



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусто d - по условию заданной арифм. прогрессии!

1) Если $3x+3$ - третий член прогрессии, $(x^2+2x)^2$ - пятый, а $3x^2$ - седьмой, то по определению арифм. прогрессии: $(x^2+2x)^2 = (3x+3) + 2d$;

$$3x^2 = (x^2+2x)^2 + 4d \Rightarrow \begin{cases} (x^2+2x)^2 + 4d = 3x^2 & (1) \\ (3x+3) + 2d = (x^2+2x)^2 & (2) \end{cases} \quad \text{Из (2)} = 2d = (x^2+2x)^2 - (3x+3) = 2(3x+3)$$

$$= 7 \text{ по (1): } (x^2+2x)^2 + 2(3x+3) - 6x - 6 = 3x^2 \Rightarrow 3(x^2+2x)^2 = 3(x^2+2x) + 6$$

пусть $t = x^2+2x \Rightarrow (1) x=1 \quad 3t^2 = 3t+6 \Rightarrow t^2 = t+2 \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0$, но

$$t^2 - t - 2 = (t-2)(t+1) \Rightarrow (t-2)(t+1) = 0 \Rightarrow \text{1) } t=2 \Rightarrow x^2+2x=2 \Rightarrow x^2+2x-2=0:$$

решим 4. уравнение: $D = (+2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 4+8=12 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$.

2) $t+1=0 \Rightarrow t=-1 \Rightarrow x^2+2x+1=0 : D = 2^2 - 4 \cdot 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2}{2} = -1$

\Rightarrow Ответ: $x \in \{-1+\sqrt{3}; -1-\sqrt{3}; -1\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Значит, что при фиксированном y : $45+8x$ растёт при увеличении x ,
также при фиксированном x : $45+8x$ растёт при увеличении y .

2) Дискр. первое неравенство: $|x-35| \leq 3 \Rightarrow x \in [32; 38]$

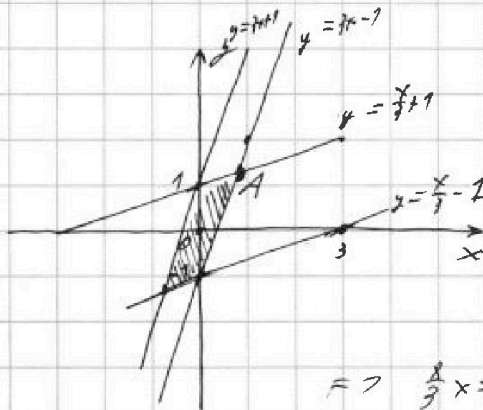
Дискр. второе $x-35=9 \Rightarrow y = \frac{x}{3}-1$. Тогда тогда $|x-35| \leq 3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-35 \leq 3 \\ x-35 \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq \frac{x}{3}-1 \text{ - неравенство} \\ y \leq \frac{x}{3}+1 \text{ - неравенство} \end{cases}$$

Дискр. второе неравенство: $|3x-2| \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} 3x-2 \leq 1 \\ 3x-2 \geq -1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 3x-1 \text{ - неравенство} \\ y \leq 3x+1 \text{ - неравенство} \end{cases}$$

3)



Экстремальными точками системы $u_1(x)$ и $u_2(x)$

- это параллельно - следуют из области
прямых угловых функций
Тогда по л. 1 А также А на границе x и y
максимально (как x , так и y) для
функции области значений.

$$\text{реш } A: \begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = \frac{x}{3} + 1 \end{cases} \Rightarrow 3x - 1 = \frac{x}{3} + 1$$

$$\Rightarrow \frac{8}{3}x = 2 \Rightarrow 7x = \frac{8}{3} \Rightarrow 0,75 = 7y = 1x - 1 = 3 \cdot 0,75 - 1 =$$

$$= 2,25 - 1 = 1,25 \Rightarrow 45 + 8x = 4 \cdot 1,25 + 8 \cdot 0,75 = 5 + 6 = 11$$

