



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

приведен пример
продолжение

$$\begin{aligned} a &= 2^{11} \cdot 7 \\ b &= 2^{15} \cdot 7 \\ c &= 2^{12} \cdot 7 \end{aligned}$$

Заметим что abc делится
на $3 \cdot 34$ но a с делится на $3 \cdot 39$

$34 \nmid 39$ abc делится на

$$abc \geq 2^{28} \cdot 3 \cdot 39$$

приведен пример

$$\begin{aligned} a &= 2^{11} \cdot 3 \cdot 7 \\ b &= 2^{15} \cdot 7 \\ c &= 2^{13} \cdot 7 \end{aligned}$$

ab делится делится на $2^{16} \cdot 21$
но делится на $2^{15} \cdot 3 \cdot 7$

bc делится на $2^{19} \cdot 7 \cdot 78$
на $2^{14} \cdot 3 \cdot 18$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

В 1 пункте
а) даны 2^{28} и 2^{39} см
даны 2^{28} и 2^{39}

устанавливает глобальную

Ответ: количество a, b, c
 ~~2^{28}~~ $- 2^{28} \cdot 2^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

Заметим, что

$$ab \cdot bc \cdot ac \text{ делится на } 2^{125+17+23}, \text{ а } (11+18+39)$$

$$abc = \sqrt{ab \cdot bc \cdot ac}$$

значит $ab \cdot bc \cdot ac$

делится целым
коэффициентом

$$ab \cdot bc \cdot ac \text{ делится на } 2^{55} \cdot 3^{68}$$

первоначально $ab \cdot bc \cdot ac$ - ~~делится~~

но $2 = 2^{55} \cdot 3^{68}$ делится

итак получим 1 стоит 2^{56}

(Потому что 55 - нечетное)

$$\text{значит } ab \cdot bc \cdot ac$$

$$\text{делится на } 2^{56} \cdot 3^{68}$$

значит abc делится

$$\text{на } 2^{28} \cdot 3^{34}$$

$$\text{то есть } abc \geq 2^{28} \cdot 3^{34}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что
 $\text{НОД}(a, b) = 1$ потому что

$\frac{a}{b}$ — не сократимая

и значит что
 $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 - 2ab$

Также заметим что

какое-то число $m =$

$\text{НОД}(a+b, a^2 - 2ab + b^2, m) =$

$m = \text{НОД}(a+b, (a-b)^2 - 2ab)$

значит $a+b$ делит m и

так m , так $(a-b)^2$ делит
 m и $(a-b)^2 - 2ab$

значит m делит

$2ab$ делится на m

значит что m делит

$\text{НОД}(a+b, m) = m$

и так, но $a+b$ делит m

и a делит m значит m делит

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

* Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2 продолжение
знания

Но $A(a, b) \geq n$ ~~нельзя~~
ит. продолжение
привести к против.

$$НОД(a, m) = 1$$

$$НОД(b, m) = 1$$

поскольку a и b взаимно
просты

и b и m взаимно
просты, значит a, b и m

взаимно просты $\Rightarrow$

существует на целых m и n
значит $m \leq n$

приведем пример для $m=9$

$$a=2 \quad b=5$$

$$\begin{array}{r} a \cdot b \\ \hline 2 \cdot 5 = 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} a \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} b \\ \hline 5 \end{array}$$

45 делится на 5 и 9 значит



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Н 17 продолжите

Но А (9, 45) = 9

пример

Но А (2, 2) = 1

пример

дальше задали

составили

ответ: $m=9$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

из предметов

мыч $S_{AO_1B} = \frac{AO_1 \cdot 0,7 \pi \cdot \sin C}{2}$

$= \frac{AO_1 \cdot 0,7 \pi}{2} = \frac{77 \pi}{23}$

$h = \frac{2 \cdot 77 \pi}{\pi}$

$AO_1 \cdot AO_1B = \frac{77 \pi}{23} = 2 \cdot 77 \pi$

$AO_1 \cdot AO_1B = \frac{2 \cdot 77 \cdot \pi}{23} = 77 \pi$
 $= 77 \pi$

мыч закончим

некому кончить
 переписать

ген

AO_1B

АВ

$AO_1 = \sqrt{77 \pi^2 + 36}$

$AO_1B = \sqrt{77 \pi^2 + 36}$

77 -

1
 $\frac{77}{23}$
 $\frac{77}{23}$
 $\frac{77}{23}$
 $\frac{77}{23}$
 $\frac{77}{23}$
 $\frac{77}{23}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№3 программа

$$AO_1^2 + O_1B^2 = 2 \cos 2 \cdot AO_1 \cdot O_1B =$$

$$5(24n)^2$$

$$(15n^2 + 5n^2 + 2n^2 - 2 \cos 2 \cdot 169 =$$

$$5(24n)^2$$

$$338n^2 + 98 - 2 \cos 2 \cdot 169 =$$

$$2 \cos 2 \cdot 364 =$$

$$= 536n^2$$

$$98 - \cos 2 \cdot 364 =$$

$$= 1982n^2$$

$$338n^2 - \cos 2 \cdot 364 = 438$$

Почему не совсем
219 программа

OAB

$$(24n)^2 = 169 \cdot 2 - 2 \cos 2 \cdot 169$$

$$(21n^2) = 169 \cdot 2 -$$

$$169 \cdot 2 - 2 \cos 2 \cdot 169$$

$$-2 \cos 2 \cdot 169$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 15 \\ \hline 30 \\ 15 \\ \hline 45 \\ 15 \\ \hline 60 \\ 15 \\ \hline 75 \\ 15 \\ \hline 90 \\ 15 \\ \hline 105 \\ 15 \\ \hline 120 \\ 15 \\ \hline 135 \\ 15 \\ \hline 150 \\ 15 \\ \hline 165 \\ 15 \\ \hline 180 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

н 3 продолжение

$$\left\{ \begin{aligned} 98 - 0.52 \cdot 364 &= 198n^2 \\ 836n^2 &= 338 - 338 \cdot \cos(1-1102) \end{aligned} \right.$$

$$514n^2 = 33872 \cdot 0.52$$

~~534~~

$$\frac{584n^2}{646} = 0.52$$

н.
6

$$\cos 2 = \frac{24}{26} n$$

~~98 - 0.52~~

немаксов

$$98 - 24 \cdot n \cdot 364 = 198n^2$$

$$49 - 6 \cdot n \cdot 364 = 99n^2$$

$$49 - 6 \cdot n \cdot 28 = 99n^2$$

-21-

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

из трех проданных
ремешек квадратное уравнение

$$99x^2 + 6.28x - 49 = 0$$

$$D = (6.28)^2 - 4 \cdot 99 \cdot (-49)$$

$$= 3^2 \cdot 8^2 \cdot 7^2 - 2^2 \cdot 4 \cdot 3^2 \cdot 7^2$$

$$= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \cdot (8^2 - 4 \cdot 3^2)$$

$$= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \cdot (64 - 36) =$$

$$= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \cdot 28 =$$

$$= 2^2 \cdot 4 \cdot 7^2 \cdot 70$$

то получим

$$x_{1,2} = \frac{-6.28 \pm 42\sqrt{10}}{198}$$

$$x_1 > 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{-6.28 + 42\sqrt{10}}{198}$$

$$x_2 = \frac{-6.28 - 42\sqrt{10}}{198}$$

$$= 12 -$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3 задача

$$\pi = -28 + 9\sqrt{20}$$

$$33$$

решит

$$AB \leq \frac{24}{73} \cdot \frac{8}{71} (9\sqrt{20} - 28)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 4

