



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-14;42)$, $Q(6;42)$ и $R(20;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BSC в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порука QR-кода недопустима!

Задача №1

Запишем условия деления ab, bc, ac на данные числа.

$$ab = m \cdot 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$bc = n \cdot 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \quad m, n, k \in \mathbb{N}$$

$$ac = k \cdot 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда: } abc &= \sqrt{mnk \cdot 2^{42} \cdot 3^{41} \cdot 5^{53}} = \\ &= 2^{21} \cdot 3^{20} \cdot 5^{26} \cdot \sqrt{mnk \cdot 3 \cdot 5} \end{aligned}$$

Т.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$ $abc \in \mathbb{N} \Rightarrow mnk = 15 \cdot l^2$, $l \in \mathbb{N}$

а $\min(abc)$ достигается при $\min(mnk) \Rightarrow mnk = 15$

Тогда: $abc = 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{27}$. Но заметим, что

$ac = k \cdot 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$ - кратно $5^{30} \Rightarrow abc$ содержит

в своем составе степень 5 ≥ 30

$$\Rightarrow \boxed{\min(abc) = 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}}$$

Это достигается при $\begin{cases} a = 2^7 \cdot 3^7 \cdot 5^{15} \\ b = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^0 \\ c = 2^{12} \cdot 3^{11} \cdot 5^{15} \end{cases}$

И правда: $2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{15} : 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10} ; 2^{14} \cdot 3^{14} \cdot 5^{15} : 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$
 $2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30} : 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$

Ответ: $2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Тогда: CD - высота в прямоугол. $\Delta \Rightarrow CD^2 = AD \cdot DB$

$$\Rightarrow CD = \sqrt{3 \cdot 1} = \sqrt{3}, \quad \Rightarrow BC = \sqrt{CD^2 + BD^2} = 2, \quad AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = 2\sqrt{3}$$

2) $EF \cap BC = M$

~~Угол $\angle FM \neq \angle E$~~

$$\frac{AB}{BC} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow \angle CAB = 30^\circ; \quad \angle CBA = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

3) $EF \parallel AB \Rightarrow \Delta CEM \sim \Delta CAB$ (угол \angle - общий).

$CD \perp AB \Rightarrow CD \perp EF$ } ~~$\angle FEM = \angle E$~~

~~Угол $\angle FM = \angle E$~~ $\Rightarrow \angle CEF = \angle CAB = 30^\circ$

$\angle CME = \angle CBA = 60^\circ$. Также $\angle ECF = 90^\circ - \angle CEF = 60^\circ$;

~~$\angle FEM = \angle E$~~ $\angle CMF = 90^\circ - \angle FCM = 60^\circ$

Пусть $FM = x$. Тогда $CM = 2x \Rightarrow CF = \sqrt{(2x)^2 - x^2} = \sqrt{3}x$

$$\Rightarrow EM = 2CM = 4x \Rightarrow EF = 3x \Rightarrow EC = \sqrt{(3x)^2 - (\sqrt{3}x)^2} = 2\sqrt{3}x$$

4) MB - кас. к окружности $\Rightarrow MB^2 = FM \cdot ME$

$$MB = BC - MC = 2 - 2x$$

$$(2 - 2x)^2 = x \cdot 4x \Rightarrow 4 - 4x + 4x^2 = 4x^2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \frac{\frac{1}{2} BC \cdot AC}{\frac{1}{2} CF \cdot EF} = \frac{2 \cdot 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}x \cdot 3x} = \frac{4\sqrt{3}}{3\sqrt{3}x^2} = \frac{4}{3 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{16}{3}$$

