



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5-x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x-35)(x+1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Пусть $\{v_n\}$ - данная геометрическая прогрессия: $v_n = v_{n-1} \cdot q$

$$v_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \quad v_{13} = 5-x \quad v_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$v_{15} = v_7 \cdot q^8 \quad \uparrow^2 \quad \text{OЗЗ: } x \in (-\infty; -1) \cup \left[\frac{35}{13}; +\infty\right)$$

$$(13x-35)(x+1) = q^{16} \cdot \frac{13x-35}{(x+1)^3}$$

1) Если $x = \frac{35}{13}$, то

$$v_7 = 0 \quad v_{13} = 5 - \frac{35}{13} = \frac{30}{13} \quad v_{15} = 0$$

но геометрическая прогрессия
бывает или возрастающей, или
убывающей $v_7 = v_{15} < v_{13}$

$\Rightarrow \{v_n\}$ - не геометрическая прогрессия
Противоречие.

2) Если $x \neq \frac{35}{13}$, то

$$(x+1)^4 = q^{16} \\ \Rightarrow x+1 = \pm q^4$$

• если $x = q^4 - 1$, то

$$v_{13} = 6 - q^4, \text{ т.к. } v_7 \geq 0 \text{ и } v_{15} \geq 0, \text{ то} \\ v_{13} \geq 0 \Rightarrow q^4 \leq 6$$

$$v_{15} = v_{13} \cdot q^2 \quad \uparrow^2$$

$$(13x-35)(x+1) = q^4 \cdot (x^2 - 10x + 25)$$

$$(13q^4 - 48) \cdot q^4 = q^4 \cdot (q^4 - 6)^2 \quad | : q^4 \neq 0$$

$$13q^4 - 48 = q^4 - 12q^4 + 36 \quad \text{иначе } \{v_n\} \text{ - не геом. прогр.}$$

$$(q^4)^2 - 25q^4 + 84 = 0 \quad \text{по т. Виета:}$$

$$\begin{cases} q^4 = 21 \\ q^4 = 4 \end{cases} \quad \text{т.к. } q^4 \leq 6, \text{ то } q = \pm 1$$

но если $q = \pm 1$, то $\{v_n\} = \text{const} \neq 0$ $\{v_n\}$ - не геометрическая прогрессия



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

• если $x = -q^4 - 1$

$$v_{13} = 6 + q^4$$

$$v_{15} = v_{13} - q^2 \uparrow^2$$

$$(13x - 35)(x + 1) = q^4 \cdot (x - 5)^2$$

$$(-13q^4 - 48) \cdot (-q^4) = q^4 \cdot (q^4 + 6)^2 \quad | : q^4 \neq 0$$

$$13q^4 - 48 = (q^4 + 6)^2$$

$$(q^4)^2 - q^4 + 84 = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot 84 < 0 \Rightarrow q \in \emptyset$$

Итого, нам покажут $q = \pm 1$

• если $q = 1$, то $x = 0$, но $x = 0 \notin \text{ODZ}$

• если $q = -1$, то $x = 0$, но $x = 0 \notin \text{ODZ}$

Ответ: $x \in \emptyset$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2} + 2 \Leftrightarrow (*)$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-2^2} \quad (1)$$

рассмотрим

случай (1)

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-2^2}$$

$$0 \leq \sqrt{169-2^2} \leq 13$$

$$|y+1| + 3|y-12| \leq 13$$

$$\begin{cases} y+1 + 3(y-12) \leq 13 \\ y \geq 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \leq 12 \\ y \geq 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y+1 - 3(y-12) \leq 13 \\ y \leq 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq 12 \\ -1 \leq y < 12 \end{cases} \Rightarrow y=12$$

$$\begin{cases} -y-1 - 3y+36 \leq 13 \\ y \leq -1 \end{cases}$$

значит, $y=12 \Rightarrow z=0$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} y=12 \\ z=0 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2} \quad (2)$$

решим (2)

$$\sqrt{x+3} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2} + \sqrt{4-x}$$

$$DZ: x \in [-3, 4]$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{12+x-x^2} - 5$$

$$x+3 + 4 - x - 2\sqrt{12+x-x^2} = 4(12+x-x^2)$$

$$-20\sqrt{12+x-x^2} + 25 = 0$$

Пусть $t = \sqrt{12+x-x^2}$, тогда

$$4t^2 - 18t + 18 = 0 \quad | :2$$

$$2t^2 - 9t + 9 = 0$$

$$D = 81 - 72 = 9 = 3^2$$

$$\begin{cases} t = \frac{9+3}{4} = 3 \\ t = \frac{9-3}{4} = \frac{3}{2} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Обратная замена:

$$\begin{cases} \sqrt{12+x-x^2} = 3 \\ \sqrt{12+x-x^2} = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 3 = 0 \quad (3) \\ 4x^2 - 4x - 39 = 0 \quad (4) \end{cases}$$

