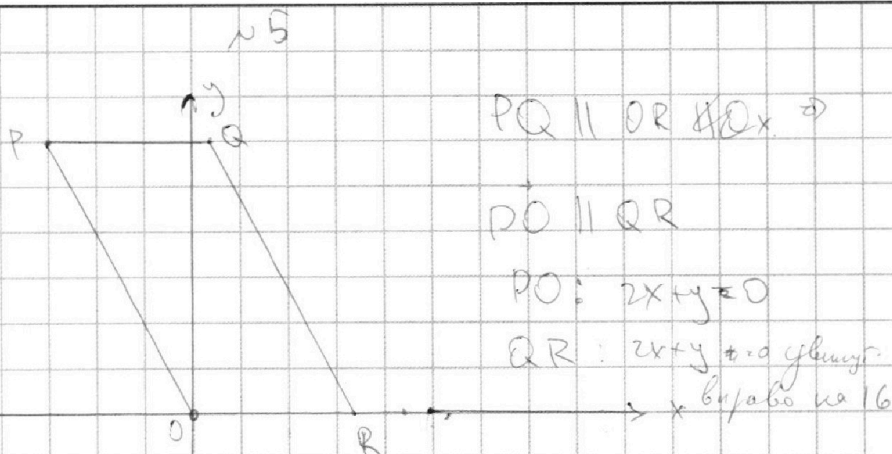
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14 \Rightarrow \text{расстояние м/у параллельными}$$

$$y_2 = -2x_2 \text{ и } y_1 = -2x_1 \text{ равно } 14.$$

эти прямые параллельны PO и паре QR

Таких пар прямых, лежащих внутри пар-ла

③ рассмотрим одну из таких пар:

нужны точки (x_1, y_1) и (x_2, y_2) такие, что

они лежат на параллельных паре-х прямых, рас-е

м/у которыми 14. , придем x_1, y_1, x_2, y_2 - целые

способов выбрать точку на одной прямой:

$$y = -2x \Rightarrow y \text{ цел} \Rightarrow \text{таких точек } \frac{26}{2} = 13 \text{ и на другой}$$

нр. 13 таких точек \Rightarrow способов для одной пары: $13 \cdot 13$.

$$\text{а для трех: } 3 \cdot 13 \cdot 13 = 507$$

Ответ: 507

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

марки

н 6

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 & \text{— прямая} \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ x^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \leq 4^2 \\ x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \geq 4^2 \end{cases}$$

совокупность, входящая в систему выполняется
во всех точках кругов с центром $(0; 0)$ и
радиусом 1 и с центром $(0; 12)$ и радиусом

4

Если прямая является секущей для ~~марки~~
из этих ^{кругов} ~~прямых~~, то решений будет бесконечно
много (внутри круга бесконечно много
точек) \Rightarrow прямая может касаться или
не иметь общих точек с окр. Прямая
касание с одной окружностью дает только
одно решение \Rightarrow 2 решения будет только
в том случае, когда прямая $ax + y - 8b = 0$
касается одновременно обеих окружностей.
Важное замечание: исходные круги не имеют
общих точек, т.к. расстояние м/у их центрами ≥ 12
и сумма радиусов $4 + 1 = 5$, $5 < 12$.

4

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



исходные

прямая $ax + by - 8b = 0$ касается окр с центром
 $(0; 0)$; $(0; 12)$ и радиусами 1 и 4 соответственно
 \Rightarrow расстояние от пр. до $(0; 0) = 1$ до $(0; 12) = 4$

Ф-ла расст. от пр. до окр:

$$\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{|a \cdot 0 + b \cdot 0 - 8b|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 1 \\ \frac{|a \cdot 0 + 1 \cdot 12 - 8b|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 4 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{|-8b|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 1 \quad (1) \\ \frac{|12 - 8b|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 4 \quad (2) \end{array} \right.$$

$$(1): \frac{|-8b|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 1 \quad \begin{array}{l} \text{при } b \leq 0 \quad \sqrt{a^2 + 1} = -8b \\ \text{при } b \geq 0 \quad \sqrt{a^2 + 1} = 8b \end{array}$$