Ответ: $\frac{16}{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

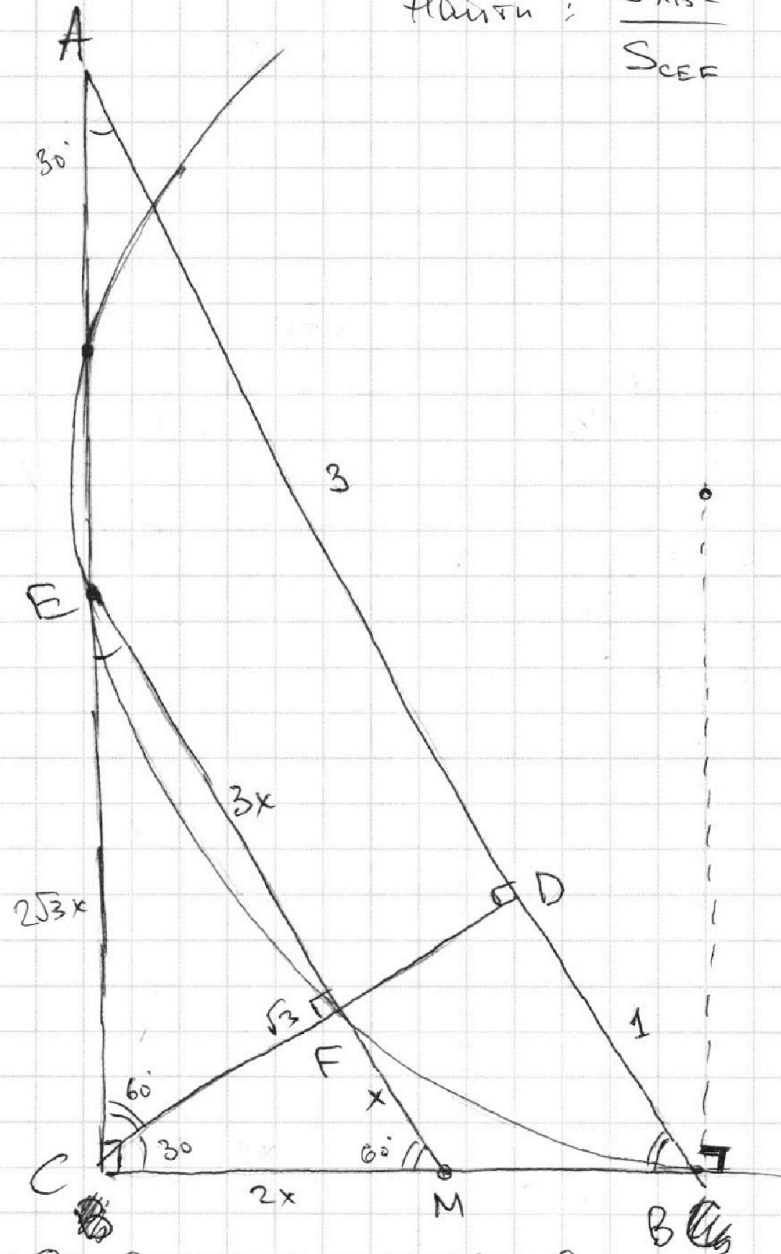
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

Найти: $\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}}$



~~1) Задача решается введением в рассмотрение окружности~~

1) Т.к. $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{1}$ Пусть $BD = 1$, $AD = 3$

Т.к. в задаче найти отношение, можно ввести

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



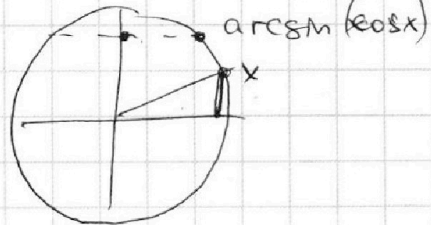
Задача №3

$$\sin \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \arcsin(\cos x) = \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}$$

1) $\cos x \geq 0$, ~~else~~

$$\Rightarrow \sin(\arcsin(\cos x)) = \sin\left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right)$$

$$\Rightarrow \cos x = \sin\left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

