



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}, \text{ девятый член равен } x + 3, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x + 5} - \sqrt{1 - x - 4x + 4} = 2\sqrt{y - 4x - x^2 + z}, \\ |y + 4| + 4|y - 5| = \sqrt{81 - z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p + 4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть 1^{ый} член прогрессии равен a_1 , а второй член - $a_1 q$. Тогда

$$7^{005} \text{ равен } a_1 \cdot q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}, \quad 9^{005} = a_1 \cdot q^8 = x+3, \quad 15^{005} = a_1 \cdot q^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^2}}$$

Чтобы эти члены существовали верно, тогда выполнялось след. ОДЗ:

$$\begin{cases} x \in (-\infty; \frac{9}{25}] \cup (6; +\infty) \\ x \in (-\infty; \frac{9}{25}] \cup (6; +\infty) \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; \frac{9}{25}] \cup (6; +\infty). \text{ Но если } x = \frac{9}{25}, \text{ то } 7^{005} \text{ и } 15^{005} \text{ равны } 0, \text{ а } 9^{005} \text{ равен } 3 \cdot \frac{9}{25}. \text{ Но тогда или } a_1 = 0 \text{ или } q = 0, \text{ но в этих случаях } 2^{005} \text{ и следующие члены равны } 0, \text{ но } 9^{005} \neq 0. \text{ Т.е. } x \neq \frac{9}{25}.$$

$$\text{Тогда } \frac{a_1 \cdot q^{14}}{a_1 \cdot q^6} = q^8 = \frac{\sqrt{25x-9}}{(25x-9)(x-6)^4} = \frac{1}{(x-6)^2} \quad \text{т.к. } x > \frac{9}{25}$$

$$\text{Т.е. } q = \sqrt[8]{\frac{1}{(x-6)^2}}. \text{ Тогда } 9^{005} \text{ равен } a_1 \cdot q^8 = a_1 \cdot \frac{1}{(x-6)^2} = x+3, \text{ т.е.}$$

$a_1 = (x-6)^2(x+3)$. Тогда подставляем это в 7⁰⁰⁵ член:

$$(x-6)^2(x+3) \cdot \sqrt[8]{\frac{1}{(x-6)^2}} = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$(x+3) \sqrt[8]{\frac{(x-6)^6}{(x-6)^2}} = \sqrt[8]{(x-6)^4(x+3)^8} = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

Пусть $x < 6$ (т.е. $x < \frac{9}{25}$ по ОДЗ). Тогда

$$(x+3)\sqrt{6-x} = \sqrt{(9-25x)(6-x)} \Rightarrow (x+3)^2 = 9-25x \Rightarrow x^2+31x=0, \text{ т.е.}$$

$$\begin{cases} x=0 & (1) \\ x=-31 & (2) \end{cases}$$

(1): Тогда $a_1 = 36 \cdot 3 = 108$, $q = \sqrt[8]{\frac{1}{6}}$. Заметим, что также 7^{005} , 9^{005} и 15^{005} члены подходят при $x=0$.

(2): $a_1 = -29 \cdot 37^2$, $q = \sqrt[8]{\frac{1}{37^2}}$. Также прогрессия. Но тогда $a_1 < 0$,

т.е., например, 7⁰⁰⁵ член $a_1 \cdot q^6 < 0$, но он равен $\sqrt{(25x-9)(x-6)} \geq 0$

x , т.е. $x = -31$ не подходит

Теперь пусть $x > 6$. Тогда $(x+3)\sqrt{x-6} = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \Rightarrow (x+3)^2 = 25x-9$, т.е. $x^2-19x+18=0 \Rightarrow$

$$\begin{cases} x=1 \rightarrow \text{не подходит по ОДЗ} \\ x=18 \rightarrow a_1 = 12^2 \cdot 21, q = \sqrt[8]{\frac{1}{12}} \end{cases}$$