Ответ: 11



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2 n + mn^2 - 7mn = mn(m+n-7)$$

$$5^2 \cdot 3 \cdot 9 = 75 \cdot 9 = 675$$

$$= 675 \cdot \frac{3}{3} = 2025$$

14. $(m+n)(m+n-9) = 13p^2$; $mn(m+n-7) = 75q^2$. $m, n \in \mathbb{N}$; $p, q \in \mathbb{Z}$

$$m+n-9 = \frac{13p^2}{m+n} \neq 0 \Rightarrow m+n \neq 9, 13p^2: m+n \neq 9 \Rightarrow \text{либо } m+n=13, \text{ либо } m+n=13p, \text{ либо}$$

$$m+n=13, \text{ либо } m+n=13p^2. \text{ Если } m+n=13 \Rightarrow (m+n)(m+n-9) = 13 \cdot 4 = 13p^2 = 7p^2 = 4$$

$$= 7p^2 = 4 \text{ не в } \mathbb{Z}, \text{ значит } mn(m+n-7) = 10mn = 5^2 \cdot 2 \cdot q^2 \Rightarrow 5^2 \cdot 2 \cdot q^2 = 2 \cdot 9 = 2$$

$$m \cdot n \cdot 9 \in \mathbb{Z} \Rightarrow 10mn = 5^2 \cdot 2 \cdot q^2 \Rightarrow mn = 2 \cdot 3 \cdot 5, \text{ если } m=2, \text{ то } n=15 \Rightarrow m+n=17$$

Если $m=3, n=10$ - не подходит, $m=5, n=6$ - не подходит, $m=10, n=3$ - не подходит.

Если $m=2 \cdot 3 \cdot 5$, то $m+n \neq 13$ - не подходит. \Rightarrow м.к. $9 \in \mathbb{Z}$ и $13 \in \mathbb{Z}$ - не подходит.

тогда $\begin{cases} m=7 \\ n=10 \end{cases}$ и $\begin{cases} n=10 \\ m=7 \end{cases}$. Если $m+n=13p$, то $m+n-9 = \frac{13p^2}{p} = p$

$$\Rightarrow 13p - 9 = p \Rightarrow 12p = 9 \Rightarrow p = \frac{9}{4} \notin \mathbb{Z} - \text{не подходит. Если } m+n=p, \text{ то } m+n-9 = \frac{13p^2}{p} = 13p$$

$$= 13p \Rightarrow m+n-9 = 13p \Rightarrow m+n = 13p+9 \Rightarrow m+n-9 = 13p^2 \Rightarrow m+n = 10 \Rightarrow 13p^2 = 10$$

тогда $10:13$ - не подходит.

24. $(m+n)(m+n-9) = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2$; $mn(m+n-7) = 13p^2$. Заметим, что тогда, тогда $(m+n)(m+n-9):3$, кратно, тогда либо $m+n:3$, либо $m+n-9:3$.

Если $m+n:3 \Rightarrow m+n-7:3 \Rightarrow mn(m+n-7):3 \Rightarrow 13p^2:3$ и м.к. $(13, 3) = 1$, то $p^2:3 \Rightarrow p:3$, м.к. $p \in \mathbb{Z} \Rightarrow 13p^2 = 13 \cdot 9$. Заметим тогда и $m+n-9:3$, м.к. $9:3$

$$\Rightarrow (m+n):3 \text{ и } (m+n-9):3 \Rightarrow (m+n)(m+n-9):9, \text{ м.к. } (9, 3) = 3, \text{ то } 5^2 \cdot 3 \cdot q^2 / 9$$

$$= 5^2 \cdot q^2 = p \in \mathbb{Z} \Rightarrow (m+n)(m+n-9) = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2 / 3 = 5^2 \cdot q^2$$

~~$a^2 - 9a - 675 = 0 \Rightarrow a^2 - 9a - 675 = 0 \Rightarrow a_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 4 \cdot 5^2 \cdot 3 \cdot 9}}{2}$~~

Заметим, что тогда $mn(m+n-7):9$, м.к. $9:9 = 1$, то $p:3$, м.к. $m+n:3 \Rightarrow mn(m+n-7):2 \neq 13p^2 \Rightarrow 13 \cdot 9:2 = 58.5$ - не подходит. Тогда $(m+n-7):9$

$$\Rightarrow (m+n)(m+n-9) = 5^2 \cdot 3 \cdot 3^2 = 675; a = m+n \Rightarrow a^2 - 9a - 675 = 0, \text{ тогда } a = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 4 \cdot 675}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{2781}}{2}$$