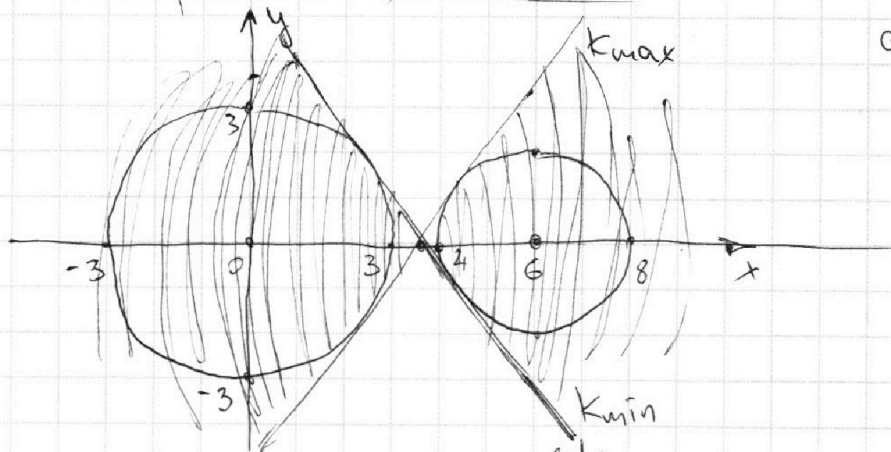
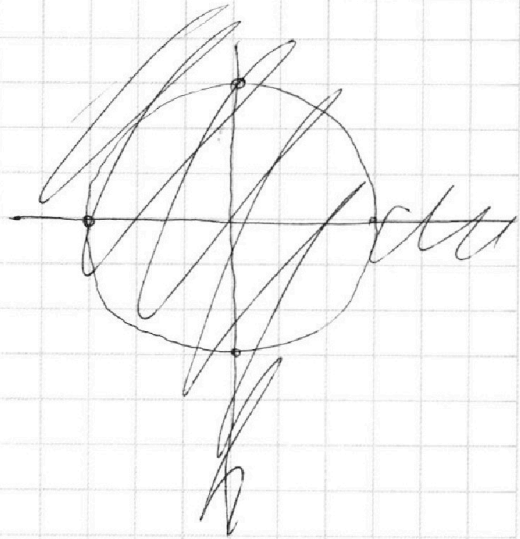
Задача №4

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

$x^2 + y^2 - 9 = 0$ - уравнение окружности
с центром $(0; 0)$ и $R = 3$

$$x^2 + y^2 + 12x + 32 = (x - 6)^2 + y^2 - 4$$

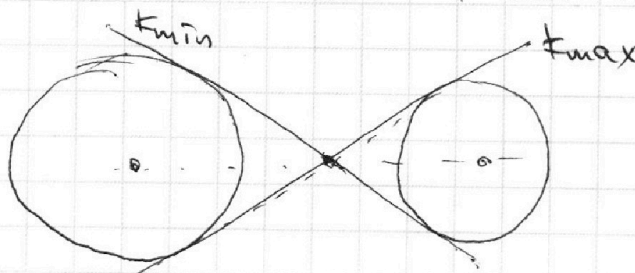
$(x - 6)^2 + y^2 - 4 = 0$ - уравнение окружности
с центром $(6; 0)$ и $r = 2$



$$\begin{aligned} ax + 2y - 3b &= 0 \\ \Rightarrow y &= -\frac{a}{2}x + \frac{3}{2}b \end{aligned}$$

Нужно найти такие a и b (коэф. наклона прямой),
чтобы её можно было двигать и пересекать
эллипс в 4 точках.

Видно, что наибольшие k - это касательные
к двум окр-тям



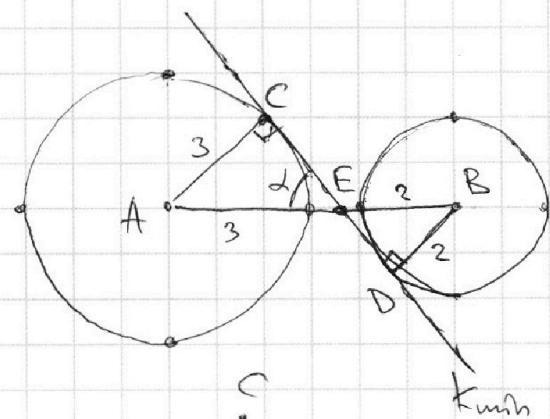
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\triangle ACE \sim \triangle BDE \quad \left(\begin{array}{l} \angle CEA = \angle DEB \\ AC \parallel BD \\ (AC \perp CD \text{ и } BD \perp CD) \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{BD} = \frac{3}{2} = \frac{AE}{EB}$$

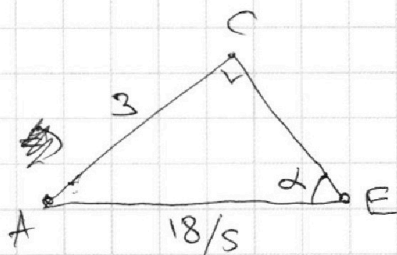
Также $AE + EB = 6$

$$\Rightarrow AE = \frac{3}{5} \cdot 6 = \frac{18}{5}$$

$$EB = \frac{2}{5} \cdot 6 = \frac{12}{5}$$

$$CE = \sqrt{\left(\frac{18}{5}\right)^2 - 3^2} = 3 \cdot \sqrt{\frac{36}{25} - 1} =$$

$$CE = \frac{3}{5} \sqrt{11}$$



$$\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{AC}{CE} = \frac{3}{\frac{3}{5} \sqrt{11}} = \frac{5}{\sqrt{11}}$$

$$\Rightarrow k_{\min} = -\operatorname{tg} \alpha \Rightarrow \boxed{k_{\min} = -\frac{5}{\sqrt{11}}}$$