Также прогрессия существует при $x=18$, т.е. Ответ: $x \in \{0; 18\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{-x+4z} + 1 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z^2} \quad (1)$$

$$\sqrt{|y+4|+4|y-5|} = \sqrt{81-z^2} \quad (2)$$

Рассмотрим 3 случая для (2):

Сл. 1 $y \leq -4$. Тогда

$$-(y+4) + 4 \cdot -(y-5) = -5y + 16 = \sqrt{81-z^2}. \text{ Т.к. } -5y + 16 \text{ при } y \leq -4, \text{ то}$$

$$25y^2 - 160y + 25 \cdot 16 = 81 - z^2 \Rightarrow z^2 = -25y^2 + 160y - 175.$$

Корни данного многочлена - $y_1 = 5, y_2 = \frac{7}{5}$. Тогда

замечим, что данный многочлен $-25y^2 + 160y - 175$ неотрицателен ^{только} ~~только~~ ^{или} ~~или~~ на отрезке $y \in [\frac{7}{5}; 5]$. Но

в нашем случае $y \leq -4$, т.е. $-25y^2 + 160y - 175 < 0$, т.е. $z^2 < 0$. ✗

Сл. 2 $-4 < y < 5$. Тогда

$$(y+4) + 4 \cdot -(y-5) = -3y + 24 = \sqrt{81-z^2} \Rightarrow 9y^2 - 144y + 576 = 81 - z^2.$$

$$z^2 = -9y^2 + 144y - 495. \text{ Корнями этого многочлена}$$

являются $y_1 = -11$ и $y_2 = -5$, т.е. ^{при} ~~на~~ ^{на} ~~отрезке~~ ^{отрезке} $y \in (-4; 5)$ этот многочлен будет < 0 , т.е. $z^2 < 0$. ✗

Сл. 3 $y \geq 5$.

$$(y+4) + 4(y-5) = 5y - 16 = \sqrt{81-z^2}. \text{ Из сл. 1 мы знаем}$$

Тогда $z^2 = -25y^2 + 160y - 175$. Из сл. 1 мы уже знаем, что этот многочлен ≥ 0 при $y \in [\frac{7}{5}; 5]$, а при $y \geq 5$. Тогда при $y > 5$ многочлен отриц., т.е. $z^2 < 0$. Значит $y = 5$, т.е.

$$\underline{z = 0}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда подставим $y=5$ и $z=0$ в (1).

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2} = 2\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

Пусть $\sqrt{x+5} = a$, $\sqrt{1-x} = b$, тогда

$$\begin{cases} a-b+4 = 2ab \\ a^2+b^2 = 6 \end{cases} \Rightarrow a^2+b^2-2ab = 6-4+b-a = 2-(a-b)$$

т.е. $(a-b)^2 + (a-b) - 2 = 0$

Тогда изр. выше $\begin{cases} (a-b) = 1 \\ (a-b) = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 1 & (3) \\ \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = -2 & (4) \end{cases}$

(3): $\sqrt{x+5} = 1 + \sqrt{1-x}$

$$x+5 = 1+1-x + 2\sqrt{1-x}$$

$$2x+3 = 2\sqrt{1-x}$$

$$4x^2 + 12x + 9 = 4 - 4x \Rightarrow 4x^2 + 16x + 5 = 0$$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{176}}{8} = -2 \pm \frac{\sqrt{11}}{2}. \quad \text{Заметим, что } \begin{cases} x+5 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [-5; 1].$$

Проверим полученные x

$x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2} > \frac{\sqrt{11}}{2} - 2 > \frac{3}{2} - 2 = -\frac{1}{2}$ т.е. этот x лежит на $[-5; 1]$, т.е. является корнем.

$-\frac{7}{2} = -\frac{3}{2} - 2 > -\frac{\sqrt{11}}{2} - 2 > -\frac{4}{2} - 2 = -4$ Значит этот x также подходит.