$$(2): \text{при } b \leq 0: \frac{|12 + \sqrt{a^2 + 1}|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 4 \sqrt{a^2 + 1} \Rightarrow 12 + \sqrt{a^2 + 1} = 4\sqrt{a^2 + 1}$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{a^2 + 1} = 12 \Rightarrow \sqrt{a^2 + 1} = 4 \Rightarrow a^2 + 1 = 16$$

$$a = \pm \sqrt{15}$$

$$\text{при } b \geq 0: \frac{|12 - \sqrt{a^2 + 1}|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 4 \sqrt{a^2 + 1}$$

$$1) \sqrt{a^2 + 1} \leq 12$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$12 - \sqrt{a^2 + 1} = 4\sqrt{a^2 + 1}$$

$$\sqrt{a^2 + 1} = 2, 4$$

$$a^2 + 1 = \frac{144}{25}$$

$$a^2 = \frac{119}{25} \Rightarrow$$

$$a = \begin{cases} \frac{\sqrt{119}}{5} \\ -\frac{\sqrt{119}}{5} \end{cases}$$

→

$$\text{Ответ: } \pm \sqrt{15}; \pm \frac{\sqrt{119}}{5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

МФТИ

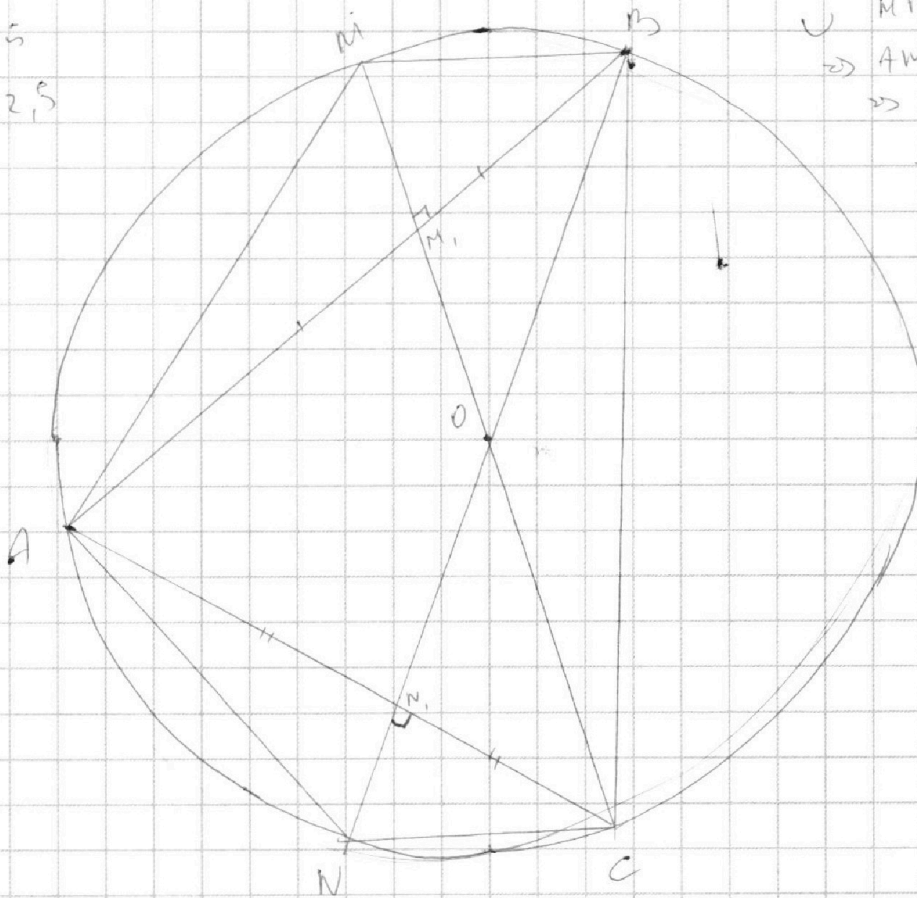
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



черновик

№7

$MM_1 = 5$
 $NN_1 = 2,5$



$\cup MB \cup MA \Rightarrow$
 $\Rightarrow AM = MB \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle AMB - \text{р/с} \Rightarrow$
 $\Rightarrow MM_1 - \text{высота}$
 $\text{и мед} \Rightarrow$
 $\Rightarrow MM_1 - \text{сер.}$
 $\text{пер. к } AB$
 $\Rightarrow O \text{ лежит}$
 $\text{на } (MM_1)$
Аналогично:
 $AN_1 = N_1C$