Так как график симметричен отн. оси x

$$\boxed{k_{\max} = -k_{\min} = \frac{5}{\sqrt{11}}} \Rightarrow k \in \left(-\frac{5}{\sqrt{11}}; +\frac{5}{\sqrt{11}}\right)$$

$$y = -\frac{a}{2}x + \frac{3}{2}b \Rightarrow \begin{cases} -\frac{a}{2} = k_{\max} \\ -\frac{a}{2} = k_{\min} \end{cases} \quad \boxed{k_{\min} < -\frac{a}{2} < k_{\max}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a > -2k_{\max} \\ a < -2k_{\min} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > -\frac{10}{\sqrt{11}} \\ a < +\frac{10}{\sqrt{11}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow -\frac{10}{\sqrt{11}} < a < \frac{10}{\sqrt{11}}$$

$$\text{Ответ: } a \in \left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5

$$1) \log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8$$

$$\text{ОДЗ: } x \neq 0$$

$$\log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{\log_3 3^5}{\log_3 x^2} - 8$$

$$a = \log_3 x$$

$$\log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{\log_3 x} - 8$$

$$a^4 + \frac{6}{a} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{a} - 8$$

$$\Rightarrow 2a^5 + 16a + 7 = 0 \quad (1)$$

$$2) \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8 \quad \text{ОДЗ: } y \neq 0$$

$$\log_3^4(5y) + \frac{2}{\log_3(5y)} = \frac{\log_3(3^{11})}{\log_3(5y)^2} - 8$$

$$b = \log_3(5y)$$

$$\log_3^4(5y) + \frac{2}{\log_3(5y)} = \frac{11}{2} \cdot \frac{1}{\log_3(5y)} - 8$$

$$b^4 + \frac{2}{b} = \frac{11}{2} \cdot \frac{1}{b} - 8$$

$$\Rightarrow 2b^5 + 16b - 7 = 0 \quad (2)$$

$$(1) + (2) : 2(a^5 + b^5) + 16(a + b) = 0$$

$$\Rightarrow (a+b) \underbrace{(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 + 8)}_{=0} = 0$$

$$\Rightarrow a+b = 0 \quad \Rightarrow$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

 МФТИ

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение 5 задачи

$$\Rightarrow a+b=0 \Rightarrow \log_3 x + \log_3 (5y) = 0$$

$$\Rightarrow \log_3 (5xy) = 0 \Rightarrow 5xy = 1 \Rightarrow \boxed{xy = \frac{1}{5}}$$

Ответ: $\frac{1}{5}$

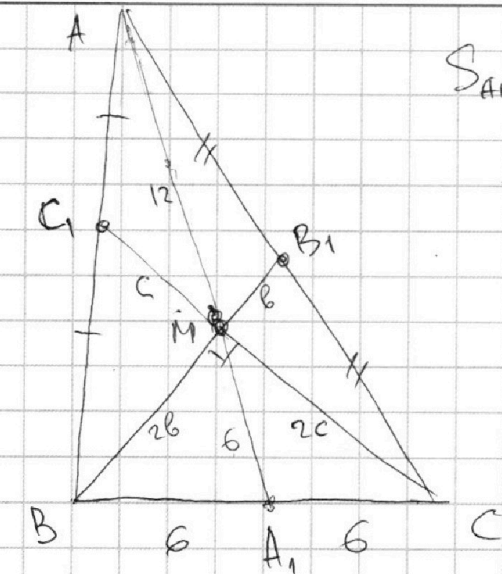
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot h \Rightarrow = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot h = 90$$

$$\Rightarrow \boxed{h = 15}$$

$$S_{AMB} = S_{AMC} = S_{BMC} = \frac{1}{3} S_{ABC} = 30$$

$$\Rightarrow S_{BMC_1} = \frac{1}{2} S_{BMC} = 15$$

$$S_{B_1MC} = \frac{1}{2} S_{BMC} = 15$$

Пусть $MC_1 = c \Rightarrow MC = 2c$
 $MB_1 = b \Rightarrow BM = 2b$

$$\Rightarrow S_{BMC_1} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot 2b = bc = 15$$

$$\Rightarrow AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 18 \cdot 2(3b \cdot 3c) = 18 \cdot 9bc = 18 \cdot 9 \cdot 15 = \boxed{2430}$$