Т.е. решим систему ^{следующие} является тройки $(x; y; z)$

Ответ: $(\frac{\sqrt{11}}{2} - 2; 5; 0)$ и $(-\frac{\sqrt{11}}{2} - 2; 5; 0)$

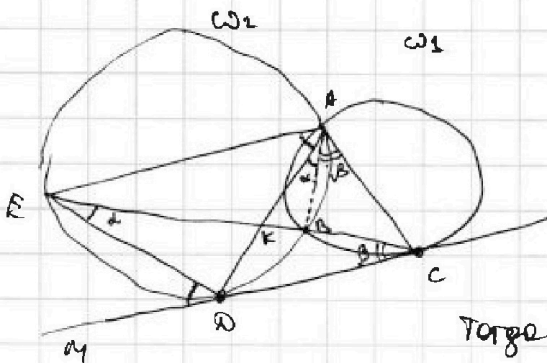


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $\angle AED = \alpha$, тогда по усл.

$$\frac{EK}{KE} = \frac{2}{5}$$

Пусть $\angle AEC = \alpha$, $\angle ECA = \beta$. Тогда

$$\angle EDM \text{ (} M \in CA \text{ и лежит на } ED \text{)} = \alpha + \beta$$

Тогда $\angle DEC = \alpha = \angle DAB$ (опр. кас. дуги AB) (внеш. угол)

$$\angle BAC = \angle BCD = \beta \text{ (угол между хордой и кас.)}$$

$$\angle EDM = \alpha + \beta = \angle EAD \text{ (---)}$$

Тогда $\angle EAD = \alpha + \beta$

$$\angle KAC = \angle KAB + \angle BAC = \alpha + \beta \Rightarrow AK - \text{бис-се } \angle EAC.$$

Значит по т. о бис-се в $\triangle EAC$ $\frac{AC}{AE} = \frac{EK}{KE} = \frac{2}{5}$.

Заметим, что $\begin{cases} \angle EAD = \angle DAC = \alpha + \beta \\ \angle ADC = \angle DEA \text{ (} \angle \text{ между хордой и кас.)} \end{cases}$

$\triangle EAD \sim \triangle DAC$ (по двум углам).

Тогда $\frac{AD}{AC} = \frac{EA}{AD}$. Пусть $AC = 2x \Rightarrow AE = 5x$ (т.к. $\frac{AC}{AE} = \frac{2}{5}$).

$$\text{Тогда } AD^2 = AC \cdot AE = 10x^2 \Rightarrow AD = \sqrt{10}x.$$

Тогда также из подобия $\frac{AD}{AC} = \frac{ED}{CD}$, т.е.

$$\frac{ED}{CD} = \frac{\sqrt{10}x}{2x} = \frac{\sqrt{10}}{2} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

Ответ: $ED:CD = \sqrt{10}:2$
или $\sqrt{\frac{5}{2}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

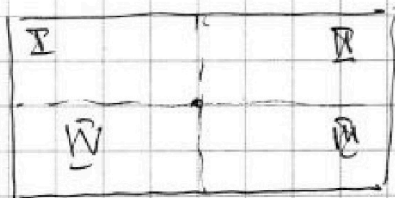
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что т.к. стороны AB и CD — 2000 , то AB и CD — стороны ср. лин. AC и BD .

Заметим, что AB и CD — стороны ср. лин. AC и BD .

Сначала найдем сумму длин ср. лин. AC и BD .

Заметим, что AB и CD — стороны ср. лин. AC и BD .



Заметим, что AB и CD — стороны ср. лин. AC и BD .

Заметим, что AB и CD — стороны ср. лин. AC и BD .

— $3 \cdot 2000$, аналогично горизонт. $3 \cdot 2000$.

(Заметим, что симметричные относ. ср. лин. возможные лишь в случае, когда с одной стороны от AB находится ровно 4 кл., из другой ровно 4 кл.)

т.к. каждая должна найтись симметр.

теперь центр симметрии.