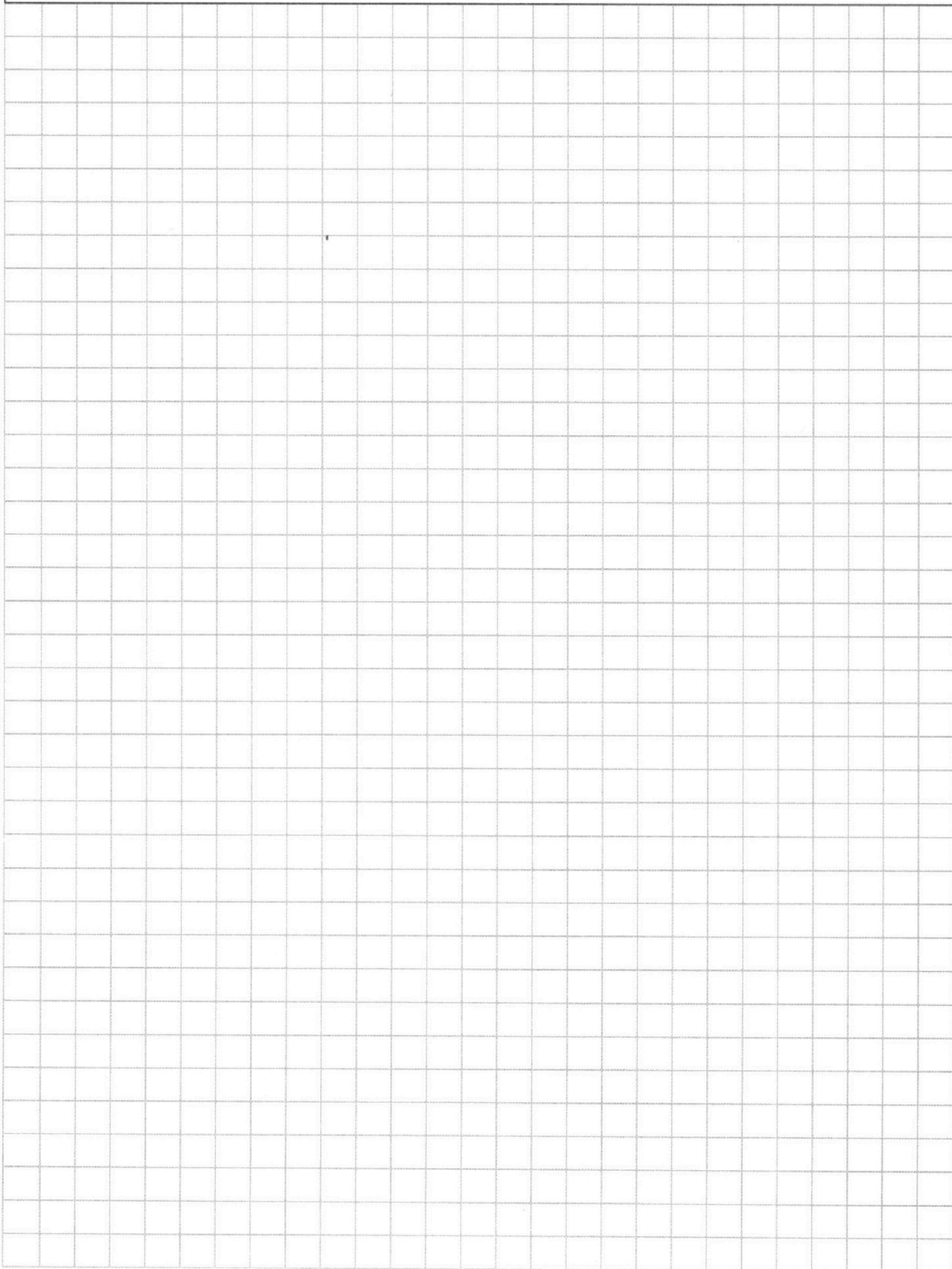
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



