



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$abc = 2^{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3} \cdot 3^{\beta_1 \beta_2 \beta_3} \cdot 5^{\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3}$
 $a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\beta_1} \cdot 5^{\gamma_1}$ $b = 2^{\alpha_2} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\gamma_2}$
 $c = 2^{\alpha_3} \cdot 3^{\beta_3} \cdot 5^{\gamma_3}$ $abc = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \Rightarrow$

$\alpha_1 + \alpha_2 \geq 7$
 $\beta_1 + \beta_2 \geq 11$
 $\gamma_1 + \gamma_2 \geq 14$

Минимумы $\alpha_2 + \alpha_3 \geq 13$ $\beta_2 + \beta_3 \geq 15$ $\gamma_2 + \gamma_3 \geq 14$
 $\beta_2 + \beta_3 \geq 15$

$\alpha_1 + \alpha_3 \geq 14$, $\beta_1 + \beta_3 \geq 17$, $\gamma_1 + \gamma_3 \geq 43$ $abc =$
 $= 2^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \cdot 3^{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3} \cdot 5^{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3}$, очевидно, что минимум

$abc \rightarrow \min$, в мин-вах все неравенства равносильны целым числам

$\alpha_1 + \alpha_2 \geq 7$
 $\beta_1 + \beta_2 \geq 11$ $\beta_2 + \beta_3 \geq 15$ $\alpha_1 + \alpha_3 \geq 14$ $\gamma_1 + \gamma_3 \geq 43$ Минимум
 $\beta_1 + \beta_2 \geq 14$ $\gamma_2 + \gamma_3 \geq 18$ $\beta_1 + \beta_3 \geq 17$
 $\alpha_2 + \alpha_3 \geq 13$

~~Итак, в мин-вах, как всегда, $\beta_1 = 0$, $\gamma_1 = 0$~~

~~$\alpha_3 \geq 10$, $\beta_3 \geq 14$, $\gamma_3 \geq 43$~~

~~В силу $\beta_1 = 0$, $\gamma_1 = 0$ получаем $\alpha_3 = 10$, $\beta_3 = 14$, $\gamma_3 = 20$,
 $\alpha_3 = 10 \Rightarrow \alpha_1 = 4$ (из $\alpha_1 + \alpha_3 \geq 14$) $(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) \cdot 2 \geq 34$ $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 17$
 $(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) \cdot 2 \geq 43$ $\beta_2 + \beta_3 = 22$ $\beta_2 = 8$
 $(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3) \cdot 2 \geq 43$ $\gamma_2 + \gamma_3 = 22$ $\gamma_2 = 2$~~

$\Rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 17$, $\beta_2 + \beta_3 = 22$
 Минимум, минимально возможный мин $\alpha_1 = 4$, $\alpha_3 = 10$
 $\alpha_2 = 3$

$\beta_1 = 0$ $\beta_2 = 5$ $\beta_3 = 17$ ~~$\beta_1 = 0$, $\beta_2 = 5$, $\beta_3 = 17$~~

Оптимум в силу $\alpha_1 + \alpha_3 \geq 14$ $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geq 17$ $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 17$ $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 17$ $\beta_1 = 0$, $\beta_2 = 0$, $\beta_3 = 17$
 целочисленности $\Rightarrow \alpha_1 = 4$, $\alpha_2 = 0$, $\alpha_3 = 13$

или $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 17 \Rightarrow abc \geq 2 \cdot 3 \cdot 5^{17}$

Ответ: $2 \cdot 3 \cdot 5^{17}$

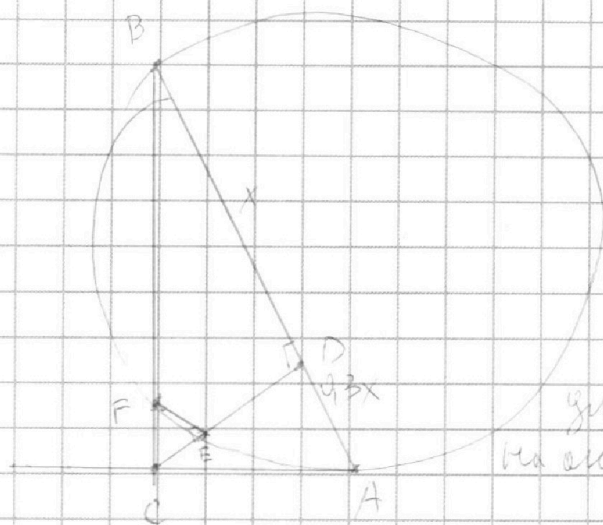
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решение: 1) по чл-в \Rightarrow
 \Rightarrow искомое 3-ий
 член на 100-м
 мб, член в 100-м
 мб, в 100-м, не
 нахож решение 3-м
 член, будем считать
 для 100-м член
 на 100-м 2) по $AB \cdot BD = 1,3 \Rightarrow$