записали на компьютере
и получили какое-то
число

$$a + \frac{(Va - Vb)(Va + Vb)}{(Va + Vb)} = a^2 - b^2$$

ОДЗ: $\sqrt{a} \neq \sqrt{b} \neq 0$

вообще, б.з. $3n^2 - 6n + 220$
 $3n^2 - 3n + 170$

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 220} - \sqrt{3n^2 - 3n + 170} = 1 - 9n$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3n^2 - 6n + 220 = 3n^2 - 3n + 170 - 2(1 - 9n) \\ \sqrt{3n^2 - 6n + 220} + \sqrt{3n^2 - 3n + 170} = 2 \\ \sqrt{3n^2 - 6n + 220} - \sqrt{3n^2 - 3n + 170} = 1 - 9n \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

мы продолжим

$$\text{если } 1 - 9n = 0$$

$$n = \frac{1}{9}$$

тогда

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 1} + \sqrt{3n^2 + 3n + 1} =$$

$$\sqrt{3 \cdot \frac{1}{81} - \frac{6}{9} + 1} + \sqrt{3 \cdot \frac{1}{81} + \frac{3}{9} + 1} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{27} - \frac{12}{27} + \frac{27}{27}} + \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{12}{27} + \frac{27}{27}}$$

$$= \sqrt{\frac{16}{27}} + \sqrt{\frac{28}{27}}$$

> 0 значит второй

случай не возможен

тогда

$$- 9n + 1 = 1 - 9n$$

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 1} + \sqrt{3n^2 + 3n + 1}$$

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 1} + \sqrt{3n^2 + 3n + 1} \neq 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



ну задача перенос

или

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 1} + \sqrt{3n^2 + 3n + 1} = 1$$

$$1 - 9n = 0 \Rightarrow n = \frac{1}{9}$$

или

заменить n на

$$\sqrt{3n^2 + 3n + 1} \geq \frac{1}{2}$$

переносим $\sqrt{3n^2 + 3n + 1} \geq \frac{1}{2}$

заменить n на

$$3n^2 + 3n + 1 \geq 0 \quad D = 9 - 12 = -3 < 0$$

и верное

верно

корень $3n^2 + 3n + 1$

$$-\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$

поэтому верное

$$n = -\frac{1}{2}$$

- 0 -

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



нч предположить
переход к каноническим

$$L_n = 3n^2 - 6n + 2$$

$$D = 36 - 24 = 12 > 0$$

$$n_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6}$$

$$n_{1,2} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Асимптоты $x \in (-\infty; 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}) \cup [1 + \frac{\sqrt{3}}{3}; +\infty)$

или $x \in (-\infty; 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}] \cup [1 + \frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty)$

на ОДЗ

Заметим, что

$$1 + \frac{1}{\sqrt{3}} > 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{и } 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} > 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$+ 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \quad 3n^2 - 6n + 2 \geq 0 \Rightarrow 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} > 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$$

переходим к $\sqrt{3n^2 - 6n + 2} \geq 0$, что

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 2} \geq 0 \quad \text{на } n \in \mathbb{R}$$

отсюда следует, что

$$n \in \mathbb{R}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 4 Модуль

поча

радиусами второй

сферы

$$r \leq 1 - \frac{1}{n}$$

$$1 - \frac{1}{n} \leq 1$$

переносим

$$= \frac{1}{n}$$

$$n \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right) \geq 1$$

или $n \geq \frac{1}{1 - \frac{1}{n}}$

$$n \geq \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{1}{n}}}$$

значит $n \geq 2$

Рассмотрим случай $n \geq 2$

он равен нулю

Получим значение

$$1 - \frac{1}{n} =$$

представим
в виде
дробей



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 4 продолжение

пусть

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 12} - \sqrt{3n^2 + 3n + 11} = 1 - 9n$$

или

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 12} - \sqrt{3n^2 + 3n + 11} =$$

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 12} + \sqrt{3n^2 + 3n + 11} \neq 9n$$

$$- 2\sqrt{3n^2 + 3n + 11} = -9n$$

$$2\sqrt{3n^2 + 3n + 11} = 9n$$

$$\text{но } n \leq 0 \text{ значит}$$

$$9n < 0$$

$$\text{но } 2\sqrt{3n^2 + 3n + 11} \geq 0 \Rightarrow$$

$$2\sqrt{3n^2 + 3n + 11} = 0 = 9n$$

$$\text{при } n = 3n^2 + 3n + 11 = 11$$

$$2\sqrt{3n^2 + 3n + 11} = 2, \text{ что}$$

не выполняется

$$\text{значит } \sqrt{3n^2 - 6n + 12} - \sqrt{3n^2 + 3n + 11} \neq$$

-11. Ответ: $n = \frac{1}{9}$, удовлетворяет ОДЗ

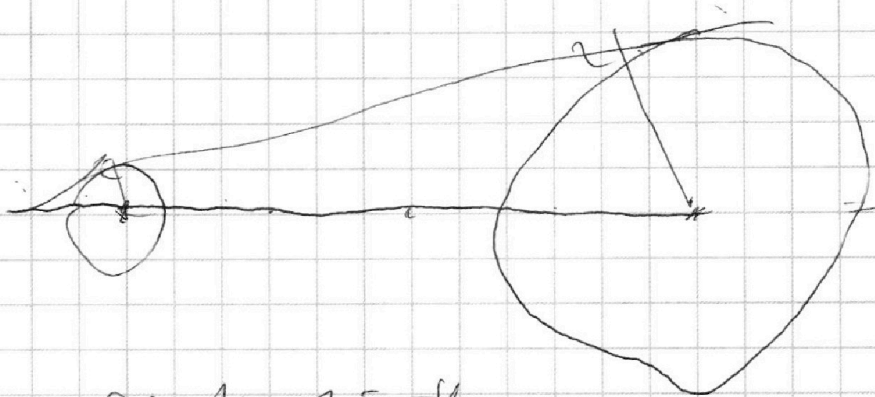
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$am Ay + b = -y$$