решим (3): $x^2 - x - 3 = 0$ ~~н/д~~ ~~Дискриминант:~~

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$\begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \in \text{OДЗ} \\ x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} \in \text{OДЗ} \end{cases}$$

решим (4): $4x^2 - 4x - 39 = 0$

$$D/4 = 4 + 39 = 43 = (4\sqrt{10})^2$$

$$\begin{cases} x = \frac{1 + 4\sqrt{10}}{4} = \frac{1}{2} + \sqrt{10} \in \text{OДЗ} \\ x = \frac{1 - 4\sqrt{10}}{4} = \frac{1}{2} - \sqrt{10} \in \text{OДЗ} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (2) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{1}{2} \pm \sqrt{10} \end{cases}$$

ОДЗ

Ответ: $\left(\frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}; 12; 0\right)$ и $\left(\frac{1}{2} \pm \sqrt{10}; 12; 0\right)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$\cos^3 x + 3 \cos^2 x + 6 \cos x = p \quad (*)$$

при каких $p \in \mathbb{R}$ ≥ 1 решения?

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x + 3(2 \cos^2 x - 1) + 6 \cos x = p$$

пусть $\cos x = t, -1 \leq t \leq 1$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t = p + 3 \quad (*)$$

$$\begin{cases} y = 4t^3 + 6t^2 + 3t = f(t), -1 \leq t \leq 1 \\ y = p + 3 \end{cases}$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 3(2t + 1)^2 \geq 0$$

т.к. $f'(t) \geq 0, \forall t$

$f(t)$ - монотонно возрастает непрерывно.

$$f(-1) = -4 + 6 - 3 = -1$$

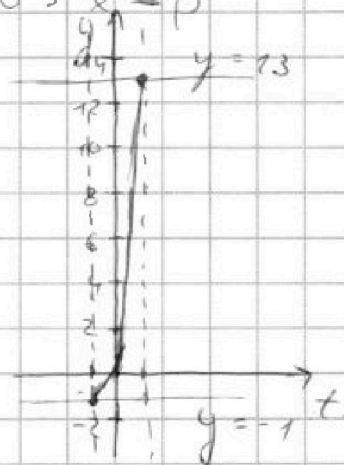
$$f(1) = 4 + 6 + 3 = 13$$

\Rightarrow

т.к. $t = \cos x$, $\forall x$ если $(*)$

имеет решение, то $(*)$

также имеет решение



значит, $(*)$ имеет ≥ 1 решение при $-1 \leq p + 3 \leq 13$
 $-4 \leq p \leq 10$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



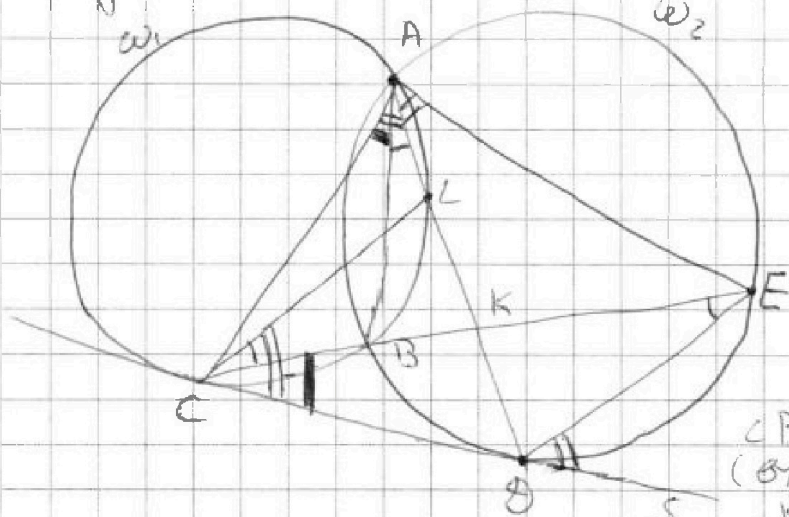
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

6 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.