2) Ω кас. BCS \Rightarrow

$$SN = SL \text{ (кас)} = 4$$

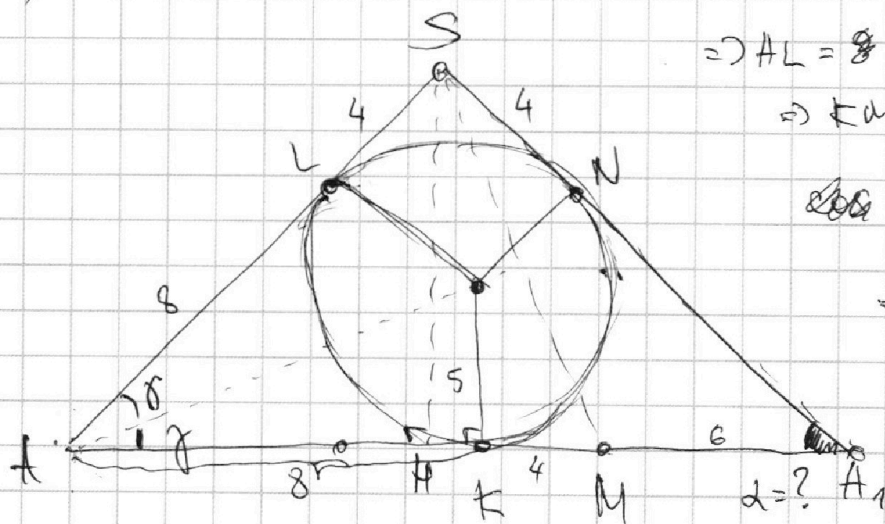
$$\Rightarrow AL = 8 = AK$$

$$\Rightarrow KM = 4 \text{ и } AM + AK = 8$$

$$\cos \gamma = \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow \sin \gamma = \frac{5}{\sqrt{39}}$$

$$\Rightarrow \dots$$



$$\Rightarrow \cos 2\gamma = 1 - 2\sin^2 \gamma = 1 - 2 \cdot \frac{25}{39} = \sqrt{\frac{39}{39}}$$

$$\Rightarrow \sin 2\gamma = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{39}} \Rightarrow SH \text{ (высота)} = AS \sin 2\gamma = \frac{60\sqrt{2}}{\sqrt{39}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AH = AS \cos 2\gamma = 12 \cdot \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{89}}$$

$$\Rightarrow HA_1 = 18 - 12 \cdot \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{89}}$$

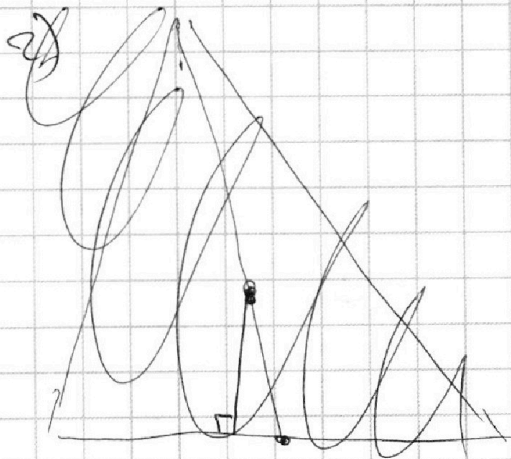
$\alpha = \angle A_1 A$ - искомым
двухгранный угол

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{8H}{A_1H} = \frac{60\sqrt{2}}{\sqrt{89}} = 6 \left(3 - 2 \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{89}} \right) =$$

$$HA_1 = 6 \cdot \frac{3\sqrt{89} - 2\sqrt{39}}{\sqrt{89}} = \frac{60\sqrt{2}}{6(3\sqrt{89} - 2\sqrt{39})} = \frac{10\sqrt{2}}{3\sqrt{89} - 2\sqrt{39}}$$

\angle - искомым углом,

т.к. $(SAM) \perp (ABC)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МОФИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №7