$\Rightarrow BD = x \Rightarrow AB = 1,3x \Rightarrow AD = 0,3x$ - по м. окруж. $AD \cdot AB = CD^2$
 $\Delta \Rightarrow CD^2 = 0,3x^2, BC^2 = BD \cdot BA = 1,3x^2, CA^2 = DA \cdot AB = 0,39x^2$
 по теореме о кас. и sec. $CF^2 = CE \cdot CD \Rightarrow$
 $\Rightarrow CE = \frac{0,39x}{\sqrt{0,3}}$ Δ в силу $FE \parallel BA \Delta CEF \sim \Delta CDB$ (по 2-м \angle) \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{CE}{CD} = \frac{FE}{BD} \Rightarrow FE = \frac{CE \cdot BD}{CD} = 1,3x$$

$$S_{CEF} = \frac{1}{2} \cdot CE \cdot FE, S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot DA \Rightarrow S_{ACD} : S_{CEF} = \frac{CD \cdot DA}{CE \cdot FE} =$$

$$= \frac{x \sqrt{0,3} \cdot 0,3x}{\frac{0,39x}{\sqrt{0,3}} \cdot 1,3x} = \frac{0,3 \sqrt{0,3} \cdot \sqrt{0,3}}{1,3 \cdot 0,39} = \frac{30}{169}$$

Ответ: 30:169



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Вспомогательный угол $\frac{3\pi}{10}$, $x \in [0; \pi]$
 $\frac{3\pi}{10} \in [-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}]$

~~Угол $\frac{5\pi}{10} = \sin x = \frac{3\pi}{10}$, $\frac{5\pi}{10} \in [-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}]$~~

~~Свойства (1) $\cos(\frac{3\pi}{10}) = \sin(\frac{3\pi}{10})$~~

$\cos(\frac{3\pi}{10}) = \cos(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5})$

$\sin x = \cos(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5})$, $\sin x = \sin(\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5})$

$\sin x = \sin(\frac{x}{5} + \frac{6\pi}{10})$ и $\sin(x - \frac{x}{5} - \frac{4\pi}{5}) = \cos(\frac{x+x+4\pi}{5}) = 0$

$\sin(\frac{2x}{5} - \frac{2\pi}{5}) = 0$

$\frac{2x}{5} - \frac{2\pi}{5} = \pi$
 $\frac{3x}{5} + \frac{2\pi}{5} = \frac{\pi}{2} + \pi$

$x = \frac{\pi + 5\pi}{2}$
 $x = \frac{\pi + 5\pi}{6} = \frac{3\pi}{3}$

Вспомогательный $x = -\frac{3\pi}{2}$, ~~$x = -\frac{3\pi}{10}$~~

Ответ: $-\frac{3\pi}{2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

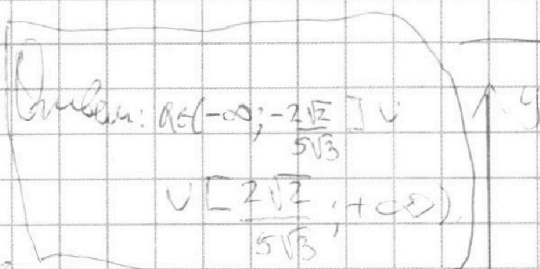
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 3ay = -x + 7b \\ (x+7)^2 + y^2 = 2^2 \\ x^2 + y^2 = 3^2 \end{cases}$$



