



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$ , девятый член равен  $x + 3$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x + 5} - \sqrt{1 - x - 4z} + 4 = 2\sqrt{y - 4x - x^2 + z}, \\ |y + 4| + 4|y - 5| = \sqrt{81 - z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p + 4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $2 : 5$ , считая от вершины  $C$ .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $100 \times 400$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:
- $a < b$ ,
  - число  $b - a$  не кратно 3,
  - число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
  - выполняется равенство  $a^2 + b = 710$ .
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2  
 $(x-1) \cdot (x+5)$  а  $xy = x - y + 4$   
 Чтобы она существовала, если шаг прогрессии  $y$ , то  $\sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot y^2 = (x+3)$ ;  $(x+3) \cdot y = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$  где

все числа должны быть действительными,  $y^2 =$   
 $\frac{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}{x+3}$ ;  $y^6 = \frac{(\sqrt{(25x-9)(x-6)})^3}{(x+3)^3} = \frac{\sqrt{(25x-9)^3}}{(x-6)^3}$ ;  $x \cdot (2y-1) = 4-y$   
 $x = \frac{4-y}{2y-1}$

$\frac{(25x-9)^{\frac{3}{2}} \cdot (x-6)^{\frac{3}{2}}}{(x+3)^3} = \frac{(25x-9)^{\frac{3}{2}}}{(x-6)^3}$ ;  $25x-9 \neq 0$ , иначе вся прогрессия  
 $x = 0$

должна быть нулями, а  $x+3$  будет не 0,  $y = 3$  или  $y = 1$  так же  $x-6 \neq 0$

$(25x-9) \cdot (x-6)$   $x = -3$   
 $\sqrt{3} - \sqrt{3} + 4$   
 $1-x = x+5$   
 $2x = 4-4$   
 $y = -2$

Чтобы она существовала должен быть такой шаг прогрессии, то  $\sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot y^2 = (x+3)$ ;  $(x+3) \cdot y = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$ ;

$y^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$ ;  $y^6 = \frac{(x+3)^3}{(25x-9)^{\frac{3}{2}} \cdot (x-6)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{(25x-9)^3}}{\sqrt{(x-6)^3 \cdot (x+3)^3}} = \frac{(25x-9)^{\frac{3}{2}}}{(x-6)^{\frac{3}{2}} \cdot (x+3)^{\frac{3}{2}}}$

$25x-9 \neq 0$ , иначе вся посл. нули,  $x+3 \neq 0$ , а можно  $x-6 \neq 0$  и  $x+3 \neq 0$ , тогда можем сократить;  $\frac{(x+3)^4}{(25x-9)^2} = 1 \Rightarrow (x+3)^2 = \pm(25x-9)$

то есть  $x^2 + 6x + 9 = 25x - 9$ ;  $x^2 - 19x + 18 = (x-18)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 1$  или  $x = 18$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

и второй случай  $(x+3)^2 = -25x+9$ ;  $x^2+6x+9 = -25x+9$ ;

$x^2+31x=0$ ;  $x=0$  или  $x=31$ , имеет 4 случая:

0, 1, 18, 31, в случае с 0 все числа действительные,

в случае с 1 нет  $(25x-9) > 0$ ;  $(x-6) < 0$ ; 18 и 31 подходят.

Ответ: 0, 18, 31



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Эта задача существовала, если шаг прогрессии  $y$ ,  
то  $\sqrt{25x-9}(x-6) \cdot y^2 = (x+3)$ ;  $(x+3) \cdot y^6 = \sqrt{25x-9}$ ;~~

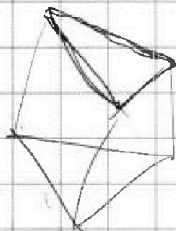
~~$$y^2 = \frac{\sqrt{25x-9} \cdot x+3}{\sqrt{25x-9}(x-6)} \cdot y^2 = y^6 = \frac{(x+3) \sqrt{25x-9}(x-6)}{(x-6)^2 \cdot (x+3)} = \frac{\sqrt{25x-9}}{(x-6)^2 \cdot (x+3)}$$~~