черновик

$$2x_1 + y_2 \quad y_2 = -2x_1$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$y_2 = -2x_1$$

$$y_1 \geq 0, y_2 \geq 0$$

$$2x_2 + y_2 = 0$$

$$y = -2x_1$$

$$2x_2 + y_2 = 14 + (2x_1 + y_1)$$

$$2x_2$$

$$169$$

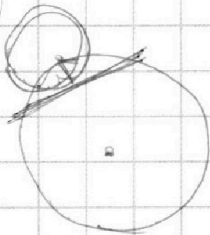
$$13$$

$$50x$$

$$y_1 = -2x_1$$

$$y_2 = -2x_1 + 14 + 14 + 14$$

12



$$ax + by + c = 0$$

$$ax + by = 0$$

$$-13x + 26y = 0$$

$$2y = -x$$

$$ax + by + c = 0$$

$$3a + 26b + c = 0$$

$$16a + c = 0$$

$$-13a - 26b = 0$$

$$a = -2b$$

$$6b + 26b + c = 0$$

$$c = -$$

$$\frac{a+b}{a^2+ab+b^2} = \frac{mk}{mk}$$

$$30 - 18x - y - 21$$

$$15 - 30 + y$$

$3a + 26b + c = 0$
 $16a + c = 0$
 $a^2 + ab + b^2 = mk$
 $-13ab + 26b^2 + 6^2mk$

$ab = 2^3 + 11 \cdot 11 \cdot 11$
 $bc = 2^{11} + 11 \cdot 11 \cdot 11$
 $ac = 2^{23} + 11 \cdot 11 \cdot 11$
 $2 + 15 + 6 = 24$
 $24 + 6 = 30$
 $c = 2$

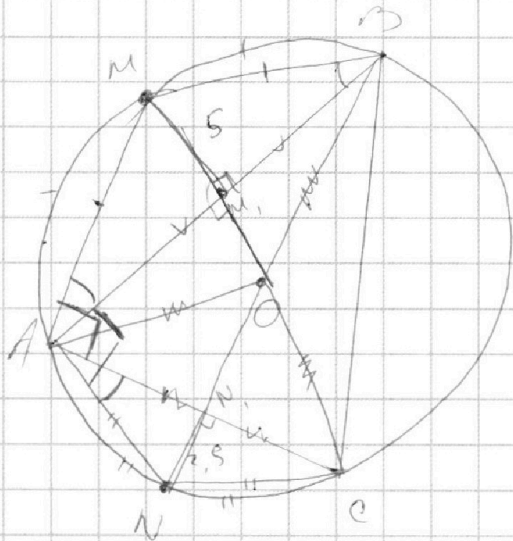
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$MM_1 = 5$$