Заметим, что если мы раскрасим клетку, например, в I четверти (с.р.л.),

то автоматически выбирается её симм. в IV. четвер.

Заметим, что если сверху и снизу от гориз. ср. лин. по 4 кл. и слева и справа от верт. ср. лин. также по 4 .

т.е. достаточно выбрать 4 кл. в I и IV для авто раскрас.

вариантов выбора $3 \cdot 2000$ (если выберем сначала в I и II 4 кл. и авто раскрас

Итого $3 \cdot 2000$ способов

еще 4 в III и IV, то это раскраска уже была в раскрасках для I и IV, т.е. достаточно посчитать вар. для I и IV.

Ответ: $3 \cdot 2000$ спос.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $(a-c)(b-c) = p^2$, где p - простое, $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

Заметим, что если $a-c = b-c = p$, то $a = b$. ~~У~~ условием

знают $\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \\ b-c=pr \\ a-c=1 \end{cases}$ ~~В обоих случаях получим, что тогда~~

$$b-a = \pm(p^2-1) \times 3 \text{ (по усл.)}$$

Найдём такие p . Заметим, что если

$$p \equiv 1 \pmod{3} \text{ или } p \equiv 2 \pmod{3}, \text{ то } p^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow p^2-1 \equiv 0 \pmod{3}, \text{ т.е.}$$

$p \not\equiv 1 \pmod{3}$ и $p \not\equiv 2 \pmod{3}$, т.е. $p \equiv 0 \pmod{3}$. Единственное такое $p=3$.

тогда $\begin{cases} a-c=9 & (1) \\ b-c=1 & (2) \\ b-c=9 & (2) \\ a-c=1 \end{cases}$

(1): Тогда $a = b+c$
 $b = 1+c$. Тогда
из ~~первого~~ ~~послед.~~ усл. $9+c < 1+c$
 $9 < 1$ ~~?~~

~~$a \neq b$~~

значит возможно только (2), т.е.

$$\begin{cases} b = 9+c \\ a = 1+c \end{cases} \text{ (здесь } a < b) \Rightarrow a^2 + b = 710 \text{ (из усл.)}$$

$$c^2 + 2c + 1 + c + 9 = c^2 + 3c + 10 = 710 \Rightarrow c^2 + 3c - 700 = 0.$$

Тогда $c = \frac{-3 \pm \sqrt{2809}}{2} = \frac{-3 \pm 53}{2} \Rightarrow \begin{cases} c = -28 \\ c = 25 \end{cases}$. Тогда

$\begin{cases} b = -19, a = -27, c = -28 \\ b = 34, a = 26, c = 25 \end{cases}$ - все возможные $3^{\text{ки}}$. Проверим их.

1^{ая}: $-27 < -19$, $-19 + 27 = 8 \times 3$, $(-27)^2 - 19 = 710$, $(-27 + 28)(-19 + 28) = 9 = 3^2$

2^{ая}: $26 < 34$, $34 - 26 = 8 \times 3$, $(26 - 25)(34 - 25) = 9 = 3^2$, $(26)^2 + 34 = 710$

Ответ: $(-27; -19; -28)$ и $(26; 34; 25)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4/4 $a = \sqrt{b^2 - 6}$

cos x

$$\sqrt{b^2 - 6} - b + 4 = 2\sqrt{b^2 - 6}b$$

$$2\sqrt{b^2 - 6} \sqrt{b^2 - 6} (2b - 1) = 4 - b$$

(a-c)(b-c)