~~$$\frac{(25x-9)^{\frac{3}{2}} \cdot (x-6)^{\frac{3}{2}}}{(x+3)^3} = \frac{(25x-9)^{\frac{1}{2}}}{(x-6)^{\frac{3}{2}} \cdot (x+3)}$$~~

~~Теперь - это формула, но  $x+3$  всегда  $\neq 0$ , значит на  $(25x-9)^{\frac{1}{2}}$  можно  
обратить, аналогично у нас  $(x-6)^{-\frac{3}{2}}$  и  $(x+3)^{-1}$ ,  $\text{in } \mathbb{R}$~~

~~$$\frac{(25x-9) \cdot (x-6)^3}{(x+3)^2} = 1$$~~

~~$$\sqrt{45} - \sqrt{1-x-4x^2} = 2\sqrt{y^2 x - x^2 + 2}$$~~
~~$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-2x^2}$$~~





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ |y+4| + 4/|y-5| = \sqrt{81-z^2} \end{cases}$$

Найдём  $\min(|y+4| + 4/|y-5|)$ , при  $x \geq 5$ , строгое расст,

м.е.  $\min$  в  $y=5$ , при  $y \in [-4; 5]$  при уменьшении  $y$  от 5

тоже расст, м.к  $4/|y-5|$  растёт быстрее чем  $|y+4|$  которой

растёт как  $|y|$  и при  $y \leq -4$  тоже аналогично, и  $\min$

$\min = \min(f(5), f(-4)) = (9, 36) = 9 \Rightarrow$  так как в.2  $\sqrt{81-z^2}$ , максимум которой  $= 9$  при  $z=0$ , то  $z=0$ ,  $y=5$ , и тогда решим систему.

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2} = 2\sqrt{-(x+5)(x-1)}$$

$$2\sqrt{-(x+5)(x-1)} = \sqrt{x+5} + \sqrt{1-x} + 4, \text{ но если } x \geq -5$$

$x \geq -5; x \leq 1$  и  $z$  ограничены тем что, то число делится

на 4, тогда  $(x+5)(1-x) = 2\sqrt{-(x+5)(x-1)} - 4 = \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} - 4$ ,

если  $\sqrt{1-x} = a; \sqrt{x+5} = b$ , то  $2ab = a - b + 4; (a+2b) - a - b = 4$

$$\Rightarrow a = \frac{4-b}{2b+1}, \text{ но если } \sqrt{x+5} + \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{-(x+5)(x-1)}$$

$$4 \cdot (1-x)(x+5) - 16 \sqrt{-(x+5)(x-1)} + 0 = 0 \Rightarrow 4 \sqrt{-(x+5)(x-1)}$$

$$4 \cdot (1-x)(x+5) - 16 \sqrt{-(x+5)(x-1)} + 0 = 0; 4a^2 - 14a + 10 = 0; a = 1 \text{ и } 1.4$$

$$a = 1.25; \text{ если } a = 1; (1-x)(x+5) = 1; -x^2 - 4x + 5 = 1; -x^2 - 4x + 4 = 0; x = 2;$$

$$\text{и если } -x^2 - 4x + 5 = 2.5; x^2 + 4x - 2.5 = 0; \text{ Ответ: } 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10; \quad \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x;$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1, \text{ тогда}$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + (3p+12) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10;$$

$$4p \cos^3 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0; \quad / 4 \quad p \cos^3 x - 4 \cos^2 x + 4 \cos x - 1 = 0;$$

$x = t, t \in [-1, 1]$   $pt^3 - 4t^2 + 4t - 1 = 0, \quad \Delta = -4 < 0 \Rightarrow$  годится  
быть еще точка на  $[-1, 1]$  где  $p-2 \geq 0$ , тогда будет

