



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5-x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x-35)(x+1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть первый член прогр - b , а знаменатель $q, q \neq 0$. b_n - n -ый член прогрессии.

$$b_2 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} ; b_{13} = 5-x ; b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$(x+1) \neq 0 ; x \neq -1$$

$$1) 13x - 35 = 0 ; x = \frac{35}{13}$$

$b_7 = 0$, тогда все члены с номерами больше, чем 7 равны 0, но $b_{13} = 5 - \frac{35}{13} = \frac{50}{13} \neq 0$, противоречие.

$$b_{13} = b \cdot q^{12}$$

$$2) 13x - 35 \neq 0 \quad b_2 = b \cdot q^6 ; b_{13} = b \cdot q^{12} ; b_{15} = b \cdot q^{14}$$

~~$b \neq 0$~~ Положим $b = 0$, тогда все члены прогр.

$$\text{равны } 0 ; b_{13} = 5 - x = 0 \quad x = 5 \quad b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} =$$

$$\sqrt{(13 \cdot 5 - 35)(5+1)} = \sqrt{30 \cdot 6} \neq 0$$

противоречие. значит $b \neq 0$.

$$\frac{b_{15}}{b_2} = \frac{b \cdot q^{14}}{b \cdot q^6} = q^8 = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}} = \frac{(x+1) \sqrt{13x-35}}{\sqrt{13x-35}} =$$

$$= \sqrt{(x+1) \cdot (x+1)^3} = \sqrt{(x+1)^4} = (x+1)^2 ; q^8 = (x+1)^2, q^4 = |x+1|, q^2 = \sqrt{|x+1|}$$

$$b_7 \cdot q^4 \cdot q^2 = b_{13}$$

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot |x+1| \cdot \sqrt{|x+1|} = 5-x ; \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot (1+x)^2 = 5-x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{13x-35 \cdot \left(\frac{1x+1}{x+1}\right)^3} = 5-x$$

1) ~~$x+1 > 0$~~ $x+1 > 0$
 $x > -1$

$$\sqrt{13x-35 \cdot \left(\frac{x+1}{x+1}\right)^3} = 5-x$$

$$\sqrt{13x-35} = 5-x$$

$$5-x > 0$$

$$5 > x$$

$$13x-35 > 0$$

$$x > \frac{35}{13}$$

\varnothing в квадрате

$$13x-35 = 25 + x^2 - 10x$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$(x-20)(x-3) = x^2 - 20x - 3x + 60 = x^2 - 23x + 60$$

$$(x-20)(x-3) = 0$$

$$x = 20 \text{ или } x = 3$$

$$x = 3 : \sqrt{13 \cdot 3 - 35} = \sqrt{4} = 2$$

$$20 > 5$$

$$5-x = 2 \quad 2=2$$

20 не подходит

может подойти

2) $x+1 < 0 \quad x < -1$

$$\sqrt{13x-35 \cdot \left(\frac{-(x+1)}{x+1}\right)^3} = 5-x ; \sqrt{-(13x-35)} = 5-x$$

~~\varnothing в квадрате $13x-35 = 25 - 10x + x^2$~~

~~$$x^2 - 23x + 60 = 0$$~~

~~$$(x-20)(x-3) = 0$$~~

~~$$x = 20 \text{ или } x = 3$$~~

~~оба не подходят~~

$$\sqrt{35+13x} = 5-x$$

\varnothing в квадрате: $35+13x = 25+x^2-10x$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(x+5)(x-2) = x^2 + 5x - 2x - 10 = x^2 + 3x - 10$$