Ⓢ $a \neq 0 \quad y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$

$$x = 7b - 3ay, \quad y^2 + (7b - 3ay)^2 - 9 = 0$$

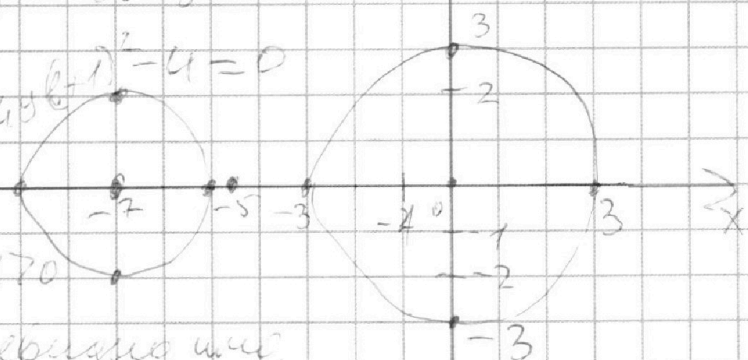
$$(9a^2 + 1)y^2 - 2 \cdot 21ab y + 49b^2 - 9 = 0$$

$$D_1 = 81a^2 - 49b^2 + 9 > 0$$

$$(7b+1-3ay)^2 + y^2 - 4 = 0 \quad 49(b+1)^2 - 4 = 0$$

$$(9a^2 + 1)y^2 - 2 \cdot 21a(b+1)y + 49(b+1)^2 - 4 = 0$$

$$\frac{D}{4} = \frac{36a^2 - 49(b+1)^2 + 470}{4}$$



Ⓢ $a = 0 \Rightarrow x = 7b$ окружность имеет

~~центр в точке (-7, 0) радиус 2~~
~~центр в точке (0, 0) радиус 3~~
 имеют две точки пересечения \Rightarrow не подходит

$$\begin{cases} 81a^2 - 49b^2 + 9 > 0 \\ 36a^2 - 49(b+1)^2 + 4 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 > \frac{49b^2 - 9}{81} \\ a^2 > \frac{49(b+1)^2 - 4}{36} \end{cases} \quad \text{Касан.$$

они имеют точку пересечения, если $(-7b-21)(35b+21)$

$$1) \frac{49b^2 - 9}{81} \cdot \frac{49(b+1)^2 - 4}{36} > 0 \Rightarrow (b+3)(5b+3) < 0, \quad b \in (-3, -\frac{3}{5}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2 > \frac{49b^2 - 9}{31} \quad \text{касан.}$$

$$\frac{8}{75} < a^2 < \frac{16}{3} \quad a \in (-\frac{4}{\sqrt{3}}, -\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}) \cup (\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}, \frac{4}{\sqrt{3}})$$

$$\Rightarrow b \in (-\infty, -3) \cup (-\frac{3}{5}, +\infty) \Rightarrow a^2 > \frac{49(b+1)^2 - 4}{36} \quad a^2 > \frac{8}{75}$$

$$a \in (-\infty, -\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}) \cup (\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}, +\infty) \quad 3) \quad b = -60 \Rightarrow \begin{cases} b = -3 \\ a = \pm \frac{4}{\sqrt{3}} \end{cases} \quad a^2 > \frac{16}{3}$$

$\Rightarrow \begin{cases} a = \pm \frac{4}{\sqrt{3}} \\ a = \pm \frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}} \end{cases}$ Окружность будет соприкоснуться касан. ~~касан.~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



0039
I $\left. \begin{array}{l} 6x > 0 \\ 6x \neq 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{6} \end{array}$

$$2 \log_7^5 6x + 8 \log_7^2 6x = 7$$

максимумом $\log_7 y - x \Rightarrow$ гамма

Ур-е имеет не более 1-го решения

003:
II $\left. \begin{array}{l} y > 0 \\ y \neq 1 \end{array} \right\}$

$$2 \log_7^5 y + 8 \log_7^2 y = -7$$

максимум

Сложим оба гамма-ур-е получив

сумму $\log_7 y - x \Rightarrow$ гамма
Ур-е имеет не более 1-го решения

$$2 (\log_7^5 y + \log_7^5 6x + 4 (\log_7^2 6x + \log_7^2 y)) = 0$$

$$(\log_7^4 6x + \log_7^4 y) (\log_7^4 6x - \log_7^3 6x \log_7 y + \log_7^2 6x \log_7^2 y - \log_7 6x \log_7^3 y + \log_7^4 y) + 4 (\log_7^2 6x + \log_7^2 y) = 0$$

$$(\log_7^2 6x + \log_7^2 y) (\log_7^4 6x - \log_7^3 6x \log_7 y + \log_7^2 6x \log_7^2 y - \log_7 6x \log_7^3 y + \log_7^4 y + 4) = 0$$

\Rightarrow только 1-я скобка имеет реш. (ан. максимумом $\log_7 y - x \Rightarrow$)

$$\Rightarrow \log_7 6x = \log_7 y^{-1}, \quad 6x = \frac{1}{y}, \quad 6xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{6}$$