$\frac{ED}{CD} = ?$
 $k = A \mathcal{D} ACE$
 $\frac{CK}{KE} = \frac{3}{10}$
 $AD \cap \omega_1 = L$, A
 Пусть $\angle CED = \alpha$
 тогда $\angle BAD = \alpha$
 (впис. оп. на дугу BD (ω_2))
 $\angle BAD = \angle BAL = \angle BCL = \alpha$
 (впис. опор. на дугу BL (ω_1))

т.к. $\angle BCL = \angle ECL = \angle CED = \alpha$, то $CL \parallel ED$
 $\angle EDS = \angle EAD = \beta$ (\angle м.у. хордой и касан.)
 $\angle EDS = \angle CDE = \beta$ (т.к. $ED \parallel LC$)
 $\angle LCE = \angle CAL = \angle CAD = \beta$ (\angle м.у. хордой и касан.)

$\Rightarrow \angle CAD = \angle EAD = \beta$, т.е. AK - биссектриса $\angle CAE$.

P! $\triangle CAE$: CK - бисс. $\Rightarrow \frac{CA}{AE} = \frac{CK}{KE} = \frac{3}{10}$
 P! $\triangle CLK$ и $\triangle KED$: $\angle LKC = \angle EKD$ (вертик.)
 $\angle CLK = \angle KED$ (м.в. выше)

$\Rightarrow \triangle CLK \sim \triangle KED$ (по 2-м \angle -ам)
 $\Rightarrow \frac{CK}{KE} = \frac{3}{10} = \frac{LK}{KD} = \frac{LC}{ED}$
 $\angle ADC = \angle AED$ (\angle -оп м.у. хордой и касан.)
 $\angle CAD = \angle EAD \Rightarrow \triangle ADC \sim \triangle AED$ (по 2-м \angle -ам)
 $\frac{AE}{AD} = \frac{ED}{DC} = \frac{AD}{AC} = k$ т.к. AK - биссектриса, то
 $P(\mathcal{D}; AC) = P(\mathcal{D}; AE)$
 $k = \frac{S_{\triangle AED}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{\frac{1}{2} AE \cdot P(\mathcal{D}; AE)}{\frac{1}{2} AC \cdot P(\mathcal{D}; AC)} = \frac{AE}{AC} = \frac{3}{10}$
 $\Rightarrow \frac{ED}{CD} = \sqrt{\frac{3}{10}}$
 $\Rightarrow k = \sqrt{\frac{10}{3}}$

Ответ: $\sqrt{\frac{10}{3}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
7 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

$$a, b, c \in \mathbb{Z}$$

$$a > b$$

$$(a-b) \nmid 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2, \text{ где } p - \text{ простое}$$

$$a + b^2 = 560$$

Рассмотрим все возможные случаи:

1) Если $\begin{cases} a-c \neq p \\ b-c \neq p \end{cases}$, то $a=b$, но $a > b$ противоречие

2) Если $\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$, то $a-b = (p-1)(p+1)$
 $\nmid 3$

т.к. среди чисел $p-1, p, p+1$ 1 делится на 3 и/или $p-1, p+1 \nmid 3$ то $p \nmid 3$

т.к. p - простое, то $p \neq 3$

$$\begin{cases} a-b = 8 \\ a+b^2 = 560 \end{cases} \Rightarrow b^2 + b - 552 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 552 = 2209 = 47^2$$

~~т.к. $47 \nmid 3$ противоречие~~

$$b = \frac{-1 + 47}{2} = 23 \Rightarrow a = 31$$

$$\begin{cases} 31 - c = 9 \\ 23 - c = 1 \end{cases} \Rightarrow c = 22$$

$$\Rightarrow c = 22$$

$$\begin{cases} -16 - c = 9 \\ -24 - c = 1 \end{cases} \Rightarrow c = -25$$

получаем: $(31; 23; 22), (-16; -24; -25)$

3) Если $\begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases}$, то $a-b = 1-p^2$ противоречие

4) Если $\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases}$, то $a-b = 1-p^2$ противоречие

5) Если $\begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases}$, то $a-b = p^2 - 1$
 $\nmid 3$
 $\Rightarrow p = 3$ (аналогично выше)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
8 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a - b = 8 \\ a + b^2 = 560 \end{cases} \Rightarrow b^2 + b - 55c = 0$$
$$\begin{cases} -b = 23 \Rightarrow a = 31 \\ b = -24 \Rightarrow a = -16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 31 - c = -1 \\ 23 - c = -9 \end{cases} \Rightarrow c = 32$$