$$-4a + b =$$

$$-4a + 8b = 0$$

$$a = -\frac{8b}{4}$$

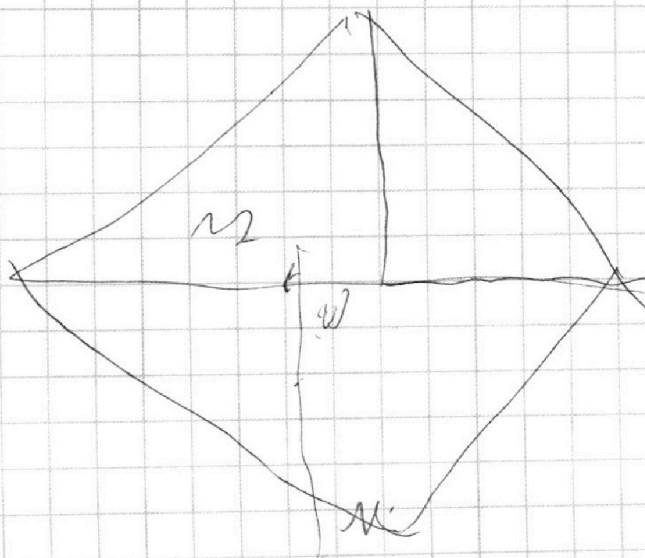
$$a = -2b$$

$$-2b + y + b = 0$$

$$165 - 45$$

$$120$$

$$(430 + 3, 925)^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



NS продукт

Заметим что

параллельны

и заметим что

сторона параллелограмма

можно поделить на

нашему семейству

красивых

и рассмотрим

для этих случаев

где i -я пара откидываем

$$-2 \left((1 + 3) \right) + 14 - 3 + 0$$

не от

i -то отменяет

от нуля до n

то это количество

различных

таких случаев

25 -

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 5

расшифруем

оргу получ

n, n
получ

са жедем вдем
сервисные
получ

$(n, n+4)$

линии с на преюи
продежиной через нт

$(n, (n+4))$ и $(n+4, n)$

полн для жем

$- (n-n) 14 + n+4, 4$

полн для оже

полн для полн

$n, 4$ углов

врем в чем

полн лемме на

полн $- (2(n-n) 14 + n+4)$

$- 24 -$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



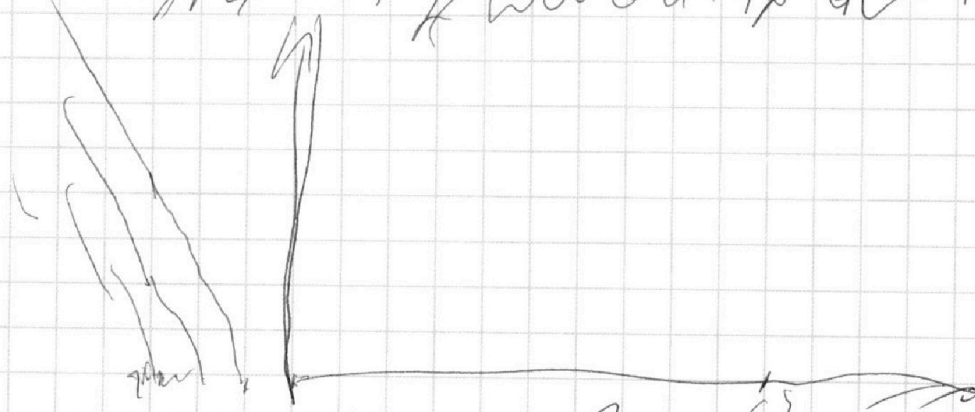
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

НБ представлено

показана каждая из
линий на рисунке
показана линия
удовлетворяющая по
ребрам и по углам
краям пер
которых удовлетворяет
и угловая величина
то предельно параллельно
грани
то грани $i=1$
 $i=2$



не от и грани
у которых есть грани -
показаны по ребрам
-26- 14.3.14



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5 прогностике
период 14.3.14

перенос с движением на ?

быть и замечать, что

то тут еще что важно
которые мы не умим

(а мы примерно
где правки адекватно
какой. Когда

где где перенос на эту
и правки адекватно
какой, тем

я ищем везу то

где перемещение правки
1 1 1 1 2

или везу между

перенос на 1 а между
перенос на 2 что это

образуют пары все между пер
-27



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

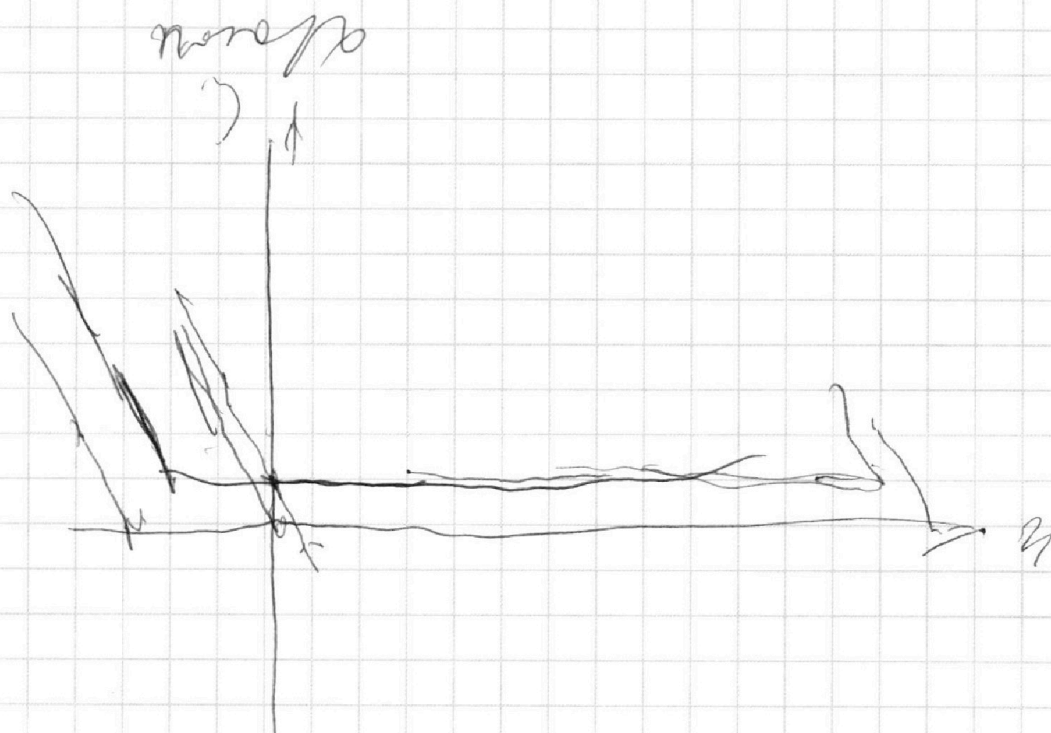
5
☒

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



пер
но это может быть
ошибка или
по меньшей мере
на графике и в формуле
на графике
указано, что при этом
одна
и другая $1.72 \cdot n$
- 143