$$NN_1 = 2,5$$

180

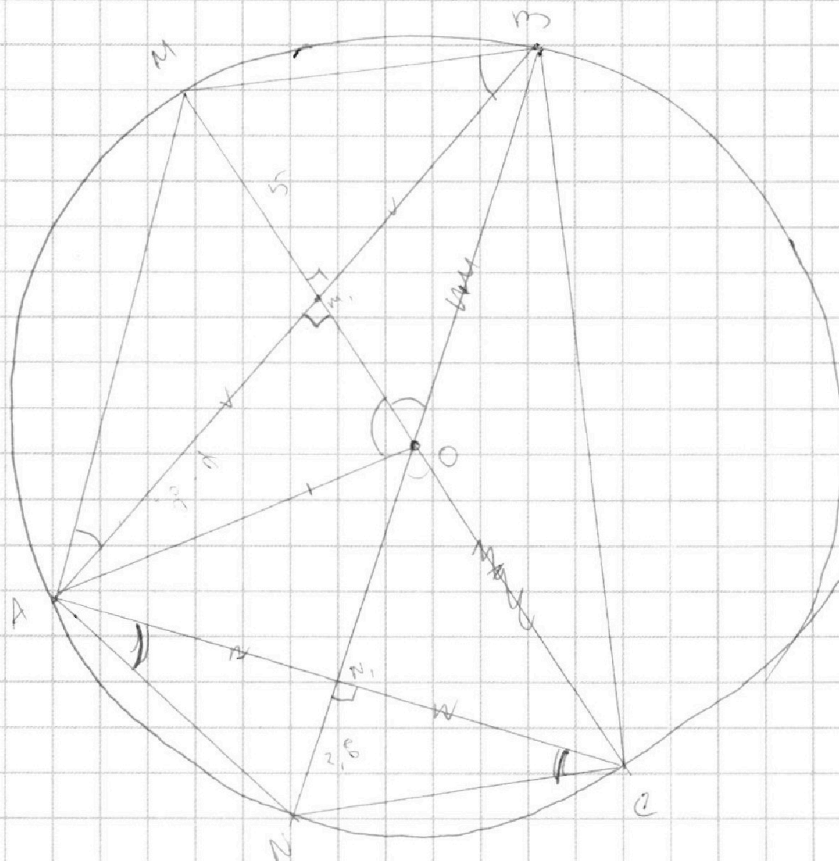
$$\angle MAN = \angle M_1AN_1$$

$$180^\circ - \angle BAC = \angle MAN$$

$$\alpha + x = 180^\circ - 90^\circ$$

$$\beta + x = 90^\circ$$

$$AM = 2AC$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$ab \neq 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot k$$

$$a^2 bc \neq 2^{30} \cdot 7^{50} \cdot kd$$

$$bc \neq 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot f$$

$$= a^2 \cdot 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot f$$

$$ac \neq 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot g$$

$$\Rightarrow a^2 \neq 2^{21} \cdot 7^{32} \cdot \frac{kd}{f}$$

$$a^2 b^2 c^2 \neq 2^{55} \cdot 7^{88} \cdot kld$$

$$kld \neq n^2$$

$$\frac{a^2 b^2 c^2}{a^2 b^2 c^2} = \frac{2^{55} \cdot 7^{88} \cdot kld}{2^{55} \cdot 7^{88} \cdot kld}$$

$$kld \neq n^2$$

$$\frac{a^2 b^2 c^2}{a^2 b^2 c^2} = \frac{2^{55} \cdot 7^{88} \cdot kld}{2^{55} \cdot 7^{88} \cdot kld}$$

$$bc \neq 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot f$$

$$a = 2^x \cdot 7^y$$

Сложные

$$\frac{a}{b}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}$$

$$\frac{a^2 - 7ab + b^2}{a^2 - 7ab + b^2}$$

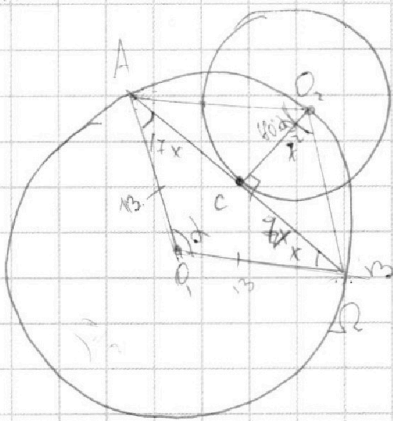
$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{13 \cdot 12}{29}$$

$$4 = 12 + 9$$

$$\frac{2 \cdot 5}{29}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}$$



$$O_1 A = 13$$

$$O_2 C = 7$$

$$O_2 A = \sqrt{49 + 17^2 x^2}$$

$$O_2 B = \sqrt{49(1+x^2)} = 7\sqrt{1+x^2}$$

$$\cos\left(180^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) = -\cos\left(-\frac{\alpha}{2}\right) = -\cos\frac{\alpha}{2}$$

$$49 + 17^2 x^2 + 49 x^2 + 49 + 14 \sqrt{(1+x^2)(49 + 17^2 x^2)} \cdot \cos\frac{\alpha}{2} = 24^2 x^2$$

$$= 24^2 x^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 2} = 1 - 9x$$

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0$$

$$D_1 = 9 - 6 = 3$$

$$3 \cdot \frac{1}{81} - \frac{6}{9} + 2$$

$$\frac{1}{27} - \frac{2}{3} + 2$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1$$

$$\frac{1}{27} - \frac{18}{27}$$

$$\frac{-17}{27} + 2$$

$$ax + y - 8b = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0$$

$$y = -ax + 8b$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 \geq 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 - 16 \leq 0 \\ x^2 + y^2 - 1 \leq 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 - 16 \geq 0 \end{cases}$$

