



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12 - 12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = a_1 + d; a_4 = a_1 + 3d; a_8 = a_1 + 7d \Rightarrow$$

$$a_4 = \frac{2a_2 + a_8}{3}, \text{ т.е. } (x^2 + 4x)^2 = \frac{-6x^2 + 24 - 24x}{3}$$

$$x^2(x+4)^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x^2(x+4)^2 + 2x(x+4) + 1 - 9 = 0$$

$$(x(x+4) + 1)^2 - 9 = 0$$

$$(x(x+4) + 1 - 3)(x(x+4) + 1 + 3) = 0$$

$$(x^2 + 4x - 2)(x^2 + 4x + 4) = 0$$

$$x = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = -2$$

$$\text{Ответ: } x_1 = -2; x_2 = -2 + \sqrt{6}; x_3 = -2 - \sqrt{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найти мин. знач.  $Z = 10x + 5y$

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

Найти  $Z$  будет при  $x = -2,5$  т.е. (ориентируясь на  $x$ , т.к. влияю  $x$  в  $Z$  сильнее  $y$ )  
Чем меньше  $x$ , тем меньше  $Z \Rightarrow$

$3x - 2y$  должно быть минимальным, т.е.  $-4$

$$3x - 2y = -4 \Rightarrow y = 1,5x + 2 \Rightarrow$$

$$|2x - 3y| = |-2,5x - 6|$$

$$|-2,5x - 6| \leq 6, \text{ найдем нулю мин. } x \Rightarrow$$

$$-2,5x - 6 = 6 \Rightarrow x = \frac{-12}{2,5} = -\frac{24}{5} \Rightarrow$$

$$y = \frac{-36}{5} + 2 = \frac{-26}{5} \Rightarrow$$

$$Z_{\text{мин}} = 10 \cdot \frac{-24}{5} + 5 \cdot \frac{-26}{5} = -48 - 26 = -74$$

Ответ:  $-74$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

A - произведение четного и нечетного числа  $\Rightarrow$  A - четное  $\Rightarrow$

Если  $A = 17p^2$ , то  $p=2 \Rightarrow A=68$

$$(m-2n)(m-2n+13)=68$$

числа с разницей 13  $\Rightarrow$  подходят только множители 17 и 4, -17 и -4

$$\begin{cases} m-2n=4 \\ m-2n=17 \end{cases}$$

- не подходит, т.к. тогда  $B < 0$ , т.к.  $mn > 0 \Rightarrow$

$$m-2n=4 \Rightarrow B \text{ - нечетное} \Rightarrow q=2, B=60 \Rightarrow mn=30$$

$$\begin{cases} m-2n=4 \\ mn=30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=10 \\ n=3 \end{cases}$$

Если  $A = 15q^2$ , то  $q=2 \Rightarrow A=60$

$$60 = 1 \cdot 60 = 2 \cdot 30 = 3 \cdot 20 = 4 \cdot 15 = 5 \cdot 12 = 6 \cdot 10 = (-1) \cdot (-60) = (-2) \cdot (-30) = (-3) \cdot (-20) = (-4) \cdot (-15) = (-5) \cdot (-12) = (-6) \cdot (-10)$$

разница в 13 ни в какой из пар нет  $\Rightarrow$

$$A \neq 15q^2 \Rightarrow$$

(10; 3) - единств. возм. пара

Ответ: (10; 3)

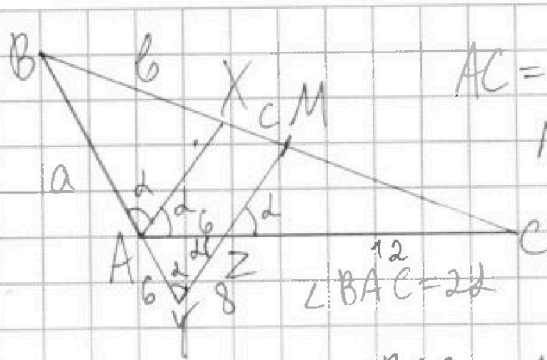


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AC = 18, AZ = 6, YZ = 8, AX =$  ~~длина~~  
 $M$  - сеп.  $BC$ ,  $MAY \parallel AX$