-22



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N5 Предмет

Значит все пар

74-3-2

$14^2 \cdot 3 + 12^2$

= 340

Ответ: 340 пар точек

-29-



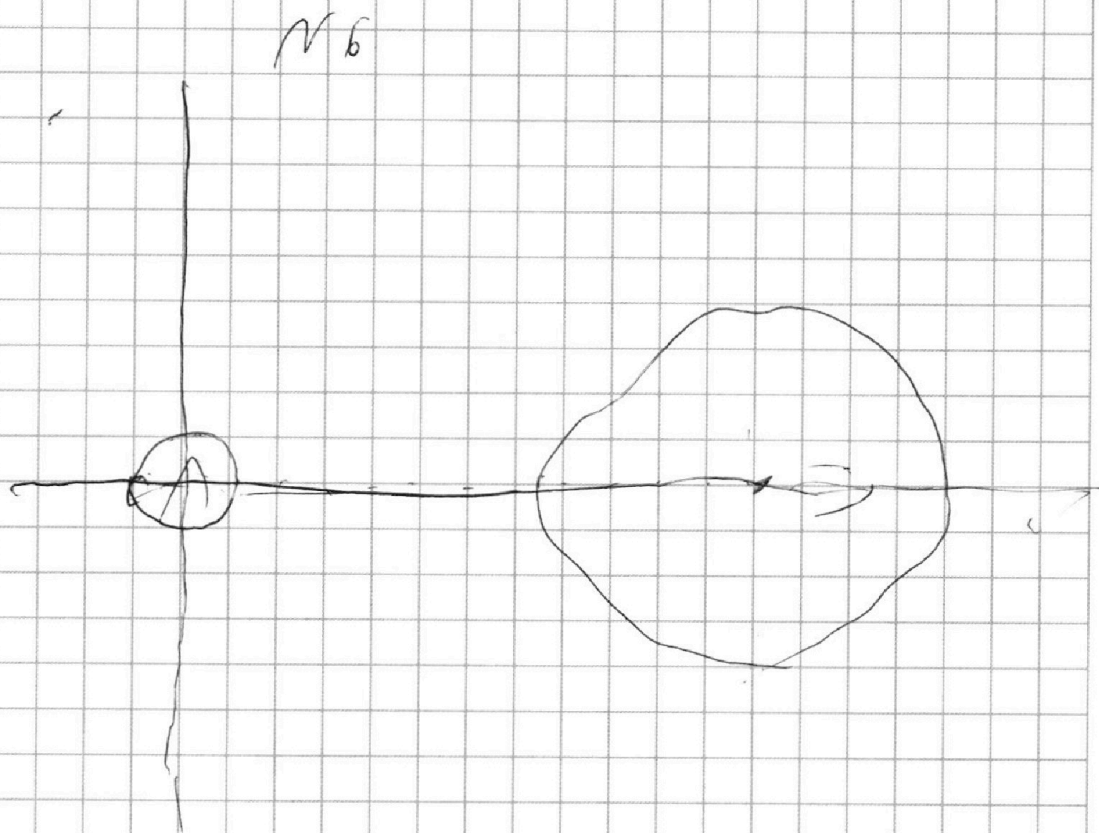
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Вектор A - горизонтален

и имеет $0,0$

и радиус 7

6 - $0,1$ секунд

$12,0$ радиус

Вектор A
 $(2^2 - 1) / 6$

а радиус 7

Вектор B и имеет

6 и $(7-12) / 6$

а радиус 7

- 17 -



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6 проделаны
значит в ответе
только допустим

A и B
(модуль 1) и $2\sqrt{3}-17$? - 11
имеют разность значений

не отсюда только
в ответе A и E
(модуль 1) | $(2\sqrt{3}-17)^2 - 16 \leq 0$
будет а н 47-86

задача решается
этими данными в ответе
матрица значений
что при замене
матрицы получается

только в одной строке или
значит декоративных

- 137

ор 47-86 - решение
каждой задачи

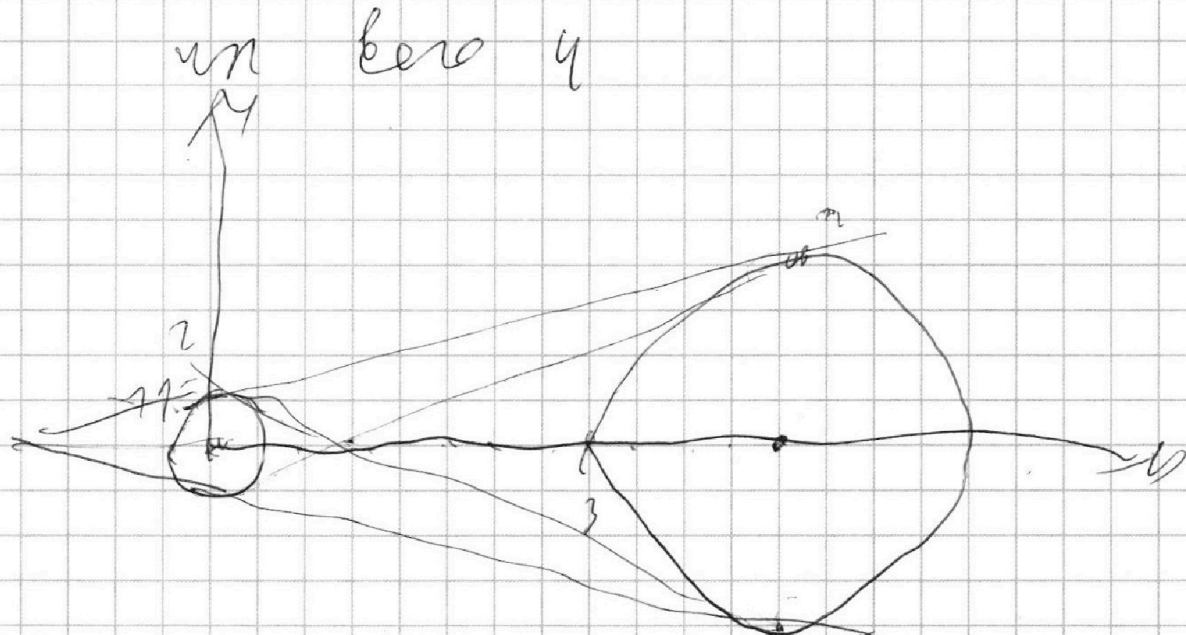
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