$$\frac{1}{27} + \frac{17}{3} + 2$$

$$\frac{10}{27}$$

$$\frac{54}{27} - \frac{17}{27}$$

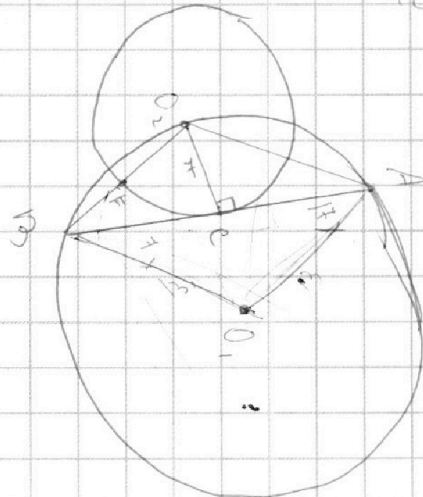
$$\frac{37}{27}$$

РФ =

BF =

$$\sqrt{x^2 + 1} \approx \sqrt{9x^2}$$

$$BF \cdot BO_2 = \sqrt{9x^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$
 $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$
 $2x_2 + y_2 - (2x_1 + y_1) = 14$

$x_1, y_1; x_2, y_2 \in \mathbb{Z}$
 $a: y \quad b: 14 - y$
 $c: 18 - 11 + y = 7 + y$

$ab \div 2 \cdot 11$
 $bc \div 2 \cdot 7 \cdot 14$
 $ac \div 2 \cdot 7 \cdot 14$

$-13a + 26b = 0$
 $26b = 13a$
 $a = 2b$
 $25a = 68$
 $abc = 7 \cdot 2$

$a = 2 \cdot 7 = 14$
 $b = 7$
 $c = 2 \cdot 7 = 14$

$a = 2 \cdot 11 = 22$
 $b = 2$
 $c = 2 \cdot 11 = 22$

$a = 2 \cdot 7 = 14$
 $b = 7$
 $c = 2 \cdot 7 = 14$

$2: a: x \Rightarrow b: 15 - x$
 $c = 14 - 15 - x$
 $2(69) - 2(69) \cdot \cos \alpha = 14 \cdot 2 + x$
 $2 \cdot 169(1 - \cos \alpha) = 14 \cdot 2 + x$
 $x = \frac{169(1 - \cos \alpha)}{12}$

$2x + y = 0$
 $y = 16$
 $2y + 7 = 39$
 $2y = 32$
 $y = 16$

$2 + x + 1 = 22$
 $2 + 2x = 24$
 $x = 11$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

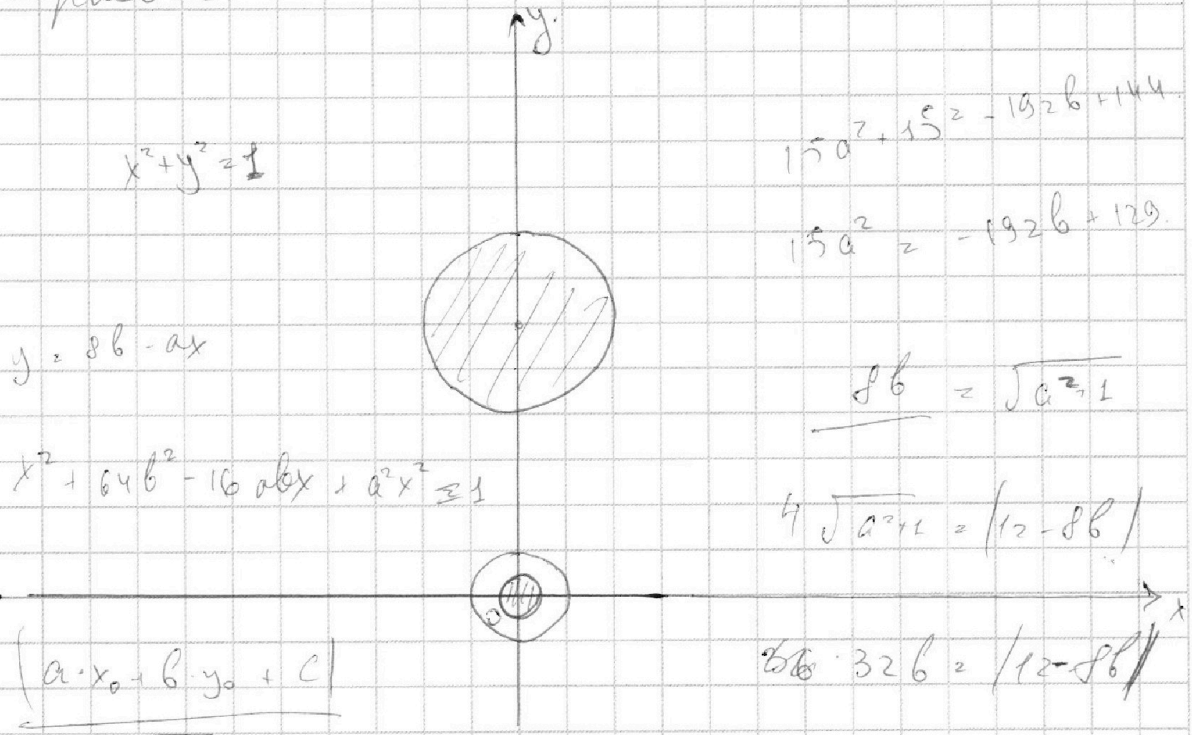
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