a+c=1
b+c=b
a-c=b-c=p

$$(6-b^2)(4b^2-4b+1) = 4b(1+b^2-8b)$$

$$-4b^4 + 24b^2 - 24b + 4b^3 + 6 - b^2 = 16b + b^2 - 8b$$

$$-4b^4 + 22b^2 + 4b^3 + 22b^2 - 16b - 10 = 0$$

$$4b^4 - 4b^3 - 22b^2 + 16b + 10 = 0$$

$$2b^4 - 2b^3 - 11b^2 + 8b + 5 = 0$$

$$-32 - 16 - 44 + 16 + 5 = 0$$

$$-32 - 16 - 44 + 16 + 5 = -74$$

$$32 + 16 - 44 - 16 + 5 = -11$$

$$-16 + 6 = -10$$

$$2 - 2 - 11 + 8 + 5 = 2$$

$$x = -1 \Rightarrow b = \sqrt{2} \Rightarrow a = 2$$

$$2 - \sqrt{2} + 4 = 4\sqrt{2}$$

$$8 - 4\sqrt{2} - 22 + 8\sqrt{2} + 5 = 0 \Rightarrow f(x) = 3x^2 - 6x + 3 = -7 - \min$$

$$a = 1 \quad b = \sqrt{5}$$

$$1 - \sqrt{5} + 4 = 5 - \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} - 1 + 4 = 2\sqrt{5}$$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{256 - 80}}{16} = \frac{-16 \pm \sqrt{176}}{16}$$

$$x_1 + x_2 = -4$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{5}{4}$$

$$= \frac{-16 \pm \sqrt{176}}{16} = -2 \pm \frac{\sqrt{11}}{4}$$

$$\frac{3}{4} < \frac{\sqrt{11}}{4} < 1$$

$$-\frac{\sqrt{11}}{4} > -1$$

$$-\frac{3}{4} > -1 - \frac{\sqrt{11}}{4} > -2$$

$$-\frac{1}{4} < \frac{\sqrt{11}}{4} - 1 < 0$$

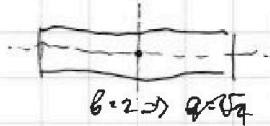
$$-\frac{1}{4} < \frac{\sqrt{11}}{4} - 1 < 0$$

$$-\frac{1}{4} < \frac{\sqrt{11}}{4} - 1 < 0$$

$$-\frac{1}{4} < \frac{\sqrt{11}}{4} - 1 < 0$$

$$-\frac{1}{4} < \frac{\sqrt{11}}{4} - 1 < 0$$

$$-\frac{1}{4} < \frac{\sqrt{11}}{4} - 1 < 0$$



$b=2 \Rightarrow a=\sqrt{2}$

$$x \in [-5, 1]$$

$$a^2 + b^2 + a - b + 4 =$$

$$(a+b)^2 = 10 + a - b$$

$$(a-b)^2 = 2 + b - a = 4(a-b)$$

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 12$$

$$a=b$$

$$(a-b)^2 + (a-b) - 2 = 0$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2}$$

$$t = -2$$

$$t = 1$$

$$a-b = -2$$

$$a-b = 1$$

$$\sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{7}{2}} + 4 = 2\sqrt{\frac{55}{2}} = \sqrt{55}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{5} - \sqrt{7} + \sqrt{8}) = \sqrt{35}$$

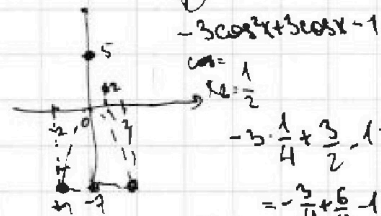
$$\frac{3}{4} < \frac{\sqrt{11}}{4} < 1$$

$$-\frac{\sqrt{11}}{4} > -1$$

$$-\frac{3}{4} > -1 - \frac{\sqrt{11}}{4} > -2$$

$$-\frac{1}{4} < \frac{\sqrt{11}}{4} - 1 < 0$$

$$-\frac{1}{4} < \frac{\sqrt{11}}{4} - 1 < 0$$



$$-3\cos^2 x + 3\cos x - 1$$

$$\cos = 1$$

$$-3 \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{2} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{6}{4} - 1 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Сл. 1. $y \leq -4$.