корень, ~~максимум достигается в 0~~ заметим, что при   
увеличении  $p$  <sup>из 0</sup> ~~увеличивается~~ <sup>в.ч.и.</sup> некоторое место и оно   
не увеличивается, т.е. находим такое  $p$  <sup>т.е.</sup> ~~где~~   
есть корень на отрезке  $[-1, 1]$  ~~при  $p=1$  находим  $t = 1$  и  $t = -1/3$~~

$$= (t-1)(t^2 - 3t + 1)$$

$p \geq 0, \quad 1 - 0 < 0, \text{ т.е. корень есть, если искаем ее макс.}$

на  $[-1, 1]$ , то он находится произвольной ~~на~~ <sup>на</sup> ~~конце~~ <sup>конце</sup>

$$\text{ка } \frac{1}{3} (pt^3 - 4t^2 + 4t - 1)' = 3pt^2 - 8t + 4 = \left( \sqrt{3p} \pm \frac{8}{2\sqrt{3p}} \right)^2 + 4 - \frac{16}{12p}, \text{ при}$$

$p \geq 1$  имеет корни

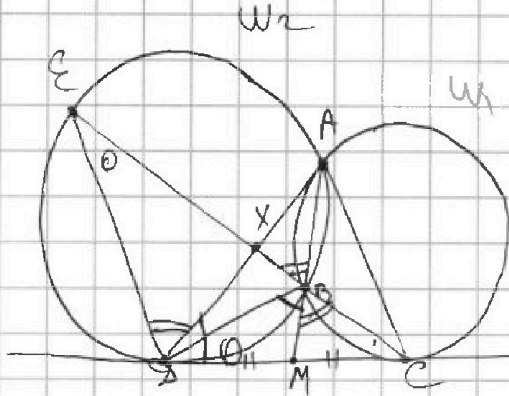


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть  $AD \cap CE$  в точке  $X$ .

$$\text{Тогда } \frac{CX}{XE} = \frac{S_{\triangle XCE}}{S_{\triangle XDC}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} DC \cdot \sin \angle ADC}{\frac{1}{2} CE \cdot \sin \angle BCE} = \frac{DC \cdot \sin \angle ADC}{CE \cdot \sin \angle ADE} = \frac{2}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{DC}{CE} = \frac{2}{5} \cdot \frac{\sin \angle ADE}{\sin \angle ADC}, \text{ найдем это отношение.}$$

Заметим, что  $B$  - точка Шаня в  $\triangle ADC$  (по опр. точки Шаня), тогда по её св-вам,  $AB$  - медиана ( $AB/DC = m$ ) и  $\angle BAC = \angle CAB$ ;  $\angle BCD = \angle BAC$ , и т.к.  $MD$  - касательная

к  $W_1$ , то  $\angle DBM = \angle DA$  и  $\angle EDA = \angle EBA = \angle MBC$ , тогда

$$\frac{\sin \angle ADE}{\sin \angle ADC} = \frac{\sin \angle MBE}{\sin \angle DBM} = \frac{BD}{BC} \text{ (теорема синусов}$$

для  $\triangle MB$  и  $\triangle MBC$ ), причем  $\frac{BD}{BC} = \frac{DE}{DC}$  (из-за подобия

$\triangle BCD$  и  $\triangle DEC$  из-за равных углов и из-за касания)  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{DC}{CE} = \frac{2}{5} \cdot \frac{DE}{DC} \Rightarrow \left(\frac{DC}{DE}\right)^2 = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{DC}{DE} = \sqrt{\frac{2}{5}} \text{ Ответ: } \sqrt{\frac{5}{2}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

например в левой <sup>верхней</sup> ~~верхней~~ клетке, строит 2 симметрии, оставшиеся для симметрии аналогично  $BAC = C_{10000}^2$ , и  $ABAC$ , по сути тоже  $C_{10000}^2$ , так как все они являются способами пересечения 2 симметрий, поэтому  $ABAC - 2(AB + AC + BC) + 3ABAC =$   
 $= 3C_{20000}^4 - 2 \cdot 3 \cdot C_{10000}^2 + 3 \cdot C_{10000}^2 = 3 \cdot C_{20000}^4 - 3 \cdot C_{10000}^2$   
Ответ:  $3 \cdot C_{20000}^4 - 3 \cdot C_{10000}^2$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{(x+4)^2 + 4} = 2\sqrt{(y_1 - x)^2 + z^2}$$