Ответ: $\frac{1}{6}$

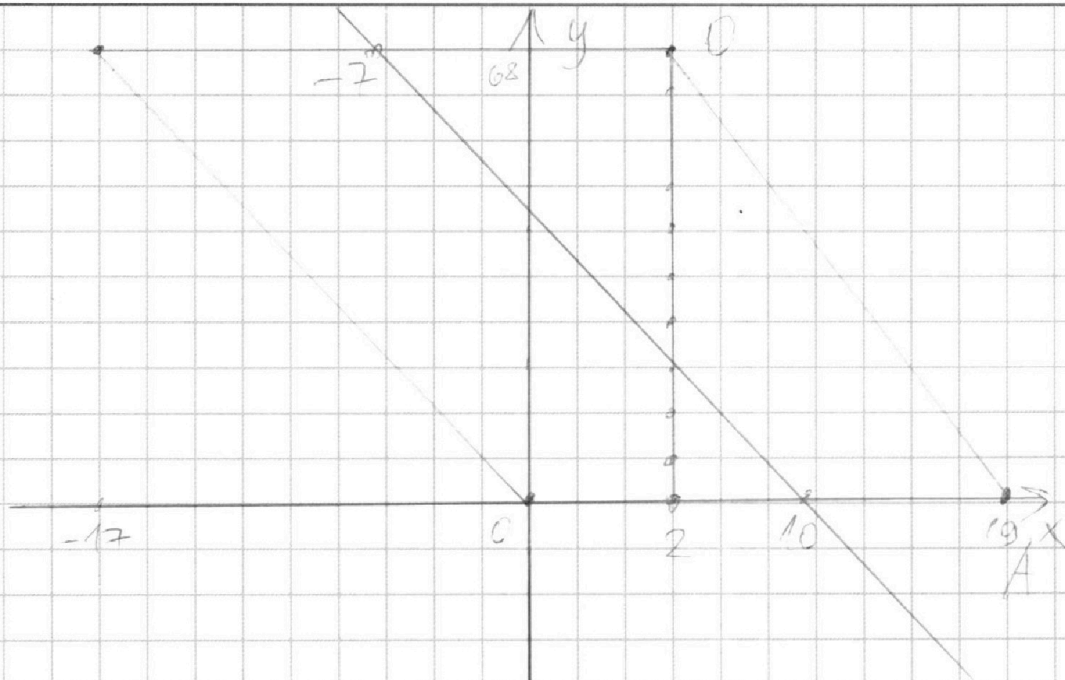
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



между 0 и 2 $69-3$ целых точек, затем между
2 и 19 $\frac{69+1}{2}$, т.е. $9 \cdot 70$ точек и между 0 и
-17 — $\frac{18 \cdot 69 + 1}{2} = 9 \cdot 70$ точек всего целых
точек — $9 \cdot 70 \cdot 2 + 69 \cdot 3 = 69 \cdot 2 = 9 \cdot 70 \cdot 2 + 69 =$

$= 1329$ точек, $4(x_2 - y_1) + y_1 - y_2 = 40 \Rightarrow 4x + y = 40$
 $y = 40 - 4x$

т.е. это мы в ^{условии} 60 точек заменим и получим
заменим, что $OA \parallel y = 40 - 4x$ в одну и ту же
координатную систему $x \Rightarrow$ кол-во точек целых точек

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{(19+17) \cdot (19+17-1)}{2} = 19 \cdot 35 = 630$$

Ответ: 630



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: а) 1350

Ответ: а) 1350

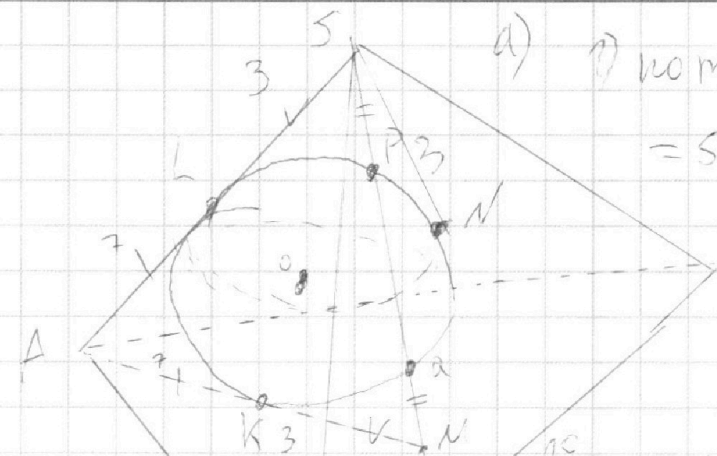
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



а) 1) по м. кас. и сев. $SL^2 = SP(SP+PQ)$, $MK^2 =$

$c = MO(MQ+PQ) = SP(SP+PQ) \Rightarrow SL = MK$

$AL = AK$ (как радиусы кас.) \Rightarrow

$\Rightarrow SA = AM = BC = 10 \Rightarrow$

\Rightarrow м. к. $AM = \frac{2}{3} AA_1$ (с-вом. П. мез.)