решение:



$$15a^2 + 15^2 = -192b + 144$$

$$15a^2 = -192b + 129$$

$$\frac{8b}{1} = \sqrt{a^2 + 1}$$

$$4\sqrt{a^2 + 1} = |12 - 8b|$$

$$8b \cdot 32b = |12 - 8b|^2$$

$$\sqrt{a^2 + 1}$$

$$\sqrt{a^2 + 0}$$

$$|-8b| = 1$$

$$|12 - 8b| = 4$$

$$\frac{|-8b|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 1$$

$$b = \frac{12}{8} \cdot \frac{3}{2}$$

$$\frac{|12 - 8b|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 4 \cdot b \cdot \frac{3}{2}$$

$$32b = 8b - 12$$

$$24b = -12$$

$$b = -2$$

$$\frac{|12 - 8b|}{|-8b|} = 4$$

$$(-8b)^2 = a^2 + 1$$

$$64b^2 = a^2 + 1$$

$$16a^2 + 16 = (12 - 8b)^2$$

$$16a^2 + 16 = 144 - 192b + 64b^2$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \sqrt{12} \\ \sqrt{16} \\ \hline 72 \\ \sqrt{12} \\ \hline 192 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

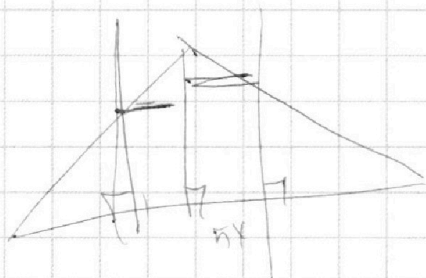
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