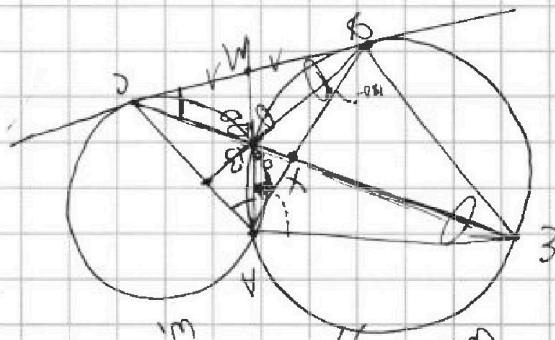
$$|(y+4)(x+y-5)| = \sqrt{81-2^2}$$

$$3pt^2 - 8t + 4 \text{ имеет корни на } [-1; 1]$$

$$p \geq 1$$

$$p = 0,8$$

$$2,4t^2 = 8t + 4$$



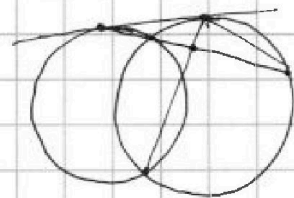
$$3pt^2 - 8t + 4$$

$$\frac{3p}{8p}$$



$$p = \frac{16}{14}$$

$$(a-1)(4a+10)$$

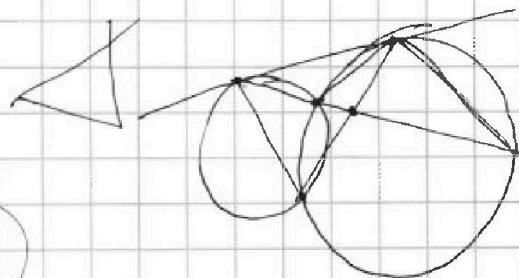


$$\left( \sqrt{3p}t - \frac{8}{2\sqrt{3p}} \right)^2 + 4 = \frac{64}{12p}$$

$$\sqrt{3p}t = \frac{4}{\sqrt{3p}}$$

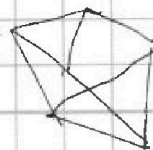
$$t = \frac{4}{3p}$$

$$x = \frac{1}{p}$$



$$4px^3 - px^3 - 4x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$\frac{1}{p^2} - \frac{4}{p^2} + \frac{4}{p} - 1$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(a-c)(b-c) = p^2 \Rightarrow$  так  $p^2$  имеет только делители  $\{p, p^2\}$   
то это то из  $a-c, b-c$  равно  $\pm 1$ , оставшееся  $\pm p^2$  или  
это то  $\pm p$ , оставшееся  $\pm p$ , при этом  $a < b \Rightarrow$   
 $\Rightarrow b-c > a-c \Rightarrow$  остаются только случаи  $b-c = p^2$ ;  
 $a-c = 1$  и  $b-c = -1$ ;  $a-c = -p^2$ , в первом  
случае, у нас  $b-a = p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$ , если  $p$  не равно 3, то  
 $p \equiv 1$  или  $\equiv 2 \pmod{3}$ , так как  $p$ -простое и делится только на 3  
и на себя  $\Rightarrow (p-1)(p+1) \not\equiv 3 \Rightarrow b-a \not\equiv 3$ , что неверно  
по условию  $\Rightarrow p=3 \Rightarrow b-a = 3^2 - 1 = 8$ ;  $b = a + 8$ , тогда  
 $a^2 + b = a^2 + (a+8) = 710$ ;  $a^2 + a - 702 = 0$ ;  $(a+27)(a-26) = 0$ ;  
получается  $a = -27$  или  $a = 26$ , если  $a = 26$ , то  $b = 34$ ,  
 $c = 25$ , если  $a = -27$ , то  $b = -19$ ,  $c = -28$ , если  
же  $b-c = -1$ ,  $a-c = -p^2$ , то  $b-a = p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$ , аналогично  
 $p=3$ , то есть  $b-a = 8$ ;  $a^2 + b = 710$ ,  $a = -27$  или  $26$ ,  $b =$   
 $= 34$ ,  $c = 35$ , в случае с  $26$ ,  $b = -19$ ,  $c = -18$ , в  
случае с  $-27$ . Ответ:  $(26, 34, 25)$ ;  $(-27, -19, -28)$ ;  
 $(26, 34, 35)$ ;  $(-27, -19, -18)$