$AA_1 = 15$ 2) $\cos \angle A_1 B C$

~~высота AA_1 в $\triangle ABC$~~ $\Rightarrow S_{ABC} =$

$= 2 S_{ABA_1} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 15 \cdot \sin \angle AA_1 B = 60 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin \angle AA_1 B = \frac{4}{5}$, $|\cos \angle AA_1 B| = \frac{3}{5}$

1) $\cos \angle AA_1 B = \frac{3}{5} \Rightarrow AB^2 = 160$, $\cos \angle AA_1 C = -\frac{3}{5} \Rightarrow AC^2 = 340$, $BB_1^2 = 45$, $CC_1^2 = 2(AC^2 + BC^2) - AB^2 = 180$

$AA_1 \cdot CC_1 \cdot BB_1 = \sqrt{45} \cdot \sqrt{180} \cdot 15 = 90 \cdot 15 = 1350$

2) Выяснили 1, что AA_1 и BB_1 перпендикулярны плоскости, а CC_1 перпендикулярно остальной плоскости

1) по с-ву кас. кас. $SL = 3 = SN$, $AL = 7 = AK$ по с-ву кас. и кас. $\Rightarrow \triangle SOK$ - прямоугольный \Rightarrow по м. тангенса $SO = 5$, а радиус $AO = \sqrt{45+16} = \sqrt{61}$ по п. а. Вчевидно что радиусы в касании

касания расположены K, B и P, C , будем считать что $AB = 4\sqrt{10}$, $AC = 2\sqrt{35}$, $MK = 3$. Заметим, что $\triangle ABC$ - прямоугольный с тупым углом B , тогда высота из A на BC выведет на продолжение BC 2) $MN = MK = 3$ (опр. кас.)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_2^4 6x - 2 \log_2 6x - \frac{3}{2 \log_2 6x} + 4 = 0 \quad (7x^4 + 7)(x^4 - \frac{3}{7})$$

$$2 \log_2^5 6x + 8 \log_2 6x - 7 = 0 \quad 2x^5 + 8x - 7 = 0$$

$$\log_2^4 7 - 3,5 \log_2 7 + 4 = 0 \quad -3,5 \log_2^5 7 + 4 \log_2^4 7 + 1 = 0 \quad -2$$

$$7 \log_2^5 7 - 3 \log_2^4 7 - 2 = 0 \quad 7x^5 - 8x^4 - 2 = 0$$

$$\log_2^4 6x - \frac{2 \cdot 12}{\log_2 6x} - \frac{3}{2 \log_2 6x} + 4 = 0 \quad \frac{\log_2^4 6x - 7}{2 \log_2 6x} = 4$$

$$\log_2^4 (6x) + 8 \log_2 6x - 7 = 0$$

$$\log_2^4 6x - \frac{2 \cdot 12}{\log_2 6x} - \frac{3}{2 \log_2 6x} + 4 = 0$$

$$2 \log_2^4 6x - 7 - \frac{3}{\log_2 6x} + 4 = 0$$

$$2 \log_2^5 6x + 8 \log_2 6x - 7 = 0$$

$$(u^4 - 4v + u^2 v^2 - u v^2 + v^4) + 4(u + v) = 0$$

$$\log_2 6x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\log_2^4 9 + \frac{6 \cdot 12}{\log_2 9} - \frac{5}{2 \log_2 9} = 0 \quad 6x = 9^{-\frac{1}{4}}$$

$$\log_2^4 9 + \frac{7}{2 \log_2 9} + 4 = 0$$

$$2 \log_2^5 9 + 4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

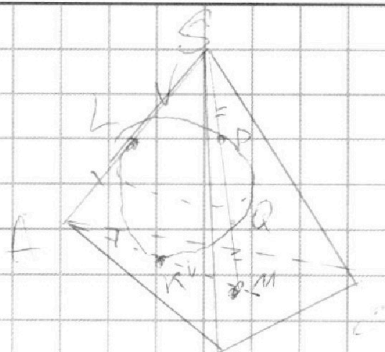
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