часть 1 дается

через точки $(0; 1)$, $(1; 0)$

Зачит гра проведет

и через точку

$(0, 0)$ а именно

и точка $(1, 0)$

~~Вывод: 1. а $16 - 86$~~

~~ит $25 - 86 = 1 \Rightarrow 86 - 1$~~

~~ит $6 - 81 = 0$~~

~~$16 - 86$~~

14 -



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ задачи
проверка 1

проверка $(-4, 0)$ $(0, 1)$

$$\begin{cases} -4a + 0 - 8b = 0 \\ -4 - 8b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4a - 8b = 0 \\ 8b = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} b &= \frac{1}{8} \\ a &= -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

проверка $(-4, 0)$
проверка $(0, 1)$

$$\begin{cases} 4a + 0 - 8b = 0 \\ -4 - 8b = 0 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{aligned} b &= -\frac{1}{8} \\ a &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

775-

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

К6 представлено

стало же равно

$$n = 3$$

или провоз

человек $(\frac{n}{5}, b)$

ручная работа 2

$$(\frac{12}{5}, 0) (0, 1)$$

$$\frac{a \cdot n}{5} + n - 8b = 0$$

$$1 - 8b = 0$$

$$b = \frac{1}{8}$$

$$a = \frac{1}{2}n$$

ручная работа

$$(\frac{12}{5}, 0) (0, 1)$$

$$\frac{a \cdot n}{5} + 0 - 8b = 0$$

$$1 - 8b = 0$$

$$b = \frac{1}{8}$$

$$a = -\frac{5}{n}$$

Ответ: $(a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{8}) (a =$

- 16 -



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

ответ: ~~$a = \frac{1}{2}$~~

$$(a = -\frac{1}{2} \quad b = \frac{1}{2})$$

$$(a = \frac{1}{2} \quad b = -\frac{1}{2})$$

$$\text{та } \frac{8}{\pi}$$

$$(a = \frac{5}{\pi} \quad b = \frac{1}{2})$$

$$(a = -\frac{5}{\pi} \quad b = -\frac{1}{2})$$

поиск
меньше 1 а ч пров
через точку $(-4, 0)$

ре вычисления 2, 3
результат через точку
 $(\frac{\pi}{2}, 0)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

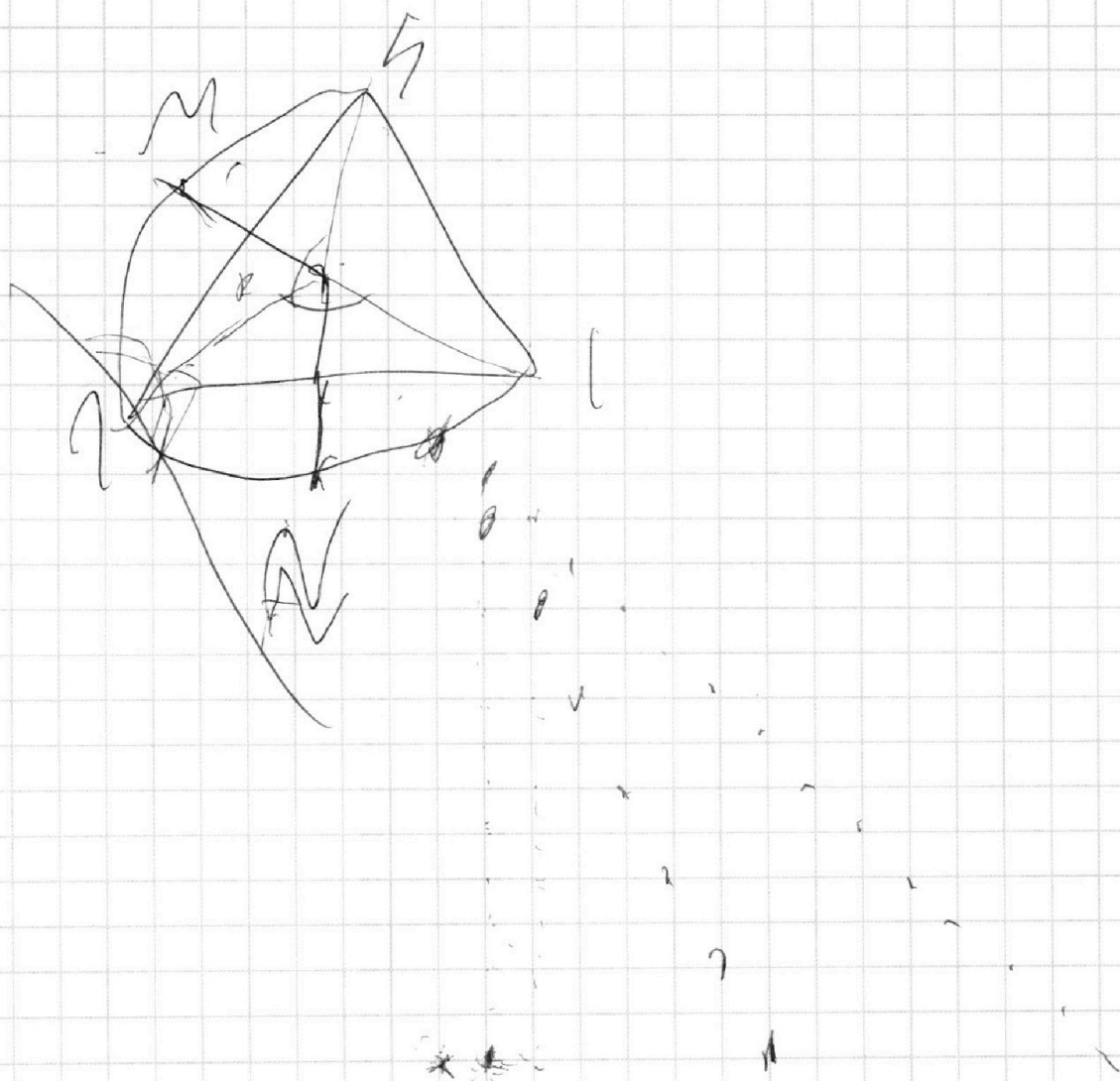
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☒