$$(x+5)(x-2) = 0$$

$$x = -5 \text{ или } x = 2$$

проверяем: $x = 2 \quad 2 > -1$ не подходит

$$-5: \sqrt{35-13 \cdot (-5)} = \sqrt{35+65} = 10$$

$$5 - (-5) = 10$$

$$10 = 10$$

-5 может подойти



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверка: 1) $x = 3$

$$q^8 = (3+1)^2 = 16$$

$$b_{13} = 5 - 3 = 2$$

$$q = 2 \quad \text{пусть } q = \sqrt{2}$$

$$b_{13} = b \cdot q^{12} = b \cdot \sqrt{2}^{12} = b \cdot 2^6 = 64b$$

$$b_{13} = 64b = 2$$

$$64b = 2 \quad b = \frac{2}{64} = \frac{1}{32}$$

$$b_7 = b \cdot q^6 = \frac{1}{32} \cdot \sqrt{2}^6 = \frac{1}{32} \cdot 8 = \frac{1}{4} \quad b_{15} = b \cdot q^{14} = \frac{1}{32} \cdot \sqrt{2}^{14} = \frac{1}{32} \cdot 2^7 =$$

$$b_7 = \sqrt{\frac{13 \cdot 3 - 35}{(3+1)^3}} = \sqrt{\frac{4}{4^3}} = \sqrt{\frac{1}{4^2}} = \frac{1}{4} = \frac{128}{32} = 4$$

$$x = 3 \text{ подходит по условию } \therefore \exists \text{ прогрессия с } b = \frac{1}{32} \text{ и } q = \sqrt{2}$$

$$b_{15} = \sqrt{\frac{13 \cdot 8 - 35}{(3+1)^3}} = \sqrt{4} = 4$$

2) $x = -5$ $q^8 = (-5+1)^2 = 16$ пусть $q = \sqrt{2}$

$$b_7 = \sqrt{\frac{13 \cdot (-5) - 35}{(-5+1)^3}} = \sqrt{\frac{-100}{-4^3}} = \sqrt{\frac{100}{4^3}} = \sqrt{\frac{100}{2^6}} = \frac{10}{8}$$

$$b_{13} = 5 - (-5) = 10 \quad ; \quad b_{15} = \sqrt{\frac{13 \cdot (-5) - 35}{(-5+1)^3}} = \sqrt{\frac{-100}{-4^3}} = 20$$

$$b_{13} = b \cdot q^{12} = b \cdot \sqrt{2}^{12} = b \cdot 64 = 10$$

$$b = \frac{10}{64}$$

$$b_7 = b \cdot q^6 = \frac{10}{64} \cdot \sqrt{2}^6 = \frac{10}{64} \cdot 8 = \frac{10}{8}$$

$$b_{13} = \frac{10}{64} \cdot q^{12} = \frac{10}{64} \cdot \sqrt{2}^{12} = \frac{10}{64} \cdot 64 = 10$$

$$b_{15} = \frac{10}{64} \cdot \sqrt{2}^{14} = \frac{10}{64} \cdot 2^7 = 20$$

$x = -5$ подходит: \exists прогр. с $b = \frac{10}{64}$ и $q = \sqrt{2}$

Ответ: -5; 3



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p \quad \text{Пусть } \cos x = t \quad -1 \leq t \leq 1$$

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x \quad ; \quad 3\cos 2x = 3 \cdot (2\cos^2 x - 1)$$

$$4t^3 - 3t + 3(2t^2 - 1) + 6t = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$$

$$\left(\begin{aligned} \text{Пусть } f(t) &= 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 \quad -1 \leq t \leq 1 \\ f'(t) &= 12t^2 + 12t + 3 = 3 \cdot (4t^2 + 4t + 1) = 3 \cdot (2t + 1)^2 = 0 \end{aligned} \right) = 9$$

$$= 3 \cdot (2t + 1)^2 \geq 0$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p \quad 1 \cdot 2$$

$$(2t + 1)^3 = 8t^3 + 12t^2 + 6t + 1$$

$$8t^3 + 12t^2 + 6t - 6 = 2p$$

$$(2t + 1)^3 - 7 = 2p \quad ; \quad (2t + 1)^3 = 2p + 7$$

извлекаем корень, не теряя решений.

$$2t + 1 = \sqrt[3]{2p + 7}$$

$$t = \frac{\sqrt[3]{2p + 7} - 1}{2}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt[3]{2p + 7} - 1}{2}$$

$$x = \arccos \left(\frac{\sqrt[3]{2p + 7} - 1}{2} \right) + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\arccos \left(\frac{\sqrt[3]{2p + 7} - 1}{2} \right) + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