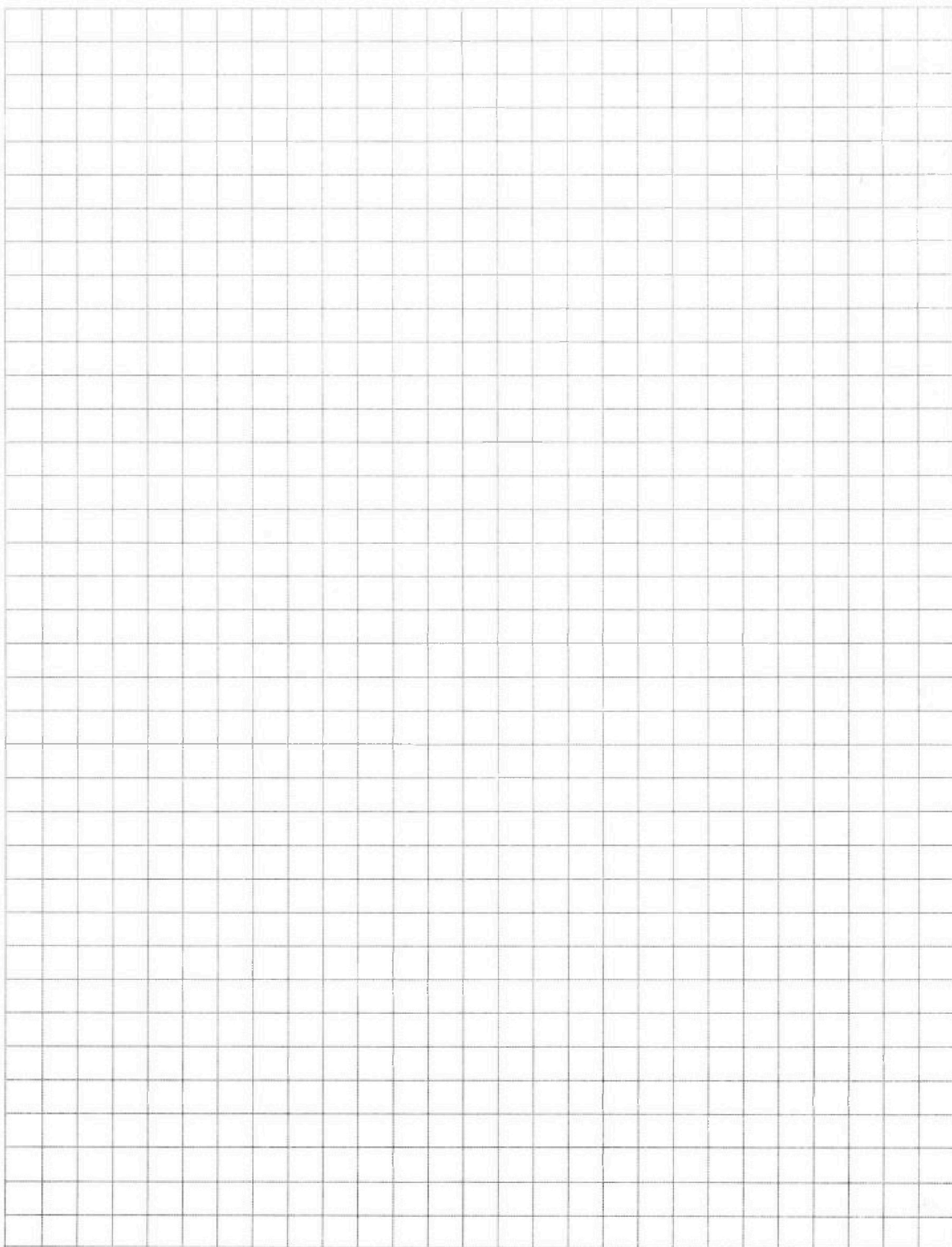


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Сначала проходим те способы, когда он симметричен относительно одной из средних линий, относительно большей:  $C_{20000}^4$  так как мы выбираем 4 из верхней части и затем симметризуем аналогично  $C_{20000}^4$  относительно меньшей средней линии, но есть способы, где узко что и другое, это когда фигура симметрична относительно

Пусть  $A$  - способы, когда он симметричен относительно меньшей сред. линии,  $B$  - относительно большей,  $C$  - относительно центра, тогда ответ - это  $A \cup B \cup C =$

$$= A + B + C - 2(A \cap B + A \cap C + B \cap C) + 3(A \cap B \cap C) = \text{способы}$$

$|A| = C_{20000}^4$ , так как мы выбираем 4 клетки в одной

половине и симметризуем их,  $|B| = C_{20000}^4$ , аналогично, и

$$|C| = \frac{C_{40000}^4}{2} = \frac{C_{40000}^4}{2} = \frac{40000 \cdot 39999 \cdot 39998 \cdot 39997}{24} \approx 10000 \cdot 39999 \cdot 39998 \cdot 39997 \cdot \frac{1}{24}$$

мы выбираем по 4 клетки, и затем ее симметризуем и выбираем в одной из половин

далее  $A \cap B$  - способы когда клетки симметричны относительно обеих ср. линий, их  $C_{10000}^2$  так как мы в  $\frac{1}{4}$  части