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 9 предмет

$$\frac{a}{2} - \frac{b}{2} = \frac{b^2 - 1}{2}$$

$$\frac{a^2}{4} - \frac{b^2}{4} = 2,5^2$$

-37-

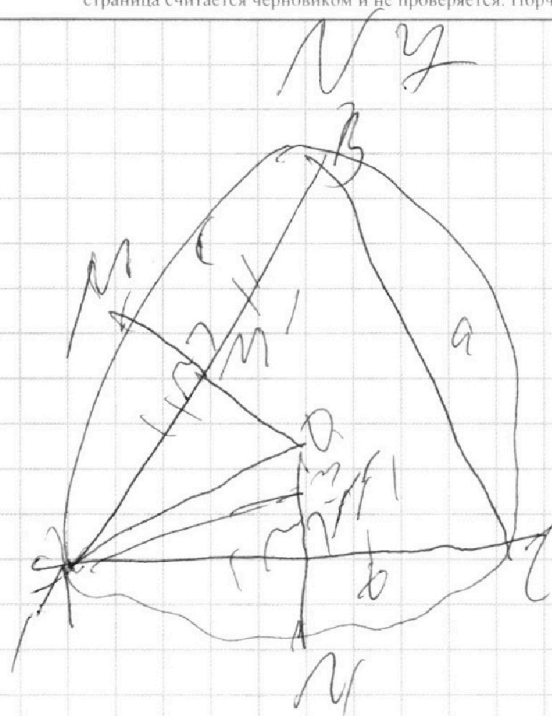
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



O - центр описанной окружности

радиус R - радиус

$$OM = R = 5$$

$$ON = R = 7,5$$

нужно найти

выражение для bc

R - радиус описанной

окружности

$$AO^2 = R^2 - \frac{1}{4}a^2$$

O1 - точка пересечения медиан

медиан

$$R = \frac{a+b+c}{2} = 30$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AB = 2^{15} \cdot 3^{11}$$

$$AB = 2^{15} \cdot 3^{11}$$

$$BC = 2^{15} \cdot 7^{12}$$

$$AC = 2^{17} \cdot 3^{11}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 15 \\ 12 \\ 12 \\ 23 \\ \hline 55 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ 11 \\ 39 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$= ABBCAC \cdot 2^{55} \cdot 3^{68}$$

$$ABC \cdot \sqrt{2^{55} \cdot 3^{68}}$$

$$ABC \cdot 2^{27} \cdot 3^{34}$$

$$a + b$$

$$a + c = 16$$

$$a + c = 17$$

$$a + b = 16$$

$$b + c = 17$$

$$a + 2 = 13$$

$$a + 10c = 28$$

$$c = 12$$

$$a = 17$$

$$b = 15$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

at
 $(abc)^2$ делит $a^2 - 25b^2$

at $(abc)^2$ делит $a^2 - 34b^2$

at $(abc)^2 = a^2 - 33b^2$

т.е.

$a = 11 - 2b$

$b = 5 - 2b$

$a^2 - 5ab + b^2$

$a = 11 - 2b$

$5 - 2 \cdot 2 - 2 + 4 = 1$

$\frac{5}{4-4} = \frac{1}{0} = 5$

at $(abc)^2 = a^2 + 5ab + b^2$

$(abc)^2 = 9ab$

$9ab$ делит a^2

abc делит $11b$

$m = 1100 (9ab) \cdot 11b$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3n^2 + 3n + 1$$

$$D = 9 - 12 = -3$$

$$-\frac{6}{10} = -\frac{3}{5} = -\frac{1}{1.667}$$

$$-\frac{3}{5} - \frac{3}{5} + 1$$

$$\frac{3}{5} - \frac{6}{5} + 1 = -\frac{3}{5} + 1 = \frac{2}{5}$$

$$\frac{n}{1} = 2, \quad \frac{6}{6} = 1$$

$$3 - 6 + 2 = -1$$

$$36 - 24 = 12$$

$$\frac{6 \pm \sqrt{12}}{6}$$

$$1 \pm \frac{2\sqrt{3}}{6}$$

$$= 1 \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$3\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 3\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + 1 =$$

$$= 3\left(1 + \frac{1}{3} - \frac{2}{\sqrt{3}}\right) + 3 - \sqrt{3} + 1 = 7 - \sqrt{3}$$



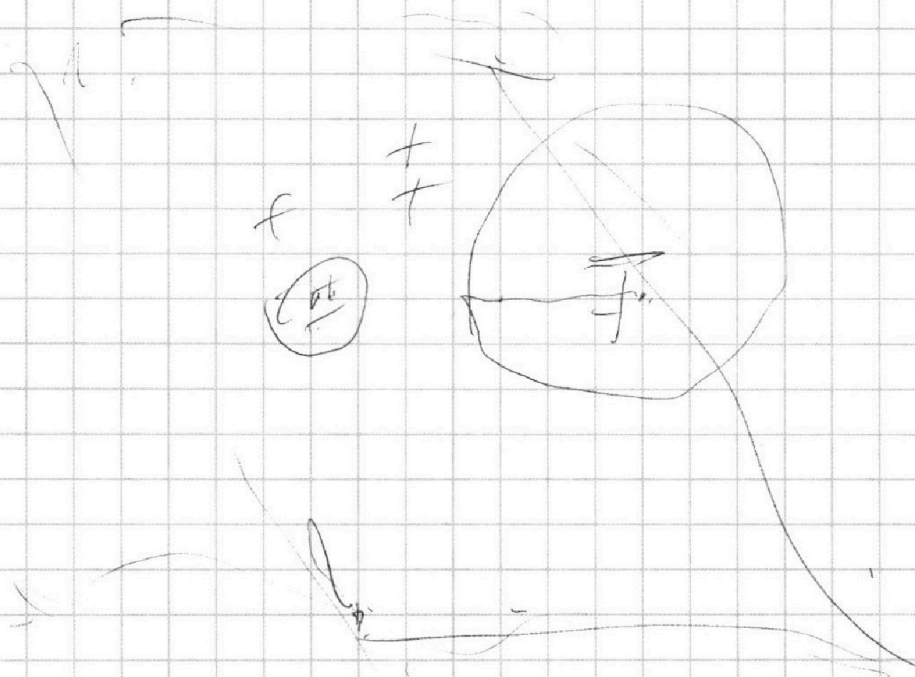
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



420 42 96

- 2

2 2 6-2

- 22

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \cos 22^\circ \cdot 169 + 2 \cdot 169 &= 242^\circ \\ \cos 22^\circ \cdot \sqrt{15} \cdot 169 + \sqrt{15} \cdot 169 &= 242^\circ \\ \sqrt{15} \cdot 169 \cdot (\cos 22^\circ + 2) &= 242^\circ \\ \sqrt{15} \cdot 169 &= 242^\circ \end{aligned}$$

$$(1 - 2 \cos 22^\circ) \cdot 169 + 2 \cdot 169 = 242^\circ$$

$$-3 \cdot 169 - 2 \cos 22^\circ \cdot 169 = 242^\circ$$

$$\frac{1}{24} = \frac{\pi}{24} + \frac{2\pi}{24}$$

$$\frac{2\pi}{24}$$

$$\frac{2\pi}{24} + \frac{2\pi}{24} + \pi = \frac{2\pi + 2\pi + 24\pi}{24} = \frac{28\pi}{24} = \frac{7\pi}{6}$$

$$638 - 2 - 336 = 300$$

$$= 0.1 \cdot 169 \cdot (2.73)$$

$$\begin{array}{r} 147 \\ 24 \\ \hline 36 \\ 756 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