исходя из $y = f(t)$ — возрастающей функции
max значение будет в 1,
а min значение — в -1

$$f(-1) = 4(-1) + 6 \cdot 1 - 3 - 3 =$$

$$= 6 - 6 - 4 = -4$$

$$f(1) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10,$$

тогда $-4 \leq p \leq 10$

Ответ: $-4 \leq p \leq 10$

$$x = \arccos \left(\frac{\sqrt[3]{2p + 7} - 1}{2} \right) + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\arccos \left(\frac{\sqrt[3]{2p + 7} - 1}{2} \right) + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~будет ответ~~ ~~закор-во~~

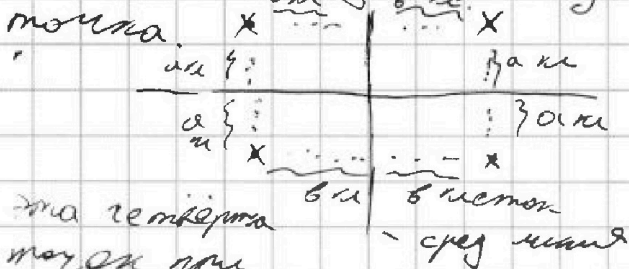
если симметрично относительно обеих

двух "средних линий" то это ромбо-слово
тогда это симметрично ^{или} относ. центра

и какой-то "средней линии" какой-то

структура симметрична и показываю, что симметрична на каком-то ^{или} ~~каком-то~~

⇒ в эту сторону пусть есть знак



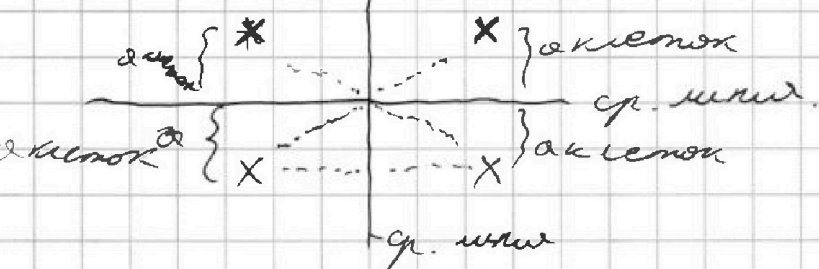
~~структура симметрична~~
и показываю, что это ~~какое-то~~
сред. линия

другая четвертка
точек ~~таже~~
апомощно 1-ой
симметрична ср.
центру и одной ср. линии

эта четвертка
точка при симметрии
этого центра переходит в себя,
тогда она симметрична
относ. центра и ср. линии.
значит множество из

НУО - не является ~~областью~~
3 сим. от ц. и ср. линии.

⇐ в эту сторону пусть есть знак
точка НУО она симметрична верт.
"средней линии"



тогда она ~~симметрична~~
при симметрии ~~этого центра~~
~~какое-то~~ относительно
любой сред. линии четвертка ~~переходит~~ в себя.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

аналогично само сопрягается 2-х четвертка
точка центра тех же будет симметрична
относительно σ относительно σ относительно
2-ух средних линий. Значит множество из
в точек будет симметрично относительно
ср. линии.

~~Каждый вид относительно ср. линии
"симм. относительно ср. линии" + "симм. относительно ср.
линии" = "симм. относительно σ ср. линии".
ка-во симм. относительно центра =
"симм. центру и не симм. относительно σ ср. линии"
+ "симм. центру и симм. ср. линии" но
"симм. центру и симм. ср. линии" = "симметрично
относительно σ ср. линии"
ответ - множество, тогда надо~~

объединяется 2 и 5
Если эти виды симметричны
1) Только ср. линии. x x
2) Только верх. ср. линии x y
3) Обои ср. линии. x z
4) центру и ~~какой-то~~ ср. линии x w
5) центру и ~~какой-то~~ какой-то ср. линии x z
5) \subseteq "симм. от ~~какой-то~~ σ ср. линии"
ответ - это множество точек, тогда объединяем
все виды x y и x z w
 $x + y + z + w$