(2): $4xy - y - 4 \cdot 4(y-5) = -5y + 16 = \sqrt{81 - z^2}$

$81 - z^2 = 25y^2 + 256 - 160y$

$z^2 = -25y^2 + 160y - 175 < 0$

Сл. 2. $-4 < y \leq 5$

$y + 4 - 4(y-5) = \sqrt{81 - z^2}$

$-3y + 24 = \sqrt{81 - z^2}$

$9y^2 - 144y + 576 = 81 - z^2$

$z^2 = -9y^2 + 144y - 495$

~~Тогда $y \geq 0$, но $y \leq 5$~~

$y_1 + y_2 = 16$

$y_1 \cdot y_2 = 55$

$a = \frac{b-4}{1-2b}$

$y_1 = -11$
 $y_2 = -5$

Тогда $xy \leq 1$
граница
(напр. вниз)

0 или, что $f(-4) < 0$

$a(1-2b) = b-4$

$a-b+4 = 2ab$

$a^2 + b^2 = 6$

$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 10$

$\frac{b^2 - 8b + 16}{16b^2 - 4b + 1} + b^2 = 6$

$1 \times x^2 - 5$
 $\max(x+5) = 6,7$ т.е. $\sqrt{10}$



$b^2 - 8b + 16 + 4b^4 - 4b^3 + b^2 - 24b^2 + 24b - 6$

значит $y \geq 5$.

$5y - 16 = \sqrt{81 - z^2}$

$25y^2 - 160y + 256 = 81 - z^2$

$z^2 = -25y^2 + 160y - 175 = 0$

$y_1 + y_2 = \frac{160}{25} = 6,4$

$5y^2 - 32y + 35 = 0$

$y_{1,2} = \frac{32 \pm \sqrt{1024 - 20 \cdot 35}}{2 \cdot 5} = \frac{32 \pm 18}{10}$

$y_1 = 5 \Rightarrow z = 0$

$y_2 = \frac{7}{5}$ $2 + 2 - 11 - 8 + 5$

~~знак~~

$-4x^2 - 16x + 20 = x + 5 + 1 - x + 16 - 2\sqrt{x^2 - 4x + 5}$

$4 \cdot \sqrt{x^2}$

$4b^4 - 4b^3 - 22b^2 + 16b + 10 = 0$

$2b^4 - 2b^3 - 11b^2 + 8b + 5 = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a-c=p^2 \\ b=c+1 \\ a=c+1 \\ b-c=p^2 \end{cases}$$

$$\frac{a \cdot b}{b-a \cdot 3}$$

$$a^2 + b^2 = 710 = \frac{10 \cdot 71}{52}$$

$$b = 710 - a^2$$

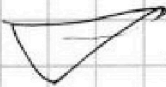
$$\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$\sqrt{\frac{3}{2} a \cdot \frac{1}{2} a^3} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 1$$

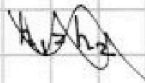
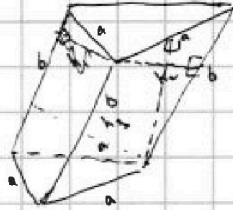
$$a^2 = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ 26 \\ 156 \\ 52 \\ \hline 676 \\ 14 \end{array}$$

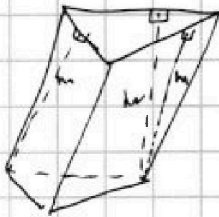


$$\begin{array}{r} 27 \\ 27 \\ 189 \\ 54 \\ \hline 729 \end{array}$$



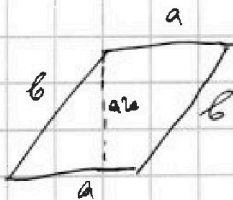
50°

$$\begin{array}{r} 53 \\ 53 \\ 159 \\ 265 \\ \hline 2809 \end{array}$$



$$3 = h \cdot a \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow h_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$h_2 = \sqrt{3}$$