Т.к. сфера кас. пл-ти ABC

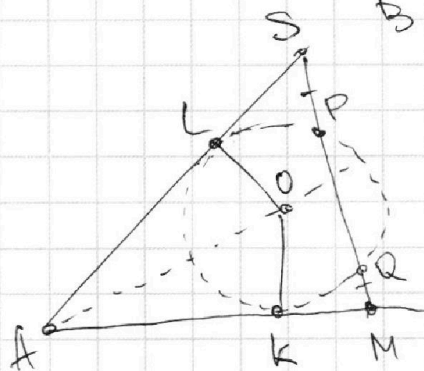
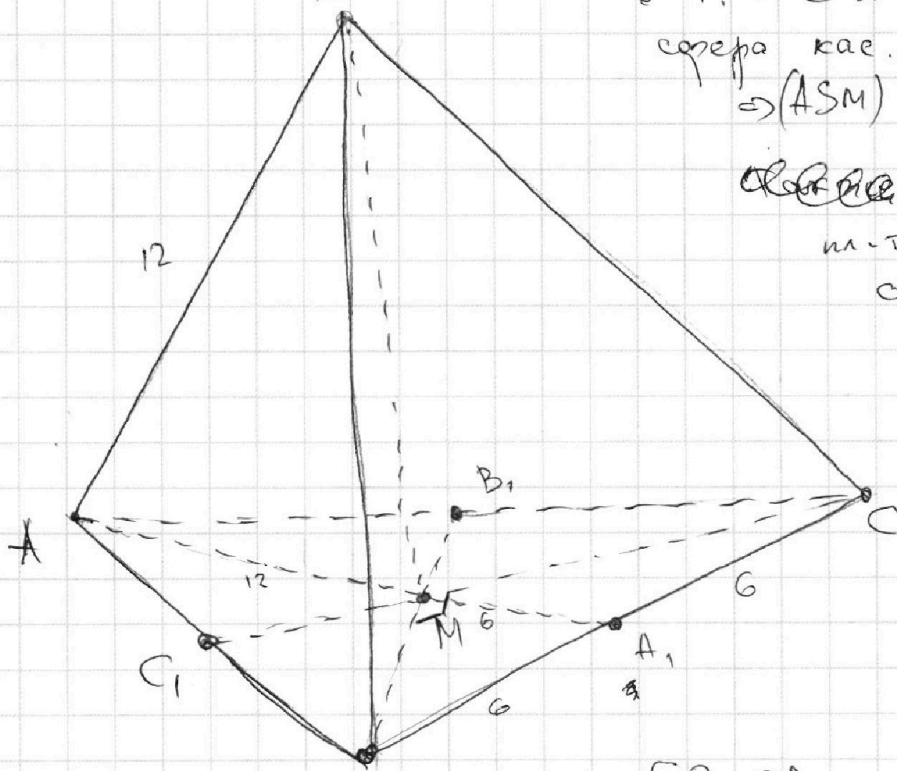
\exists т. $K \in AM$ и \exists

сфера кас. AS

$\Rightarrow (ASM) \perp (ABC)$

~~Сфера~~ \Rightarrow сфера сечет
пл-то SAM по

своему большому
кругу, то есть
центр $L \in (SAM)$



т.к. $SP = QM$, то

$$SP \cdot (SP + PQ) = QM \cdot (QM + PQ)$$

$$\parallel SL^2$$

$$\parallel KM^2$$

$$\Rightarrow SL = KM$$

т.к. $AL = AK$ ($\triangle AOL \cong \triangle AOK$)

$\Rightarrow AS = AM \Rightarrow \triangle ASM - \text{р/б}$. $AS = AM = 12 = BC$

$\Rightarrow MA_1 = \frac{AM}{2} = 6$ (т.к. $\frac{MA_1}{AM} = \frac{1}{2}$ M - перес. медиан)

$\Rightarrow \exists \triangle BMC$ медиана $MA_1 = \frac{1}{2} BC \Rightarrow \angle BMC = 90^\circ$