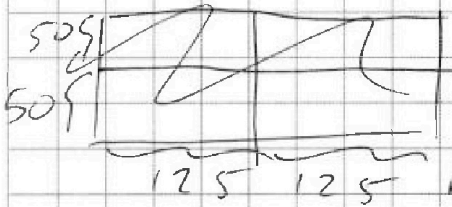
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

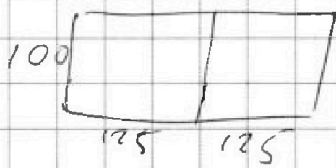
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x + y + z =$ кол-во (сим от верт + сим от гор - сим от нас z - z ср. линии)

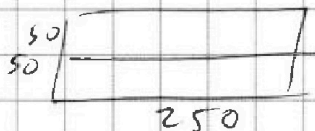


сим. от верт:

Выбираем 4 точки и ~~4~~ 4 отрезка одновременно в левой части 4×4



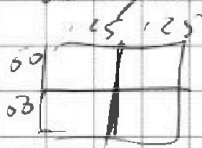
Выбираем 4 точки в левой части и 4 отрезка одновременно C_{12500}^4



сим от гор выбираем 4 точки в нижней части и 4 отрезка одновременно C_{12500}^4

симметрично от нас любой ср. линии

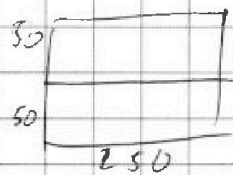
Выбираем 2 точки в левой части и остальные 2 в правой одновременно C_{6250}^2



$w =$ кол-во (сим от нас центра \bar{z} или от нас

центра и какой-то ср. линии = кол-во (сим. от центра - сим. от нас ср. линии)

сим от нас центра



Выбираем 4 точки в нижней части 4 отрезка одновременно C_{12500}^4

сим от нас ср. линии считаем - это C_{6250}^2

Итого $x + y + z = 2 \cdot C_{12500}^4 - C_{6250}^2$ $w = C_{12500}^4 - C_{6250}^2$

Ответ: $3 \cdot C_{12500}^4 - 2 \cdot C_{6250}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(a; b, c)$ - подходит, тогда

$$(a-c)(b-c) = p^2, \text{ где } p - \text{ простое}$$

тогда $\begin{cases} a-c=1 \text{ и } b-c=p^2 \\ a-c=p^2 \text{ и } b-c=1 \\ a-c=p \text{ и } b-c=p \end{cases}$ иное, какой-то ит. будет содержать простое, отличное от p

1) $a-c=1 \quad b-c=p^2$
 $a=1+c \quad b=c+p^2 \quad \text{но } p \geq 2$
 $b \geq c+4$, но $a > b$ противоречие

2) $a-c=p \quad b-c=p \quad a-c=b-c \quad a=b$

противоречие $a \neq b \quad a > b$

3) $a-c=p^2 \quad b-c=1 \quad a=p^2+c \text{ и } b=c+1$ сделаем таблицу

о степенях y и x и x^2 по модулю 3

x	x^2
0	0
1	1
2	1

почти $p > 3$, тогда оно не может давать остаток 0 при дел на 3. а если оно даёт остаток 1 или 1 делится на 3, то $a-b \equiv 3$, поэтому $a-b = p^2+c - (c+1) = p^2-1 \equiv 3$,

но $a-b$ не дел на 3.

$p=2$ или $p=3$

1) $p=2 \quad a-b = 2^2-1 = 3 \equiv 3$ - не подходит

$p=3 \quad a-b = 3^2-1 = 8$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a + b^2 = 560$$

$$a = 9 + c \quad b = 1 + c$$

$$9 + c + (1 + c)^2 = 560 \quad ; \quad c^2 + 2c + 1 + 9 + c = 560 \quad ;$$

$$c^2 + 3c - 550 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 550 = 9 + 2200 = 2209 = 47^2 \quad (50 - 3)^2 = 2500 - 300 + 9 = 2209$$

$$c_{1,2} = \frac{-3 \pm 47}{2} \quad c_1 = -25 \quad ; \quad c_2 = 22$$

~~1) $c = -25$; $a = 9 - 25 = -16$; $b = 1 - 25 = -24$
 $-16 < -24$ не подходит~~