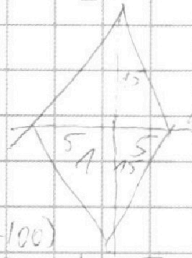
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$SL^2 = SP \cdot SQ = SP(SP + PQ)$$

$$MK^2 = MQ \cdot MP = SP \cdot MP = SP(SP + PQ)$$

$$SA = AM = BC = 10$$



$$2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \sin \varphi = 60$$

$$\sin \varphi = \frac{12 \cdot 5}{15 \cdot 5} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{2(AB^2 + BC^2) - AC^2}{4} =$$

$$\frac{2(340 + 100) - 160}{4} =$$

$$170 + 10 = 180 \quad 225$$

$$170 + 10 = 180 \quad 225$$

$$440 \cdot 2$$

$$225 + 250 + 90 = 340$$

$$220 - 40$$

$$340$$

$$\frac{2(340 + 100) - 160}{4}$$

$$\frac{220}{-40} \quad \frac{170 \cdot 2}{85}$$

$$\frac{1}{2}(440)$$

$$110 \cdot 2 - 40$$

$$\frac{2(AB^2 + BC^2) - AC^2}{4} = \frac{2(100 + 100) - 340}{4}$$

$$\frac{170}{-85} \quad \frac{1}{2}(260) - 85$$

$$\frac{1}{2}(260) - 85 \quad 130 - 85$$

$$\frac{2(160 + 100) - 340}{4} =$$

$$\sqrt{3 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 5} = 9 \cdot 5 \cdot 2 = 930 - 85 = 845$$

$$AB^2 = 340$$

$$AC^2 = 160$$

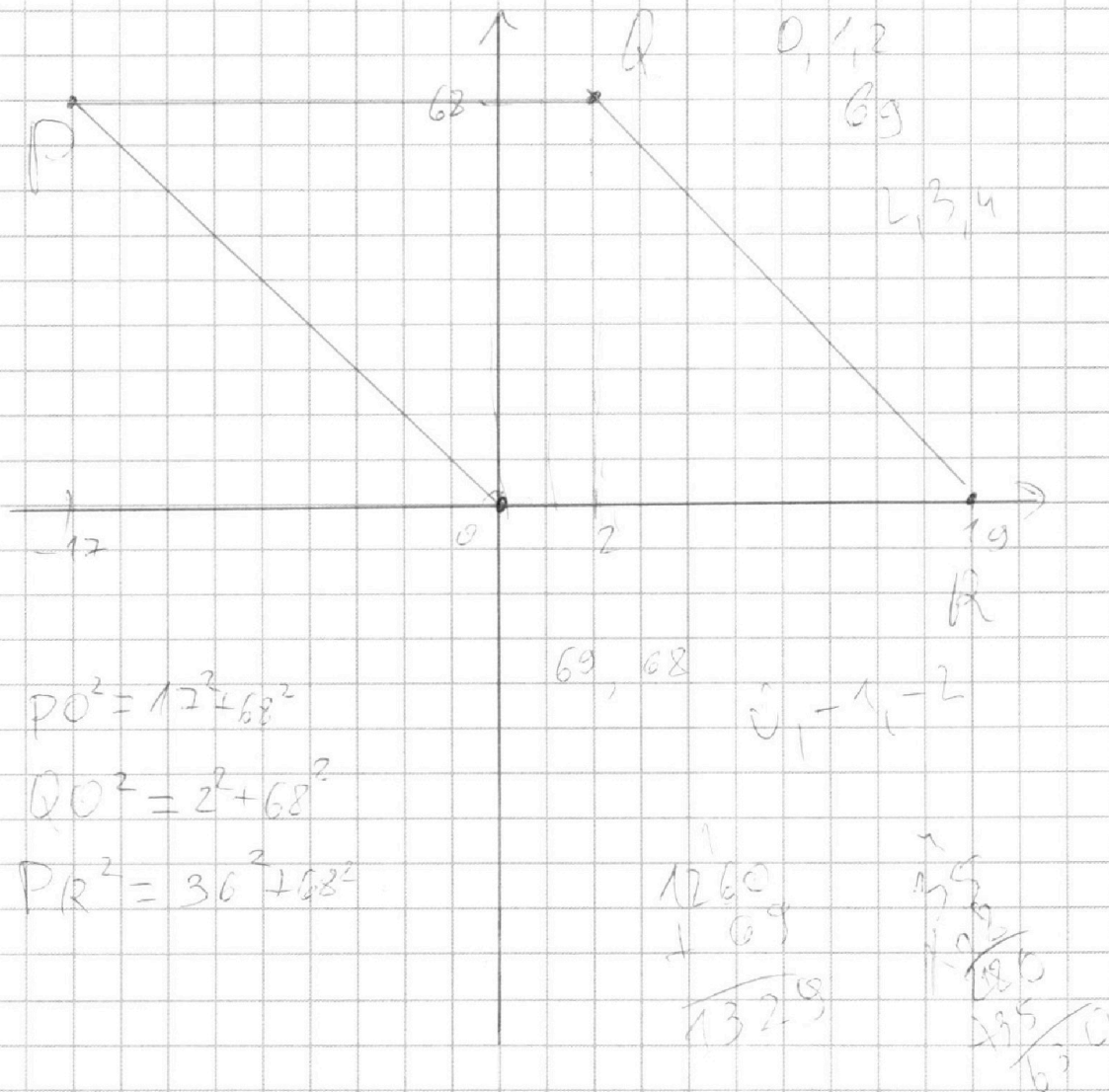
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 68 &= 40 - 4x \\
 4x &= -28 \\
 x &= -7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (19; 0) \quad 12k &= 68 \\
 (2; 68) \quad k &= 4 \\
 -68 &= 2k + b \\
 0 &= 19k + b
 \end{aligned}$$