$\Rightarrow a \notin \mathbb{N}$, м.к. $\sqrt{2781}$ - не целое. Если же $m+n-9:3$, то м.к. $9:3 = 3$, то $m+n:3$

$\Rightarrow (m+n)(m+n-9):9 = 7q^2$ - значит $mn(m+n-7):9$ - значит $mn(m+n-7):9 = 13p^2$. Ответ: $m=10$ и $n=3$ и $m=3$ и $n=10$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода непустима!

1)
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} & (1) \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{x} = y^4 - \sqrt{y} + 5y^2 & (2) \end{cases}$$

Рассм. $f(x) = x^4 + 5x^2 + \sqrt{x}$.
Заметим, что эта функция возрастает.

определяем на $x \geq 0$ и $y \geq 0$ возрастает $f(x)$ ^{строго} $f(x) = f(y)$ ^{тогда} $x=y$ ^(тогда)

$\Leftrightarrow x=y$, т.к. лем. д.о.о. $f(x) > f(y)$. $x \geq y$, то $x^4 \geq y^4$, $5x^2 \geq 5y^2$, $\sqrt{x} \geq \sqrt{y} \Rightarrow f(x) \geq f(y)$.

2) Рассм. (2): $x^4 + 5x^2 - \sqrt{x} = y^4 - \sqrt{y} + 5y^2 \Rightarrow x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$
 $\Rightarrow f(x) = f(y) \Rightarrow x=y$ по л. 1

Рассм. (1): $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$ (по л. 2) Заметим, что $(6-x)(x+1) = -x^2 + 5x + 6 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$ (по л. 2) Заметим, что $(6-x)(x+1) = -x^2 + 5x + 6 \Rightarrow$
 $= -x^2 + 5x + 6 \Rightarrow$ пусть $a = \sqrt{x+1}$; $b = \sqrt{6-x} \Rightarrow a-b+5 = 2ab$
 $\Rightarrow (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = a^2 - (a-b) - 5 + b^2 \Rightarrow (a-b)^2 + (a-b) = a^2 + b^2 - 5$
 \Rightarrow т.к. $a^2 = (\sqrt{x+1})^2 = x+1$, $a(b)^2 = (\sqrt{6-x})^2 = 6-x$, то $(a-b)^2 + (a-b) = x+1 + 6-x - 5 = 2 \Rightarrow$
 \Rightarrow пусть $t = (a-b)$, то $t^2 + t = 2 \Rightarrow t^2 + t - 2 = 0 \Rightarrow (t+2)(t-1) = 0$
1) $t = 1 \Rightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 1 \Rightarrow$ возведем в 2 и $x+1 - 2\sqrt{6+5x-x^2} + 6-x = 1$
 $\Rightarrow 2\sqrt{6+5x-x^2} = 6 \Rightarrow \sqrt{6+5x-x^2} = 3 \Rightarrow 6+5x-x^2 = 9 \Rightarrow x^2 - 5x + 3 = 0$
 $\Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-4 \cdot 3}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$; но $x \geq 5 - \sqrt{13} \approx 70$; $5 - \sqrt{13} > 70 \Rightarrow x < 70$ - не подходит.
 $\frac{5+\sqrt{13}}{2} < \frac{5+4}{2} = 4,5 \Rightarrow x < 6 = 76 - x > 70$ - не подходит.

2) $t = -2 \Rightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2 \Rightarrow x+1 - 2\sqrt{6+5x-x^2} + 6-x = 4$
 $\Rightarrow 2\sqrt{6+5x-x^2} = 3 \Rightarrow \sqrt{6+5x-x^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow 6+5x-x^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow x^2 - 5x + \frac{9}{4} - 6 = 0$
 $\Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4(\frac{9}{4} - 6)}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{40}}{2}$; $\sqrt{40} \approx 75 \Rightarrow 5 - \sqrt{40} < 0$ - не подходит, т.к. $x \geq 70$
б) (2) \sqrt{x} есть. и $\frac{5+\sqrt{40}}{2} < \frac{5+7}{2} = 6 \Rightarrow 76 - x > 70$ - не подходит