черновик





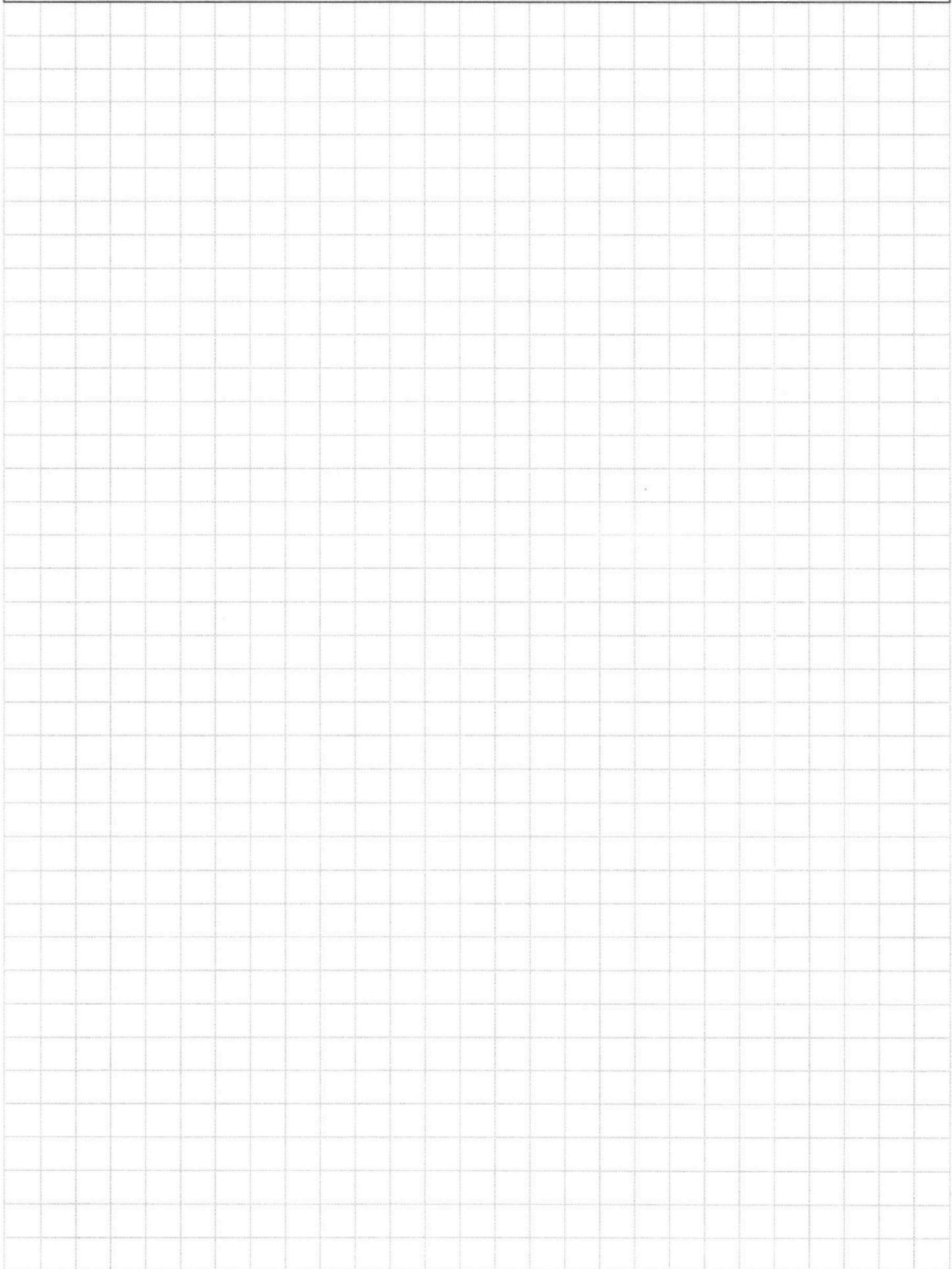
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



черновик

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot k$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot f$$

$$ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot n$$

$$a^2 b^2 c^2 = 2^{55} \cdot 7^{68} \cdot kfn$$

$$k = 7^{10}$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{21}$$

$$a = 2^{11}$$

$$b = 2^4$$

$$c = 2^{13}$$

$$\frac{12}{5}$$

$$\frac{144}{25}$$

$$\frac{119}{25} + 1 = \sqrt{\frac{12}{5}}$$

$$\frac{12}{5} \quad \frac{144}{25} - 25$$

$$ab = 7 \cdot 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$bc = 7 \cdot 2^{14} \cdot 7^{18}$$

$$ac = 7 \cdot 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$a^2 b^2 c^2 = 7 \cdot 2^{55} \cdot 7^{68}$$

$$\frac{86}{\sqrt{a^2+1}}$$

$$= \sqrt{a^2+1} \quad \frac{144}{25} - \frac{119}{25}$$

$$|12 - 86| = |12 - \sqrt{a^2+1}| = 4$$

$$\sqrt{a^2+1}$$

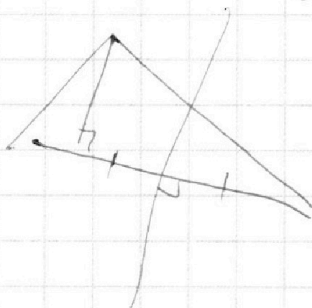
$$18 - 39$$

$$7 \cdot 6 = 42$$

(3)

24x

12.r



6+9

$$13 -$$

$$-10$$

$$42$$

$$-13$$

$$\hline 29$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