2) $c = 22$ $a = 22 + 9 = 31$ $b = 22 + 1 = 23$

$31 - 23 = 8$ не дел на 3

$31 > 23$

$$(31 - 22)(23 - 22) = 9 = 3^2$$

$$31 + 23^2 = 31 + 400 + 120 + 9 = 560$$

2) $c = -25$; $b = -24$; $a = -16$ $-16 > -24$

$-16 - (-24) = 24 - 16 = 8$ не дел на 3

$$(-16 - (-25))(-24 - (-25)) = (25 - 16) = 9 = 3^2$$

$$-16 + (-24)^2 = -16 + 576 = 560$$

Ответ $(31, 23, 22)$

$(-16, -24, -25)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$35 - 13x = 5 \cdot 25 + x^2 - 10x$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(x+5)(x-2) = 0$$

$$x = -5 \quad x = 2$$

$$35 + 135$$

$$4t^3 + 6t^2 - 3t - 3 = -\frac{7}{2}$$

$$8t^3 + 12t^2 - 6t + 6 = -7$$

$$8t^3 + 12t^2 + 6t - 6 = -7$$

$$8t^3 + 12t^2 + 6t + 1 = 0$$

$$(2t+1)^3 = 8t^3 + 12t^2 + 6t + 1$$

$$4t^3 + 6t^2 \quad 4t^3 + 6t^2 - 3t - 3 = p$$

$$8t^3 + 12t^2 + 6t - 6 = p$$

$$(2t+1)^3 = 8t^3 + 12t^2 + 6t + 1$$

$$(2t+1)^3 - 7 = p$$

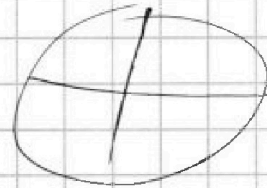
$$(2t+1)^3 = p + 7 \quad 2t+1 = \sqrt[3]{p+7}$$

$$t = \frac{\sqrt[3]{p+7} - 1}{2}$$

$$\cos x = t$$

$$x = \arccos(t) + 2\pi k$$

$$x = -\arccos t$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos(x+y) + (\cos x - y) = 2 \cos x \cdot \cos y$$

(a, b, c)
a > b

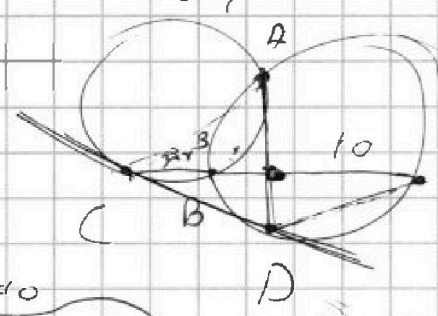
$$a - b = 3k + r$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a + b = 560$$