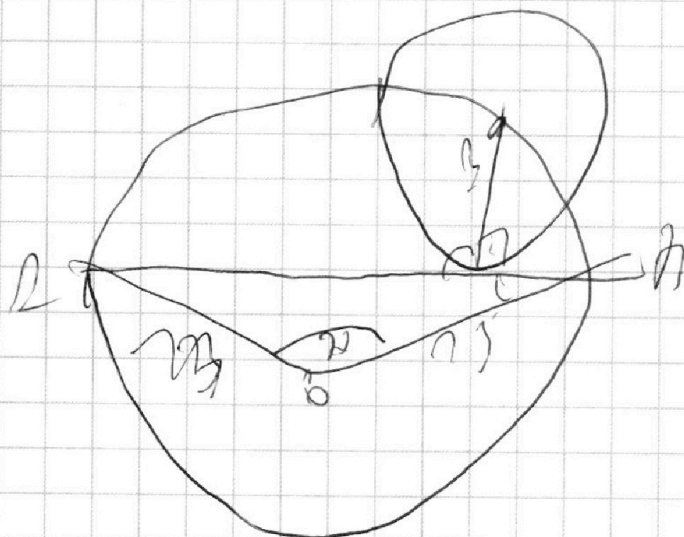
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



МФТИ

N3



norm 5 Jhr $\alpha \beta = 2$

$$\text{hgg } (A \cap B) = 2L$$

7. $A_0 = 132$ and $B = 22$

тогда $\frac{AB}{Q} = 77n$

rest

$$5 \cdot 2.73 = 13.65$$
$$5 \frac{1}{2} = \frac{11}{2} = \frac{72 \times 11}{2 \times 72}$$
$$\cos 2 = \sqrt{1 - \frac{144}{169}} = \sqrt{\frac{25}{169}} = \frac{5}{13}$$



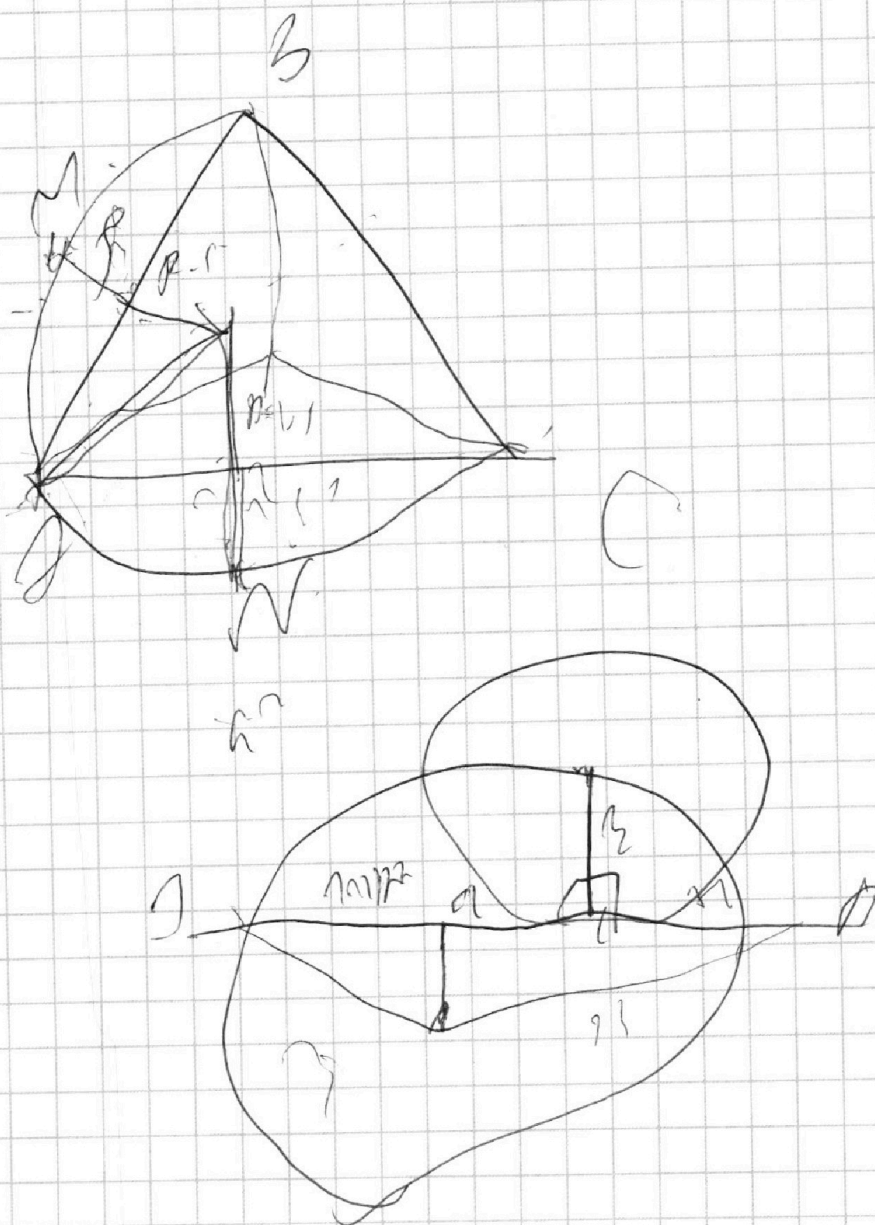
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