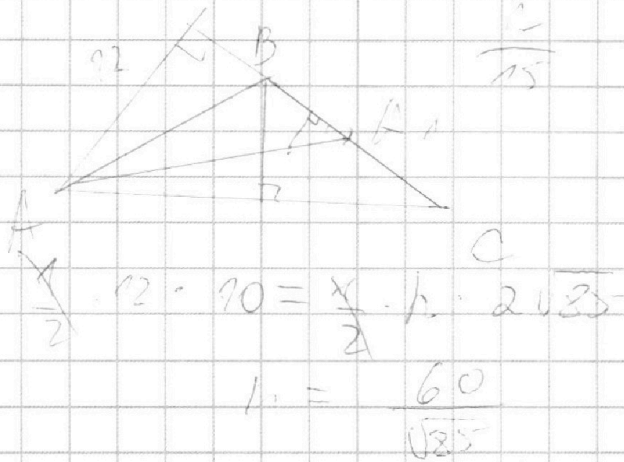
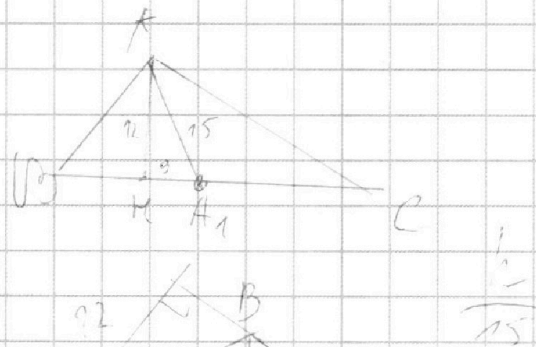
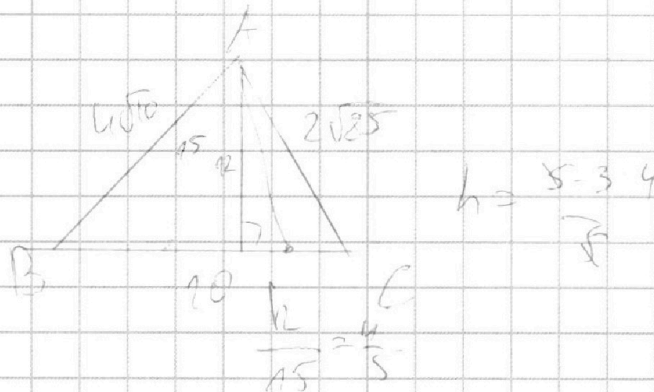
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$t^4 - \frac{2}{t} - \frac{3}{2t} + 4 = 0 \quad | \cdot 2t, \quad 2t^5 - 4 - 3 + 8t = 0$$