$$\begin{cases} -16 - c = -1 \\ -24 - c = -9 \end{cases} \Rightarrow c = -15$$

Порядок: $(31; 23; 32)$ и $(-16; -24; -15)$

Мы рассмотрим все возможные случаи

т.к. $(a-c)(b-c) = p^2 \Rightarrow$

$$\begin{aligned} a-c &\in \mathbb{R} \\ b-c &\in \mathbb{R}, \text{ т.к. } a, b, c \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Ответ: $(31; 23; 22), (-16; -24; -25)$
 $(31; 23; 32), (-16; -24; -15)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_{n+1}^2 = b_n^2, \quad b_{n+1} = b_{n-2} \cdot q = b_{n+2} \cdot q$$

$$b_{15} = b_7 \cdot q^8$$

$$(13x - 35)(x + 1) = q^{16} = \frac{13x - 35}{(x + 1)^3}$$

ОДЗ: $x \in (-\infty; -1) \cup [\frac{35}{13}; +\infty)$

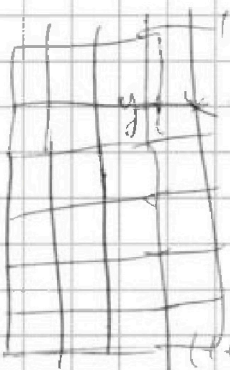
$$b_{13} = b_7 \cdot q^6$$

$$2y - 37 \leq 13$$

$$y \leq 25$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2+2}$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{65 - 2z}$$



$$4y - 35$$

$$x + z \leq 4$$

$$-3 \leq x \leq 17$$

$$-13 \leq z \leq 13$$

$$4y - 35 \leq 185$$

$$34 \leq y \leq 51$$

$$4y \leq 204$$

$$y \leq 51$$

$$-13 + x \leq x + z \leq 13 + x$$

$$-x^2 + x \leq \frac{-1}{-2} \frac{1}{-2}$$

$$-\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$4y - 35 \geq -169$$

$$4y \geq 134$$

$$y \geq 33,5$$

$$4(37,5)^2 + 5t = \dots$$

$$2\cos 2x = \cos x + 3\cos^2 x + 5\cos x = p$$

$$2\cos 2x (\cos x + 1) + \cos^2 x = 4\cos x = p + 1$$

Значит

$$a^2 + b^2 \geq 2ab$$

$$\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$

$$4(y + x - x^2 - z) + 4 - x - z$$

2

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6(\cos^2 x - 3 + 6\cos x) = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 - p = 0$$

$$\cos \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$2\cos 2x = \cos x + 6 \cdot \cos \frac{3x}{2} \cdot \cos x + 2\cos x = p$$

$$2\cos x (2\cos 2x + 3\cos \frac{3x}{2} + \cos x) = p$$

$$t = \cos x, \quad -1 \leq t \leq 1$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - (p+3) = 0$$

$$y = 4t^3 + 6t^2 + 3t, \quad -1 \leq t \leq 1$$

$$y = p + 3$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$D = 16 - 16 = 0$$

$$(2t+1)^2 = 0$$

$$y' = 12t^2 + 12t + 3 = 0$$

$$= 3(4t^2 + 4t + 1) = 0$$

$$(2t+1)^2 \geq 0$$

$$t = -\frac{1}{2}, \quad -\frac{1}{2} + \frac{6}{4} - \frac{3}{2} = \frac{3}{2} - 2 = -\frac{1}{2}$$

$$t = -1: \quad -4 + 6 - 3 = -1$$

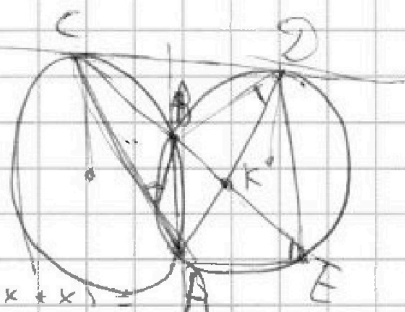
$$t = 1: \quad 13$$

$$t = 0$$

$$t = 1$$

$$\frac{EK}{KC} = \frac{3}{10}$$

$$\begin{cases} -1 \leq p+3 \leq 13 \\ -4 \leq p \leq 10 \end{cases}$$



$$2(\cos^2 x - 1)$$

$$\cos 3x = \cos(2x+x)$$

$$= \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x =$$

$$= (2\cos^2 x - 1) \cdot \cos x - 2\sin^2 x \cdot \cos x =$$

$$= \cos x (2\cos^2 x - 2 + 1 - 2\sin^2 x) =$$

$$= \cos x (4\cos^2 x - 3)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{4-x-2} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+2}$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{165-2x}$$