МФТИ

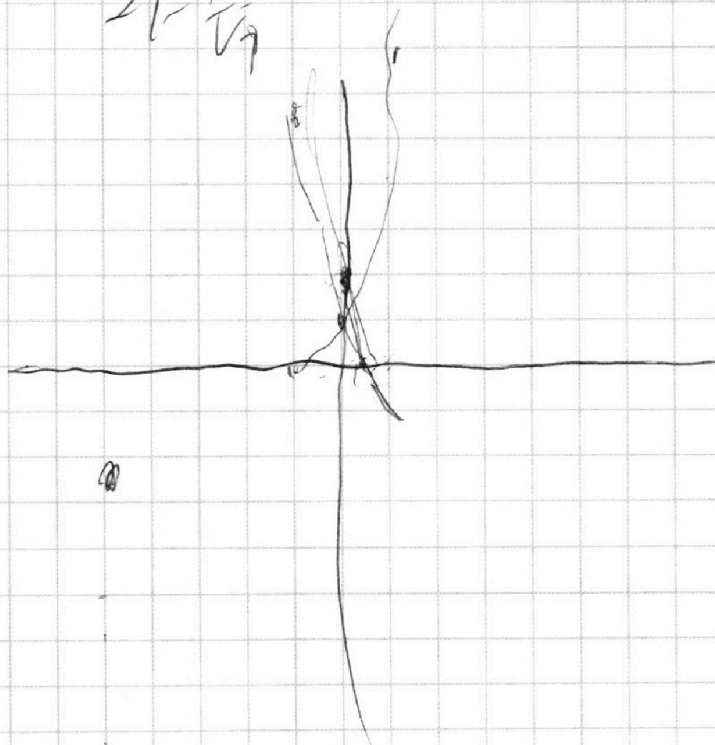
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3π

$$3\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) - 6\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\pi$$

$$= 3 + 1 - \frac{6}{\sqrt{3}} - 6 + \frac{6}{\sqrt{3}}\pi$$

$$1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

☒ 1
 ☒ 2
 ☐ 3
 ☐ 4
 ☐ 5
 ☐ 6
 ☐ 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{25x^2 + 13^2}$$

$$25x^2 + 13^2 = 2052 \sqrt{1}$$

$$(13x)^2 + 13^2 + 13^2 - 2052 \sqrt{(13x^2 + 13^2)}$$

$$= (25x)^2 + 13^2$$

$$289x^2$$

$$336x^2 + 13^2 - 2052 \sqrt{3(x^2 - 2x + 1/3)}$$

$$\sqrt{(289x^2 - 13^2)(45x^2 - 13^2)} \cdot 3(x - 1 + \frac{1}{3})$$

$$= 336x^2 + 13^2 - 2052 \sqrt{3(x - 1 + \frac{1}{3})}$$

$$17 = 36 - 24 = 12 \quad 3(x - 1 + \frac{1}{3})$$

$$10 - 9 = 11 = -3$$

$$3(x - \frac{6 + \sqrt{13}}{6})(x - \frac{6 + \sqrt{13}}{6})$$

$$3(x - \frac{3 + \sqrt{13}}{3})(x - \frac{3 + \sqrt{13}}{3})$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 13 \\ \hline 27 \\ 281 \\ \hline 299 \\ 13 \\ \hline 330 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 225 \\ \hline 449 \\ 2064 \\ \hline 216 \\ 11221 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

☒ 1
 ☐ 2
 ☐ 3
 ☐ 4
 ☐ 5
 ☐ 6
 ☐ 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

12

$20^2 + 65^2 = 73^2$

$\sqrt{45^2 + 65^2}$
 $\sqrt{45^2 + 65^2}$
 $\sqrt{117}$

11?

$\cos 12 = 1.76 \cos 12$

12?
 4.7
 13.7
 13
 7.9
 7.9
 2.9

1
 2.4
 2.4
 4.8
 4.8
 9.6

$7 + 13 = 24$

16.5
 33.8
 33.8 - 2

$\sqrt{283^2 + 45^2}$

$69^2 - 2 \cos 12 \cdot 165 = 554$

$10 = 2 \cdot \cos 12 \cdot 169$

$\cos 12 = \frac{5}{169}$

$\cos 12 = \frac{1}{16}$

$\cos 50 = 0$

24

$(24)^2 = 2 \cdot 73^2 - 2 \cos 12 \cdot 73^2$

$(24)^2 = 2 \cdot 73^2 \cdot (1 - \cos 12)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$T = 265 + 14t = \left(\frac{119-t}{24} \right)^2 + \frac{119-t}{24} t + \frac{63}{4}$$

$$\begin{array}{r} 119 \\ 36 \\ \hline 63 \end{array}$$

$$\left(\frac{119}{24} \right)^2 + 2 \neq \frac{63}{4} \div 122$$

$$\begin{array}{r} 119 \\ 4 \\ \hline 846 \\ 49 \\ \hline 627 \end{array}$$

$$\sqrt{3n^2 - 6nn - 3n^2 - 5n - 1}$$

$$\begin{array}{r} -5n + 1 \\ \hline \sqrt{(3n^2 - 6nn) + (3n^2 - 5n - 1)} \end{array}$$

$$(3n^2 - 6nn)(3n^2$$

$$\sqrt{3n^2 - 6nn + 3n^2 - 5n - 1} = \dots$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☒

2
☒

3
☐

4
☐

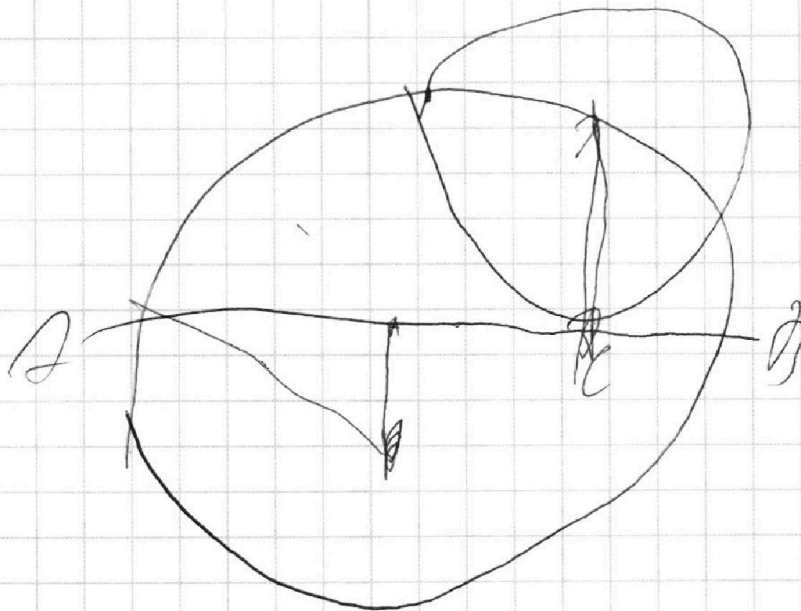
5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 73^2 - (22\pi)^2 &= 769 - 144\pi^2 \\
 \sqrt{769 - 144\pi^2} + 25\pi^2 &= 165 \\
 769 - 144\pi^2 + 49\pi^4 + 25\pi^2 + 2\sqrt{769 - 144\pi^2} \cdot 25\pi^2 &= 165 \\
 -144\pi^2 + 49\pi^4 + 25\pi^2 + 2\sqrt{769 - 144\pi^2} \cdot 25\pi^2 &= 0 \\
 24\sqrt{769 - 144\pi^2} &= 479\pi^2 - 49 \\
 \sqrt{769 - 144\pi^2} &= \frac{479\pi^2 - 49}{24} \\
 \pi^2 &= 4
 \end{aligned}$$