Ответ: $(\frac{5+\sqrt{13}}{2}, \frac{5+\sqrt{13}}{2})$; $(\frac{5-\sqrt{13}}{2}, \frac{5-\sqrt{13}}{2})$; $(\frac{5+\sqrt{40}}{2}, \frac{5+\sqrt{40}}{2})$



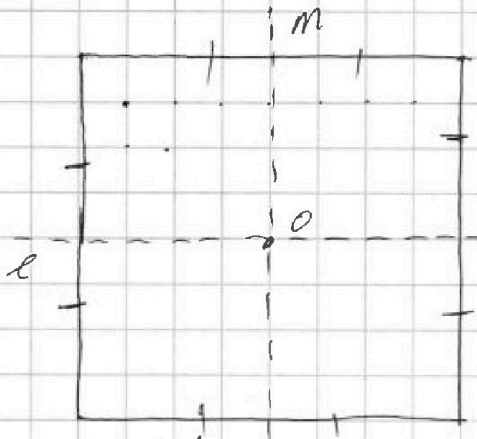
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Рассмотрим как-то узлы во всем квадрате. У нас есть 9



стоек (узлы и в центре 0
узлов = 7 или 4 равноправных
узлов $1-9-8-1$ узлов. Заметим, что
квадрат (любой) совмещается собой
при повороте относительно центра на
 90° и 180° углов.
Рассчитаем, сколько всего поворотов возможно
без учета поворотов: $4 \cdot C_{31}^2 =$

$$= \frac{84!}{79! \cdot 2!} = \frac{80 \cdot 81}{2} = 40 \cdot 81 \quad \text{Заметим, что при повороте на } 180^\circ \text{ вершин}$$

нет 2 случая: 1сл. Если точка находится в 1 равноправном углу 1 и 4
2сл. В равных равноправных. Заметим, что на каждой стороне квадрата
есть $n = 40 \cdot 81$ равноправных точек 2 раз по 2 угла или при повороте
на 180° пары совмещаются сама с собой, но при этом угла 1 и 4 ,
или нет, но они будут по 2, т.е. в 1сл. точка в месте
придут в равноправную равноправную, а в 2сл. остаются
в равных: $\rightarrow n \rightarrow \frac{n}{2} = 20 \cdot 81$ - каждой паре точек, с которой она
совмещается поворотом на 180° угла.

3) При повороте на 90° : Если задан квадрат со стороной 4 м:
Если. В равных, в которых не учитывается центр квадрата 0 . Заме-
тим, что у каждой есть пара, с которой она совмещается поворотом
на 90° , причем ни одна из точек пары была рассмотрена в
 $1, 2, 3, 4$ сл. Каждая точка переходит в равноправную (каждому элементу n -
кратно n (или более в поворот 1 или нет, или более на 1), или в равноправную, на
которой лежит площадь 1 или более в поворот $1, 2, 3, 4$ сл. Если более
на $1, 2, 3, 4$ сл. \rightarrow случаи 2 и 3 переключаются только если одна из точек
иногда точка $= 0$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Площа раскл. вв сумам, когда зачисти 0 и мизі орку из

Обмотка 80 ммек: $W \approx 80 \Rightarrow$ вт сдаль: $\frac{N \cdot I}{2} + 80 =$
м.2 м.3 с.м.4

$$= \frac{40 \cdot 87}{4} + 80 = 20 \cdot 87 + 80 = 1620 + 80 = 1700.$$

Ответ: 1700

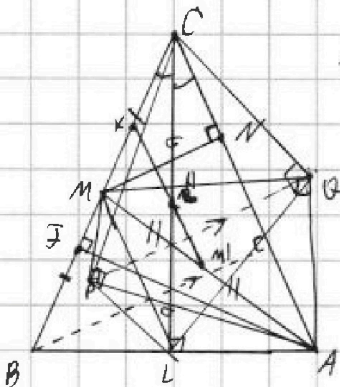


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Пусть $L'M'$ - средняя $CL'M'$ соотв. Тогда $L'M'$ - центр ω и Ω соотв. Заметим, что $\deg(P, \omega) = \deg(P, \Omega) = 0 = \deg(O, \omega) = \deg(O, \Omega)$

$\Rightarrow PQ$ - радикальная ось ω и $\Omega \Rightarrow PQ \perp L'M'$.