$$(a-c)(b-c) = 4.$$

$$\begin{cases} a=4+c & (1) \\ b=c+1 & (1) \end{cases} \Rightarrow b-a = -3 \text{ ✗}$$

$$\begin{cases} b=4+c & (2) \\ a=c+1 & (2) \end{cases} \Rightarrow \text{✗}$$

$$c = -3 \pm \sqrt{92809}$$

$$(a-c)(b-c) = 9.$$

$$\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases} \Rightarrow b-a = 1-p^2 \cdot 3$$

$$p^2 - 1 \cdot 3$$

$$\begin{cases} a=9+c \\ b=c+1 \end{cases} \Rightarrow b-a = -8$$

$$\begin{cases} a=9+c \\ b=c+1 \\ a=c+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b-c=p^2 \\ a-c=1 \end{cases}$$

$$p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{1}$$

$$p^2 \equiv 2 \pmod{3}$$

$$p^2 - 1 \equiv 2 \pmod{3}$$

$$p^2 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p \equiv 0 \pmod{3}$$

$$p^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow (p-1)(p+1) \equiv 0 \pmod{3}$$

$$p \equiv 2 \text{ или } p \equiv 1 \pmod{3} \text{ т.е.}$$

$$\text{Ишь при } p \equiv 0 \pmod{3} \text{ т.е. при } p=3.$$

$$(a-c)(b-c) = 9.$$

$$\begin{cases} a-c=9 \\ b-c=1 \\ b-c=9 \\ a-c=-1 \end{cases} \quad \begin{cases} a=9+c \\ b=1+c \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

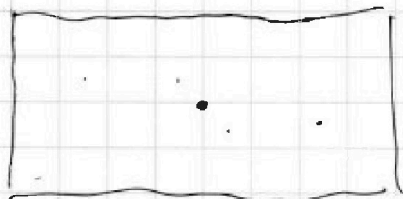
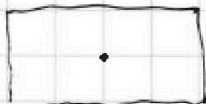
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. С. 4 ⁴ 200 - сред. мн.

200





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

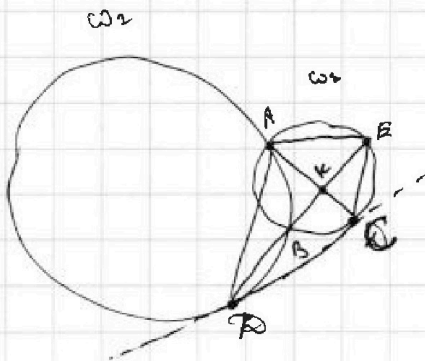
$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4z = 2 \quad \sqrt{y-4x-x^2+z}$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}$$

ОДЗ: $\begin{cases} x \in [-5; 100] \\ z \in [-9; 0] \end{cases}$

$1 \leq x \leq 2$
 $-x \leq 5 \Rightarrow 1-x-4z \leq 6-4z$
 $1-x \leq 6 \Rightarrow 1-x-4z \leq 6-4z$
 $6-4z \geq 0 \Rightarrow z \leq 1.5$
 $z \in [-9; 1.5]$

$-4x \leq 20$
 $-x^2 \leq 0$
 $-4x \leq 20$
 $-x^2 - 4x \leq 20$
 $-x^2 - 4x + 2 \leq 21 \frac{1}{2}$



Есть ли?

$$\frac{EK \cdot CK}{KE} = \frac{2}{5}$$

$CK = 2x$
 $KE = 5x \Rightarrow CE = 7x$
 $CB \cdot 7x = CK^2$
 $CB \cdot CE = CK^2$

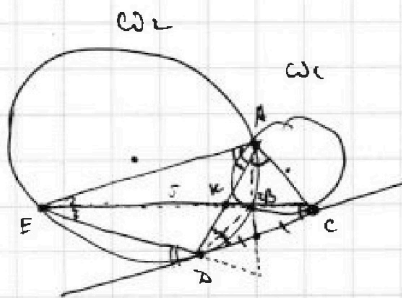
$\frac{CD}{DE}$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{EA}{AD}$$

$$AD^2 = 10y^2$$

$$AD = \sqrt{10}y$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{\sqrt{10}y}{2y} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$