выбираем 2 и симметризуем,  $A \cap C = \frac{C_{40000}^4}{2}$ , так как мы выбираем 4 клетки.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten solution on grid paper for a geometry problem involving a sphere and a cylinder.

**Diagram 1:** A cylinder with a sphere of radius  $R$  inside it. The sphere's center is  $O$ . Points  $A, B, C, D, E$  are marked on the sphere's surface. A vertical line segment  $ED$  is shown, with  $ED = 2R$ .

**Diagram 2:** A sphere with center  $O$  and radius  $R$ . Points  $A, B, C, D, E$  are on the surface. A vertical line segment  $ED$  is shown, with  $ED = 2R$ .

**Equations and Calculations:**

- $12 \cos x =$
- $p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10 \quad 400 \cdot 100$
- $49016$
- $400 \cdot 20$
- $20000$
- $4p + 4 \geq 2$
- $4p + 4 \geq 2$
- $p \geq \frac{1}{2}$
- $40000 - 27$
- $10000 - 14$
- $x = 5$
- $\cos(2x) = \frac{255}{516} = \frac{255}{516} = \frac{255}{516} \quad x = \frac{\pi}{2}$
- $\frac{CX}{XE} = \frac{s(\cos x)}{s(2x)} = \frac{2R \cdot \sin \angle CA}{2R \cdot \sin \angle AE}$
- $4 \cos^3 x - 3 \cos x + (3p+4) \cos x = 6 \cdot (2 \cos^2 x - 1) + 10$
- $4 \cos^3 x - 12 \cos^2 x + \cos x \cdot (3p+4) = 4$
- $AVBUC = A+B+C - 2 \cdot A \cap B - 2 \cdot A \cap C - 2 \cdot B \cap C + A \cap B \cap C$
- $4x^3 - 12x^2 + x \cdot (3p+4) = 4$