Но $PQ \parallel$ высоте h , а высота $h \perp AC$

$\Rightarrow L'M' \parallel AC$. $\{K\} = (L'M') \cap (BC)$, тогда

в $\triangle AMC$: M' - середина AM и $M'K \parallel AC$

$\Rightarrow M'K$ - сред. линия $\triangle AMC \Rightarrow K$ - сред. (M) . Тогда в $\triangle CML$: KL' - ср.

линия $\Rightarrow KL' \parallel ML \Rightarrow ML \parallel M'L' \parallel AC \Rightarrow$ по Т. Фалеса для $\triangle CBA$ и

$(ML \parallel AC) : \frac{BM}{CM} = \frac{BL}{AL} \Rightarrow \frac{BL}{AL} = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow BL = AL \Rightarrow CL$ - медиана и

высота $\triangle ABC \Rightarrow \triangle ABC$ - $\triangle ABC$ ($AC = BC$) и CL - высота. $AB = 10 \Rightarrow$

$AL = BL = \frac{AB}{2} = 5$. Пусть пусть AF - высота в $\triangle ABC$, тогда $\angle MFA = 90^\circ$

$\Rightarrow F \in \Omega$. Тогда $\triangle MCA$ и N - хорды $\Omega \Rightarrow$ дуга MC . $\angle NCA = \angle MCF$.

Пусть $AC = x$, $AN = AC - CN = x - 8$, $CM = \frac{AB}{2} = \frac{10}{2} = 5$, $CF = \frac{AB}{2} = \frac{10}{2} = 5$; пусть

$CF = y$, тогда заметим, что M, V (L - высота, то L, F - диаметр окружности в $\triangle C$ и

$\triangle ABC \Rightarrow ALF$ - впис. \Rightarrow т. в. $\{B\} = (AM) \cap (CF)$, то $BL \cdot BA = BF \cdot BC$.

$BF = BL - CF = x - y$; $BL \cdot BA = 5 \cdot 10 = 50 \Rightarrow x(x - y) = 50$;

из треугольника: $\angle NCA = \angle MCF$: $(x - 8) \cdot x = 0,5x \cdot y \Rightarrow x - 8 = 0,5y$

$\Rightarrow y = 2x - 16 \Rightarrow x(x - (2x - 16)) = 50 \Rightarrow x(-x + 16) = 50$

$\Rightarrow -x^2 + 16x = 50 \Rightarrow x^2 - 16x + 50 = 0$. $D = 16^2 - 4 \cdot 1 \cdot 50 = 16^2 - 200 = 16^2 - 16 \cdot 12,5 = 16^2 - 200$

$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{16 \pm \sqrt{16^2 - 200}}{2} = \frac{16 \pm \sqrt{16^2 - 16 \cdot 12,5}}{2} = \frac{16 \pm \sqrt{16(16 - 12,5)}}{2} = \frac{16 \pm \sqrt{16 \cdot 3,5}}{2} = \frac{16 \pm 4\sqrt{3,5}}{2} = 8 \pm 2\sqrt{3,5}$

$= \frac{16 \pm \sqrt{56}}{2} = 8 \pm \sqrt{14}$, но $AC < 8$, но Ω принадлежит внутренности

(AC) не на стороне $\Rightarrow AC = BC = 8 + \sqrt{14}$

ответ: $AC = BC = 8 + \sqrt{14}$

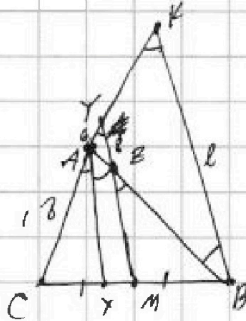


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) $\angle MZB = \angle YAB$ - сопр. углы при $(MZ \parallel AX)$ и $\angle MZB = \angle AZY$
 Также из $MY \parallel AX \Rightarrow \angle CAX = \angle CYZ = \alpha$ и AX - биссектриса,
 тогда $\angle AYZ = \angle YZA = \alpha$ и $\angle AYZ = \alpha$ и $\alpha = \alpha$ и $\alpha = \alpha$
 $\Rightarrow \angle CYZ = \angle CAY = 2\alpha$. Проведем $ZY \parallel AB$.