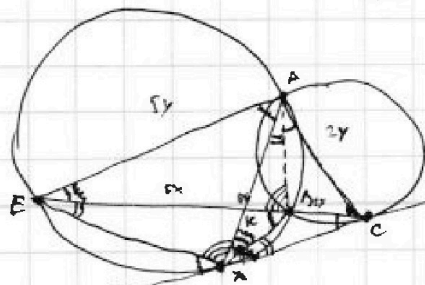
$$EK \cdot 5x \cdot CK = (2x - CB) \cdot AK \cdot KD$$

$$CB \cdot 7x = CK^2$$

$$10x^2 - 5x \cdot CB = AK \cdot KD$$

$$CB \cdot BE = CA^2$$

$$AK \cdot KD$$



$\angle = 110^\circ$ $AK - \delta u e - c e$

$$\frac{CK}{KE} = \frac{AC}{AE} = \frac{2}{5} \quad \angle = 110^\circ + 20^\circ$$

$$2 \times 20^\circ + 110^\circ = 22^\circ + 110^\circ = 132^\circ$$

$$3 \times 110^\circ + 130^\circ = 180^\circ$$

$$3 \times 3 \times 110^\circ + ? = 180^\circ$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a, a, b, \dots

$$a \cdot b^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$a \cdot b^8 = x+3$$

$$a \cdot b^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}}$$

ОДЗ: $x \in (-\infty; \frac{9}{25}] \cup (6; +\infty)$
 $x \in (-3; \frac{9}{25}] \cup (6; +\infty)$
 $x \in (-\infty; \frac{9}{25}] \cup (6; +\infty)$

$$\sqrt{\frac{25x-9}{x-6}}$$

$$b^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} \quad b^6 = \sqrt{\frac{25x-9}{x-6} \cdot (x+3)^2}$$

$$\frac{(x+3)^3}{\sqrt{(25x-9)^3(x-6)^3}} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3(x+3)^2}}$$

$$\frac{x+3^2}{\sqrt{(25x-9)^3}}$$

$$b^8 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^4(25x-9)}} = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$a_1: \frac{1}{(x-6)^2} = x+3$$

$$b = \sqrt[8]{\frac{1}{(x-6)^2}} = \sqrt[4]{\frac{1}{x-6}}$$

$$a_1 = (x-6)^2(x+3)$$

$$(x-6)^2(x+3) \cdot \sqrt[8]{\frac{1}{(x-6)^6}} = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$\sqrt[8]{\frac{1}{(x-6)^6}}$$

$x > 6$

$$\sqrt{\frac{(x-6)^4(x+3)^2}{(x-6)^3}} = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$\sqrt{(x-6)(x+3)^2} = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$\sqrt{x+3} = \sqrt{25x-9}$$

$$(x+3)^2 = 25x-9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$\begin{cases} x=1 \\ x=18 \end{cases} \rightarrow \text{не подходит по ОДЗ}$$

$$x < 0, \text{ т.е. } x < \frac{9}{25}$$

$$(x+3) \sqrt{6-x} = \sqrt{(25x-9)(x-6)} = \sqrt{(9-25x)(6-x)}$$

$$\sqrt[4]{6^3} = 198 \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{6^3}} = 198 \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{6^3}}$$

$$4 \sqrt[4]{\frac{6^3 \cdot 3^4}{6^6}} = 4 \sqrt[4]{\frac{2 \cdot 4}{6^3}} = \sqrt[4]{6^2} = \sqrt[4]{36}$$

$$37^2 \cdot (-28)$$

$$x^2 + 6x + 9 = 9 - 25x$$

$$x^2 + 31x = 0$$

$$-x = 0$$

$$x = -31$$