$$a = c + 1$$

$$b = c + 9$$



$$a - c = p^2 + 1$$

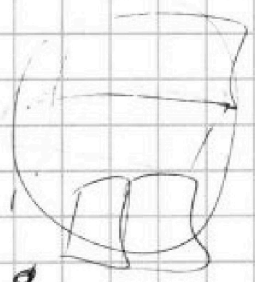
$$b - c = p^2$$

$$b - c = 1$$

$$a - c = p^2$$

$$a - c = b - c$$

$$a = b$$



2209 =

$$b = c + 1$$

$$a = c + 9$$

$$45^2 = 2025$$

$$c + 1$$

46

$$(50 - 3)^2 = 2500 - 300 + 9 = 2209$$

$$a = c + 1$$

$$b = c + p^2$$

$$b = c + 1$$

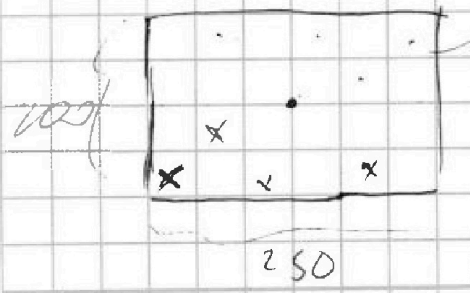
$$a = p^2 + c$$

$$a - b = p^2 - 1$$

$$p = 3$$

$$(2t^2 - 1) + t + 2t(t^2 - 1)$$

$$\cos^2 + \sin^2 = 1$$



$$100 \cdot 250$$

$$100$$

$$2x = 25$$

$$\cos 2x \cdot \cos x + \sin 2x \cdot \sin x = (\cos^2 x - \sin^2 x) \cdot \cos x + 2 \sin x \cos x \cdot \cos x$$

$$\begin{array}{r} \varepsilon D : CD \\ 47 \\ \cdot 47 \\ \hline 1889 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \ x^2 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array}$$

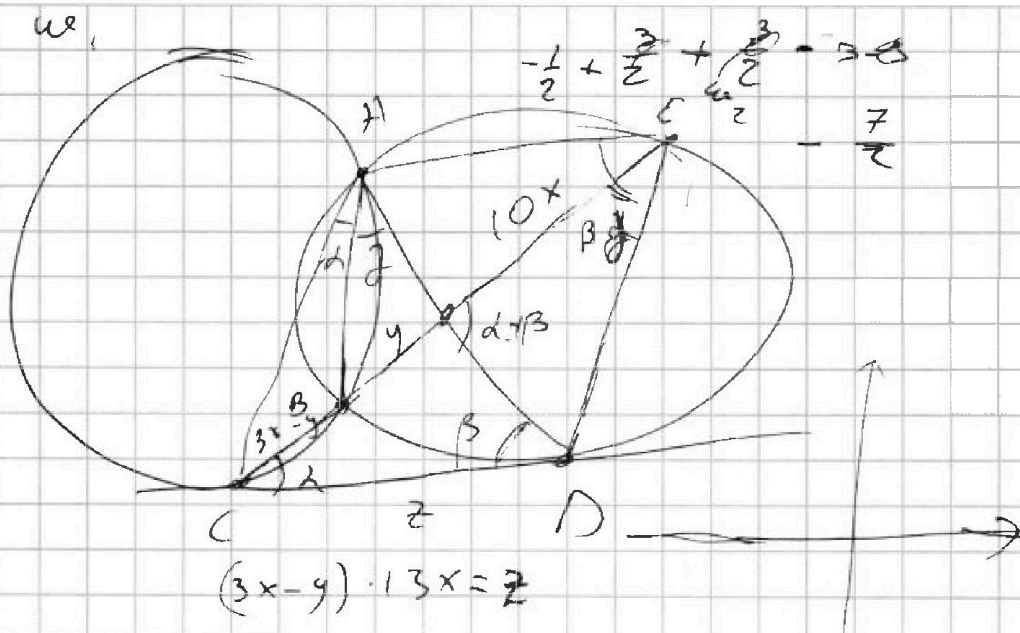
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\cos(2x+y) = \cos 2x \cdot \cos y - \sin 2x \cdot \sin y =$$

$$= \cos(2 \cos^2 x - 1) \cos y - \sin^2 \cos y =$$

$$= (2 \cos^2 x - 1) \cos y - 2 \cos x (1 - \cos^2 x) =$$

$$= 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \cos x + 2 \cos^3 x =$$

$$= 4 \cos^3 x - 3 \cos x \quad \cos x = t \quad -1 < t < 1$$

$$4t^3 - 3t + 3(2t^2 - 1) \quad -4 + 6 - 3 - 3 = -4 \quad t \neq t =$$

$$= 4t^3 + 6t^2 - 3t + 6t - 3 = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = 0 \quad 2t + 1 = 0$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = 0$$

$$-4 + 0 - 3 - 3 = -10$$

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 \quad f'(t) = 12t^2 + 3t + 3$$

$$t \in \text{om } -1; 1$$

$$f'(t) = 4t^2 + 4t + 1 = (2t + 1)^2$$