$$2t^5 + 8t - 7 = 0$$

$$2t^5 - 8t - 7 = 0 \quad 2(t^5 + 4t^5) + 8(t - 4) - 14 = 0$$

$$2(t+4)(t^4 - t^3 + t^2 + 4t^3 + 4t^4) + 4(t-4) - 7 = 0$$

$$t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \quad (t^4 - 1)(t - 1) = (2t^4 - 2)(t - 1)$$

$$2t^5 + t^5 - 8t - 7 = 0 \quad (2t^3 - 2)(t^2 + 1)$$

$$4 \cdot 49b^2 - 36 - 9 \cdot 49(b+1)^2 + 36 \quad \frac{49b^2 - 9}{3199} - \frac{49(b+1)^2 - 9}{3694} = 0$$

$$x^2 + \frac{x^2}{9a^2} \quad \left(21a(b+1) \right)^2 - \left(21a(b+1) \right)^2 - 36a^2 + 49(b+1)^2 - 4$$

$$x = 7b - 3ay \quad a^2 \cdot \frac{49b^2 - 9}{31}$$

$$(7b - 3ay)^2 + y^2 = 9 \quad a^2 > \frac{49(b+1)^2 - 4}{36}$$

$$y^2(9a^2 + 1) - 42abcy + 49b^2 - 9 = 0$$

$$D_y = 21a^2b^2 - (9a^2 + 1)(49b^2 - 9) > 0$$

$$(21ab)^2 - (9a^2 + 1)(49b^2 - 9)$$

$$(21ab)^2 - ((21ab)^2 - 81a^2 + 49b^2 - 9) =$$

$$= 81a^2 - 49b^2 + 9$$

$$(7b - 3ay + 7)^2 + y^2 - 4 = 0$$

$$(7(b+1) - 3ay)^2 + y^2 - 4 = 0$$

$$49(b+1)^2$$

$$\left(21a(b+1) \right)^2 -$$

$$- (9a^2 + 1)(49(b+1)^2 - 4)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{4 \cdot 49b^2 - 36}{324} \quad \vee \quad \frac{9 \cdot 49(2+1)^2 - 36}{324} \quad , \quad (14b)^2 - (2 \cdot 1(b+1))^2 \quad \vee \quad 0$$

$$(14b - 2 \cdot 1(b+1) - 2 \cdot 1)(14b + 2 \cdot 1(b+1))$$

$$-7(b+3) \cdot 7(5b+3)$$

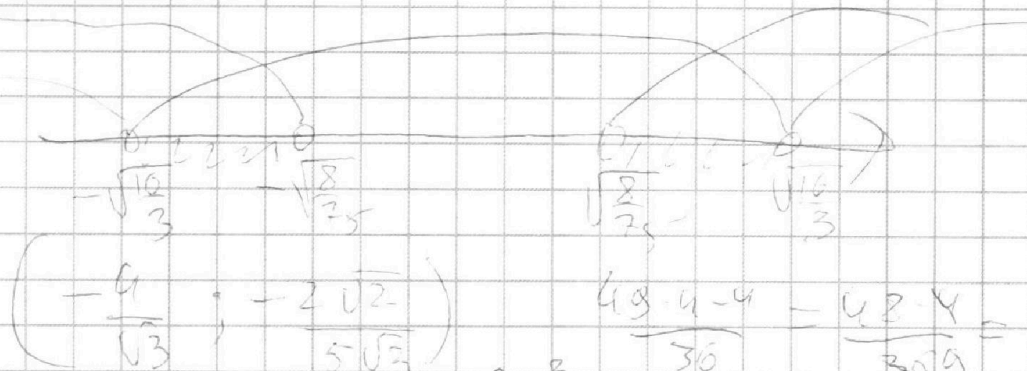
$$\frac{49}{25} = \frac{25}{24}$$

$$\frac{49 - 9 - 9}{21} = \frac{9 \cdot 48}{21 \cdot 9} = \frac{48}{21} = \frac{16}{7}$$

$$\frac{49 \cdot (-\frac{3}{5})^2}{27 \cdot \frac{7}{5}}$$

$$\frac{49 \cdot 9 - 9}{21}$$

$$= \frac{9 \cdot (\frac{49}{25} - 1)}{\frac{819}{25}} = \frac{248}{25 \cdot 8 \cdot 3} = \frac{8}{75}$$



$$\frac{49 \cdot 4 - 4}{36} = \frac{6 \cdot 8 - 1}{25} = \frac{248}{25 \cdot 8 \cdot 3} = \frac{8}{75}$$

$$R = \frac{16}{3}$$