$MY \parallel AX$, пусть $\{K\} = (AC) \cap \ell$. Заметим, что
 тогда $\triangle BKC$: M - середина BC и $MY \parallel BK$
 $\Rightarrow MY$ - ср. линия $\triangle BKC \Rightarrow \angle CYZ = \angle YK$

$\Rightarrow \angle YK = 2\alpha \Rightarrow \angle AK = \angle KY + \angle AY = 30$ и т.д. $ZY \parallel BK$, тогда $\triangle AZY \sim \triangle BKC$

$\Rightarrow \triangle BKC$ - $\triangle BKC \Rightarrow \angle AK = \angle AB = \angle BA = 30$. Также т.к. $\triangle AZY \sim \triangle BKC$, то

$$\frac{AY}{AK} = \frac{YZ}{BK} \Rightarrow BK = \frac{AK \cdot YZ}{AY} = \frac{30 \cdot 8}{6} = 40; \text{ MY - ср. линия } \triangle BKC$$

$\Rightarrow MY = \frac{BK}{2} = 20 \Rightarrow$ по т. косинусов в $\triangle AZY$: $\cos \alpha = \frac{AZ}{AY} = \frac{2}{3}$, то

$$\angle YZB = \angle AZB = \alpha + \alpha = 2\alpha \Rightarrow \angle YZB = 2\alpha$$

$$\Rightarrow 6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha \Rightarrow 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha = 8^2 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

\Rightarrow по т. косинусов в $\triangle CYM$: $CM^2 = CY^2 + YM^2 - 2 \cdot CY \cdot YM \cdot \cos \alpha =$

$$= 24^2 + 20^2 - 2 \cdot 24 \cdot 20 \cdot \frac{2}{3} = 576 + 400 - 640 = 976 - 640 = 336$$

$$\Rightarrow \angle CB = 2CM = 2\sqrt{336} = 4\sqrt{84} = 8\sqrt{21}$$

ответ: $8\sqrt{21}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

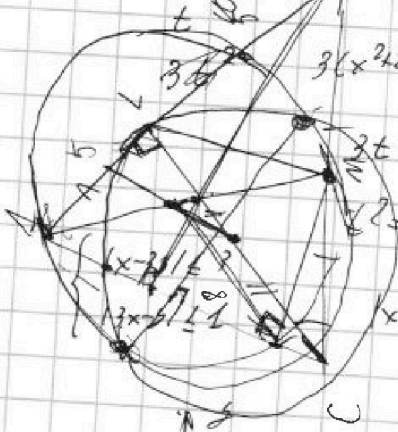
2. q_1, q_2, q_3, q_4

$(N(L18)) = \frac{C110 \cdot d}{2}$

$3x + 3 + 2d = (x^2 + 2x)^2 = 72d = (x^2 + 2x)^2 - 3x^2$

$(x^2 + 2x)^2 + 4d = 3x^2$

$(x^2 + 2x)^2 + 2(x^2 + 2x)^2 - 6x - 6 = 3x^2$



$3(x^2 + 2x)^2 - 3x^2 + 6x + 6 = 3(x^2 + 2x) + 6$

$3t^2 = 3t + 6$

$t^2 - t - 2 = 0$

$(t-2)(t+1) = 0$

$x^2 + 2x = 2$

$x^2 + 2x - 2 = 0$

$\frac{-2 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = -1 \pm \sqrt{5}$

$x^2 + 2x = -1$

$x^2 + 2x + 1 = 0$

$x = \frac{-2}{2} = -1$

$D = 2^2 - 4 \cdot 1 = 0 \times 6 \{-1, -1 + \sqrt{1}, -1 - \sqrt{1}\}$

$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$m \cdot n \cdot (m + n - 3) = \sqrt{3} \cdot p^2$