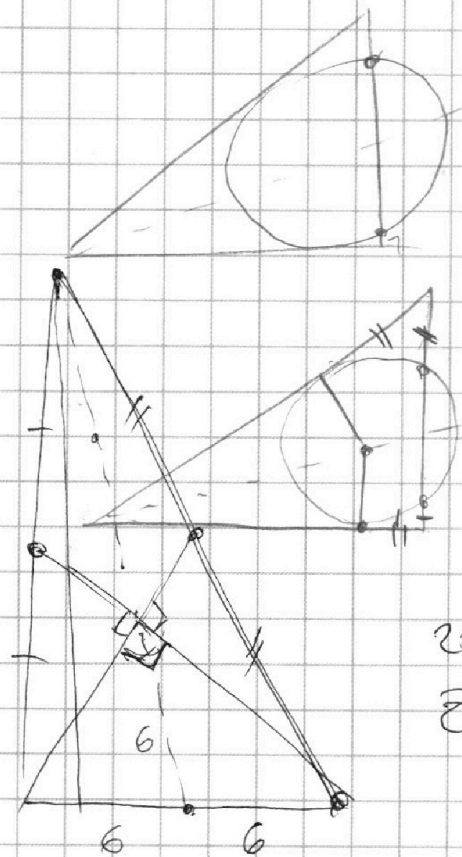
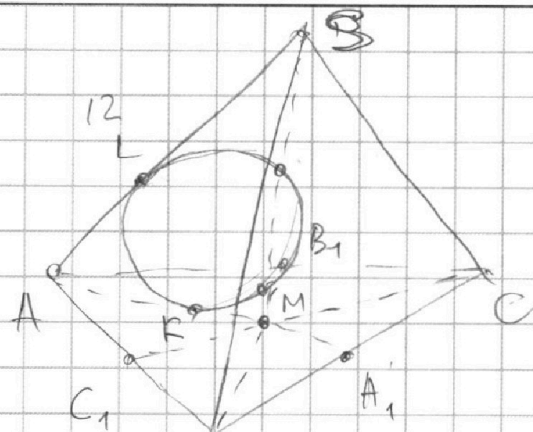
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

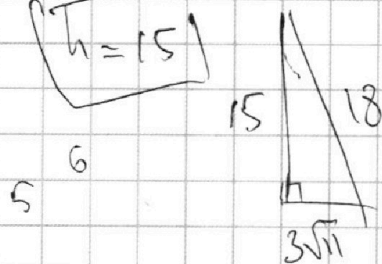
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$25 + 64 = 89$$

$$S_{ABC} = 90 = \frac{1}{2} h \cdot 12$$

$$h = 15$$



$$81 \cdot 2 = 162$$

$$81 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2430$$

$$405 \cdot 6 = 2430$$

$$64 - 25 = 39$$

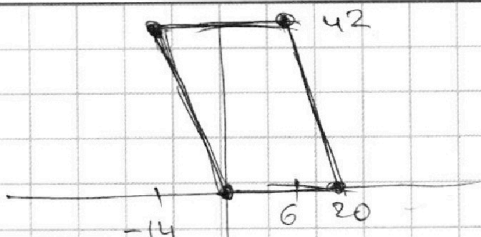
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

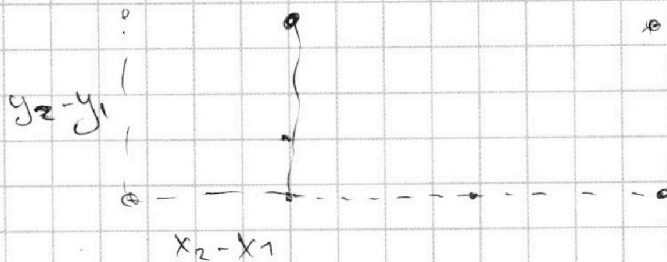
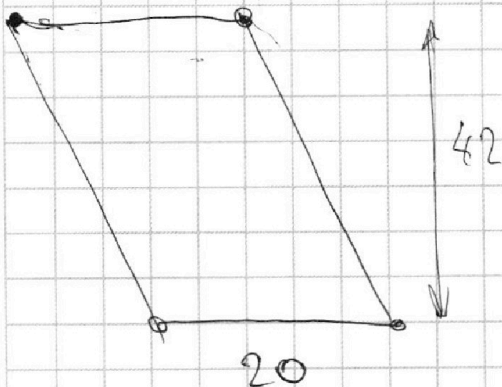
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пара точек $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$

$$3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$$

$$3(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 33$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8$$