$$(x+3)(4-x-2) = 4x - x^2 - 3x - 32 = \frac{y-3}{2} = \frac{95}{2}$$

$$= x - x^2 - 32$$

$$x+3 + (4-x-2) - 2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x-2} =$$

$$= 4(y+x-x^2+2) + 25$$

$$- 2\sqrt{y+x-x^2+2}$$

$$\sqrt{x+3} + 5 \geq 5$$

$$2\sqrt{y+x-x^2+2} + \sqrt{4-x-2}$$

$$2\sqrt{4(y+x-x^2+2) + 4-x-2}$$

$$= 2\sqrt{4y + 3x - 4x^2 + 32}$$

$$\leq 2\sqrt{4y + 3(x+2)}$$

$$\leq 2\sqrt{\frac{y+3}{2}}$$

$$|y+1| + 3|y-12| \leq 13$$

$$4y \leq 35 + 13 = 48$$

$$y \leq 12 \quad y > 12 \Rightarrow y = 12$$

$$y+1 - 3y + 36 \leq 13$$

$$2y \geq 37 - 13 = 24 \quad y \geq 12$$

$$-y - 1 - 3y + 36 \leq 13$$

$$4y \geq 35 - 13 = 22$$

$$y \geq \frac{11}{2} \text{ - против.}$$

$$y = 12$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

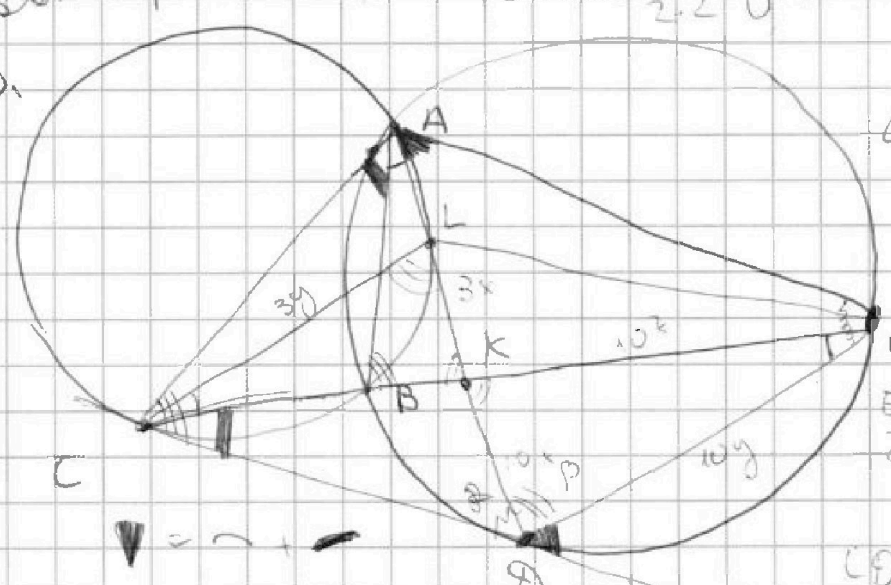
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a > b$
 $(a-b)/3$
 $(a-c)(b-c) = ab - ac - bc + c^2 = p^2$
 $a + b^2 = 560$
 $a - c = \pm p^2$
 $b - c = \pm 1$
 $a - b = p^2 - 1$
 $(p-1)(p+1)$
 $\Rightarrow p = 3$
 $a - b = 3$
 $a + b^2 = 560$
 $b^2 + b - 552$
 $a - b = -p^2 + 1$
 пр. в творчестве

$12 + x - x^2 \geq 0$
 $x^2 - x - 12 \leq 0 \quad x \in [-3; 4]$
 p
 $a - c = \pm 1$
 $b - c = \pm p^2$
 $a - c = \pm p$
 $b - c = \pm p$
 не подходит
 $552 | 2$
 $226 | 2$
 113
 $-2y + 3 \leq 13$
 $2y \geq 24$
 $y \geq 12$
 $-4y + 35 \leq 13$
 $4y \geq 22$
 $y \geq \frac{11}{2}$
 43
 122
 184
 183
 2209



$\frac{ED}{CB} = ?$
 $\frac{CK}{KE} = \frac{3}{10}$
 $S_{\Delta KCD} = 3$
 $S_{\Delta KDE} = 10$
 $\frac{ED}{CD} = \frac{10 \sin \beta}{3 \sin \alpha}$

$\frac{CD}{AE} = \frac{LD}{ED} = \frac{CL}{AD} \cdot \frac{AE}{AD} = \frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC}$
 $AD \cdot LD = CD^2 = CL \cdot ED$
 $\frac{ED}{CD} = \frac{CD}{CL}$
 $\frac{AC}{AE} = \frac{3}{10}$