$13p^2 = m$

$m=1$
 $m=13$
 $m=p$

$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha) = 2\cos^2 \alpha - 1$

$|x - 3.5| = 3$

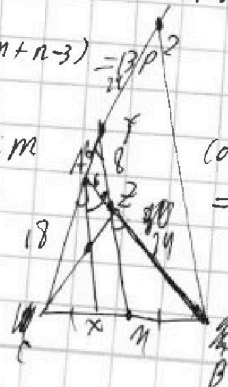
$x - 3.5 = 3$

$x - 3.5 = -3$

$x = 3.5 + 1$

$\rightarrow 3.5 - 1 = \frac{x}{3} - 1$

$2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновики

$(x - 2)(x - 5) = 50$
 $0 = x^2 - 7x + 10$
 $0 = (x - 2)(x - 5)$

$(x - 2)(x - 5) = 50$
 $x^2 - 7x + 10 = 50$
 $x^2 - 7x - 40 = 0$
 $a + b = 7$
 $a \cdot b = -40$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 $(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot (-40) + b^2$
 $(a - b)^2 = a^2 + 80 + b^2$

$(a - b)(a - b - 1) = 9^2 \cdot 2 = 36 \cdot 2 = 72$

$x^2 + 1 - 2\sqrt{15x} + 6 - y = 24 + 20x - 4x^2$
 $x^4 + 5x^2 + 12 = 9 \cdot 15x^2$
 $(x^2 - 2)(x^2 + 5x - 2) \cdot 15x^2 = 0$

$(m+n)^2 - 9(mn)$
 $mn(m+n-3) = 5^2 \cdot 3 \cdot 9^2$
 $(m+n)(m+n-9)$
 $(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot 9^2$

$m+n > 9$
 $13 \cdot 9^2 : m+n > 9$
 $m+n = 17$
 $m+n = 130$
 $m+n = 9 - 140$
 $m+n = 9^2$
 $m+n = 11 \cdot 2 = 22$

$x - 8 = 0.5x$
 $9x - 16 = 9$
 $y = \frac{x}{3} + 1$
 $y = 3x - 1$

$3 - 1 = 0$
 $52^2 = 2601 + 101 + 1$
 $= 2709$
 $3 - 3(-1) = 7 + 9$
 $50^2 = 2500$
 $52^2 = 50^2 + 200 + 1$
 $= 2601$

$1x - 2 = -1$
 $y = 3x + 1$
 $3x - 4 \leq 1$
 $(3x - 4)^2 \leq 1$
 $1.5 + 0.5 = 2$
 $9x^2 - 6x + 4 \leq 1$
 $9x^2 - 6x + 3 \leq 0$
 $2 = (3 - \frac{1}{3})x = \frac{8}{9}x$
 $b = 8x$
 $x = \frac{8}{9} = 0,88$
 $309^2 = 4 \cdot 9(3^2 - 1) =$
 $= 38^2 - 20^2 + 20$
 $\frac{69 \pm 6}{18} = \frac{1}{3} \pm \frac{1}{3}$

$m+n = 3 \Rightarrow 13 \cdot 9^2 : 3 = 7 \cdot 9 = 3$
 $m+n \cdot 3 = 7$ либо $m = 7, mn = 3$

$a - b + 5 = 206$
 $a + 5 = 206 + b$
 $10 + 5 = 100 + 2b + 1$
 $15 = 100 + 2b + 1$
 $15 - 101 = 2b$
 $-86 = 2b$
 $b = -43$
 $a - (-43) = 206$
 $a + 43 = 206$
 $a = 206 - 43 = 163$

$m+n = 13$
 $m+n - 9 = 4 = 7 \cdot 9 = 2$

$m+n - 3 = 10 : 2 = 7 \cdot 9 = 2 = 7$

$m+n = 19P \Rightarrow m+n - 9 = P$
 $= 7 \cdot 13P - 9 = P$
 $= 7 \cdot 12P = 9$
 $P = \frac{9}{12} = 0,75$

$m+n = 17$
 $m = 3, m = 10$
 $n = 10, n = 3$

$5 \cdot 7 \cdot 2^2 = 10 \cdot mn$
 $5 \cdot 7 \cdot 2 = mn$
 $m+n = 17$

$9 \cdot 4 = 36$
 $x = 25$
 $6,00$

$\frac{4}{9}$
 $\frac{4}{9}$
 $\frac{6}{9}$

516