**Diagrams:** Several diagrams showing spheres and cylinders with points  $A, B, C, D, E$  and lines connecting them. Some diagrams show the intersection of two spheres or a sphere and a cylinder.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p t^3 - 4t^2 + 4t - 1 = 0 \quad c = 1/2$$

$$p \cos 3x + 3(p+1) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\begin{aligned} a-b &= 1 \\ b-c &= p \\ a+b &= 7 \end{aligned}$$

$$3pt^2$$

$$\cos(3x)$$

$$x \rightarrow \frac{\pi}{2} - x$$

$$\begin{aligned} \cos\left(3 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) \\ \cos\left(\frac{3\pi}{2} - (3x - \frac{3\pi}{2})\right) \end{aligned}$$

$$a-1-c=p$$

$$a-c = p+1$$

$$a-b = a-1$$

$$a-b = -1$$

$$b-c = -1$$

$$a-b = 1$$

$$b-c = p$$

$$a-c > b-c$$

$$\cos(3x) = \cos(2x+x) =$$

$$\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$$

$$\sin 3x = \sin(2x+x)$$

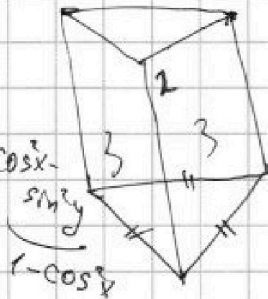
$$a-c = 2p$$

$$a = b+1$$

$$(2\cos^2 x - 1) \cos x -$$

①

$$\cos 2x = \cos^2 x -$$



$$\sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x$$

$$a < b$$

$$b-a = 3$$

$$(a-b)/(b-c) = p^2$$

$$a-b = p$$

$$b-c = p$$

$$a+b = 7$$

$$-\cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$-\cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$$

$$-\sin(-3x)$$

$$(b+1) + b = 7 \Rightarrow b = 3$$

$$\sin 3x$$

$$b^2 + 3b + 4 = 7 \Rightarrow b = 1$$

$$a-b =$$

$$\begin{aligned} \cos\left(2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) \\ \cos(\pi - 2x) \end{aligned}$$

$$202 = 2 \cdot 13 \cdot 3^3 = 26 \cdot 27$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos(3x) + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10 \quad \begin{matrix} 1-2+1 \\ -3p+3p \end{matrix}$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + (3p+12) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$-4t^3+4t-1 \quad 4t^2-4t+1 \quad 12 \cos^2 x + 4$

$$4p \cos^3 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0 \quad \begin{matrix} \cos x = x \\ x = \frac{\pi}{2} \end{matrix}$$

$$px^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$x \in [-1; 1]$$

$$p \geq 1$$

$$x \in [-1; 1]$$

$$\max(px^3 - 3x^2 + 3x)$$

$$3px^2 - 6x + 3$$

$$\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix}$$

$$\frac{-2}{p^2} + \frac{3}{p} - 1 + 2 - 1 \quad x = -1$$

$$-4x = 0 \quad x = -1$$

$$-4x + 3 = 0 \quad x = \frac{3}{4}$$

$$\cos x = 1$$

$$36 - 12 \cdot 3 \cdot p$$

$$36 - 36p$$

$$x = 0$$

$$p \leq 1$$

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$2p+4=16$$

$$4p+4=16$$

$$0; 1; 9; 0; 2$$

$$-t^3 - 4t^2 + 4t - 1 = 0$$

$$p \cdot \left(\frac{1}{p}\right)^3 - 3 \cdot \left(\frac{1}{p}\right)^2 + 3 \cdot \frac{1}{p} - 1 \neq 0$$

$$4p+12=16$$

$$p \geq 1$$

$$4t^2 - 4t + 1 \geq 0$$

$$\frac{1}{p^2} - \frac{3}{p^2} + 3 \cdot \frac{1}{p} - 1 \neq 0$$

$$-2x^2 + 3x - 1 \neq 0$$

$$p+3p+12 \quad 4p+12$$

$$-\frac{2}{p^2} + 3 \cdot \frac{1}{p} - 1 \neq 0$$

$$2x^2 - 3x + 1 \quad 1-2x$$

$$0; 0,5; 9; 0; 1$$