$\frac{8}{3}$

$$\log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{\log_3 3^5}{\log_3 x^2} - 8$$

$$\log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{\log_3 x} - 8$$

$$x \neq 3$$

$$t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{t} - 8$$

$$2t^5 + 12 = 5 - 16t$$

$$2t^5 + 16t + 7 = 0$$

$$\begin{aligned} & \log_3^x x + \log_3^y y \\ & a + b = \log_3^{xy} xy \end{aligned}$$

$$\log_3^4 (xy) + 2 \log_{xy} 3 =$$

$$\log_3^4 (xy) + \frac{2}{\log_3(xy)} = \frac{11}{2} \cdot \frac{1}{\log_3(xy)} - 8$$

$$b^4 + \frac{2}{b} = \frac{11}{2} \cdot \frac{1}{b} - 8 \quad 2b^5 + 4 = 11 - 16b$$

$$2b^5 + 16b - 7 = 0$$

$$2(a^5 + b^5) + 16(a+b) = 0$$

$$2a^5 + 16a + 7 = 0 \quad 2(a+b)$$

$$2b^5 + 16b - 7 = 0$$

$$a^4 + a^2 b^2 + b^4 - ab(a^2 + b^2)$$

$$(a^2 + b^2)(a^2 + b^2 - ab) - a^2 b^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \operatorname{arcsin}(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$2) x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

~~$$\sin \sqrt{1-x^2} = x + \frac{\pi}{2}$$~~

$$\sin(\operatorname{arcsin}(\cos x)) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\operatorname{arcsin}(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

a = ? каждый b : 4 реш.

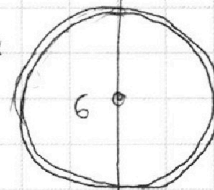
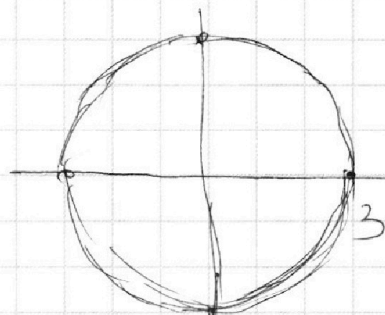
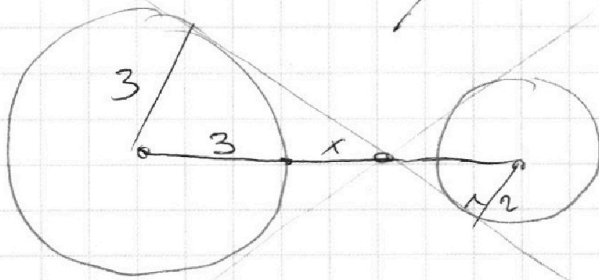
$$ax + 2y - 3b = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0$$

$$(x-6)^2 + y^2 = 4$$

$$k_{\min} < -\frac{a}{2} < k_{\max}$$

$$a > -2k_{\max}$$



~~$$(3+x)^2 + (3+x)^2$$~~

$$3 \left(\frac{36}{25} - 1 \right)$$

~~$$x(3+x) + 9 = (3+x)^2$$~~

$$-\frac{a}{2} < \frac{5}{11}$$

$$-a < \frac{10}{11}$$

$$3x + x^2 + 9$$

$$a > -\frac{10}{11}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$a, b, c :$

$$ab : 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$bc : 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$ac : 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$ab = m \cdot 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

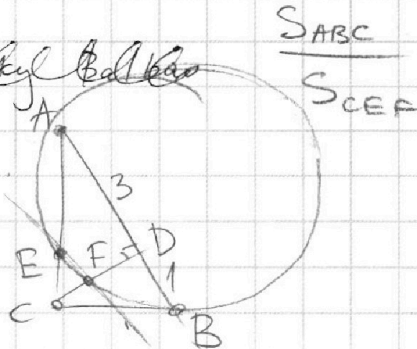
$$bc = n \cdot 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$ac = k \cdot 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

? $\min abc$?

$$a, b, c \in \mathbb{N}$$

Abckyl Balkas



$$abc = \sqrt{mnk \cdot 2^{42} \cdot 3^{41} \cdot 5^{53}}$$

$$= 2^{21} \cdot 3^{20} \cdot 5^{26} \cdot \sqrt{mnk \cdot 3 \cdot 5^5}$$

$$mnk : 15$$

$$mnk = 15 \cdot 5^5$$

$$\begin{cases} a = 2^7 \cdot 3^7 \cdot 5^{15} \\ b = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^0 \\ c = 2^{10} \cdot 3^{18} \cdot 5^{15} \end{cases}$$

$$\min(abc) = 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{27}$$

$$\min(abc) = 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

[30 min+]

$$k = \frac{2}{\sqrt{3}x} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