$AX \parallel MZ \Rightarrow \angle MZC = \angle \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \angle AYZ = \alpha$   
 $\angle BAC$  - внешн. для  $\triangle AYZ \Rightarrow$

$\angle BAC = \angle AYZ + \angle AZY \Rightarrow \angle AYZ = \alpha \Rightarrow$   
 $AY = AZ$

$$\triangle AYZ: \cos \alpha = \frac{AY^2 + AZ^2 - AYZ^2}{2 \cdot AY \cdot AZ} =$$

$$= \frac{36 + 36 - 64}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos 2\alpha = 2 \cdot \frac{1}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$$

$AB = a, BX = 6, XM = c$

$$\frac{6}{a} = \frac{c}{6} \quad \text{и} \quad \frac{6}{12} = \frac{c}{6+c} \quad \text{по теор. Симсона}$$

$$\Rightarrow 6 = c \Rightarrow a = 6$$

$$\triangle ABC: BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos 2\alpha$$

$$BC^2 = 36 + 324 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \frac{1}{3} = 384 \Rightarrow BC = 8\sqrt{6}$$

Ответ:  $BC = 8\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

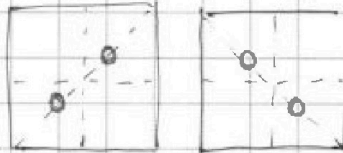
СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего на шахматной доске 64 узла сетки  
 Кол-во способов раскрасить узлы без учета  
 поворотов =  $\frac{64 \cdot 63}{2} = 63 \cdot 32$

Если ~~два~~ белые узла стоят на одной <sup>прямой</sup> диагонали и как на <sup>через центр</sup> симметричном расстоянии от центра, то раскраска имеет 2 возм. поворота

Пример такой раскраски на  $3 \times 3$ :

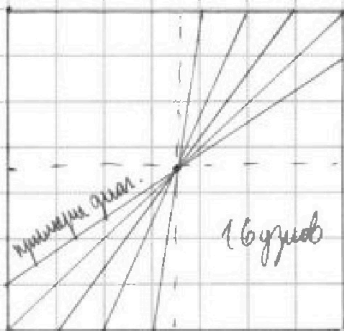
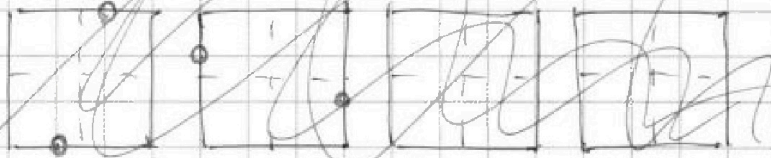


○ - белые узлы

на  $7 \times 7$  также раскраски 8 (без учета поворотов)

Во всех симметричных диагоналях раскраска имеет и без учета поворота

Пример такой раскраски на  $3 \times 3$



Кол-во <sup>(симм. раск.)</sup> таких раскрасок равно кол-ву узлов в 1 четверти доски, умнож. на 2 (без учета поворотов), т.е.

всего - 32 <sup>не 2</sup>

\* за поворот считаем поворот доски на  $90^\circ$  и, т.е. зерк. отраж. не явл. поворотом

В отн. ситуации у каждой раскраски есть и возм. поворота

$$\rightarrow \text{всего раскрасок с учетом поворотов} = \frac{63 \cdot 32 - 32}{4} + 32 : 2 =$$

$$= \frac{62 \cdot 32}{4} + 16 = 62 \cdot 8 + 16 = 502$$

Ответ: 502 способа

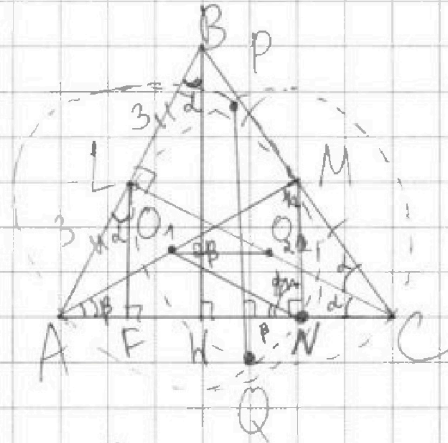
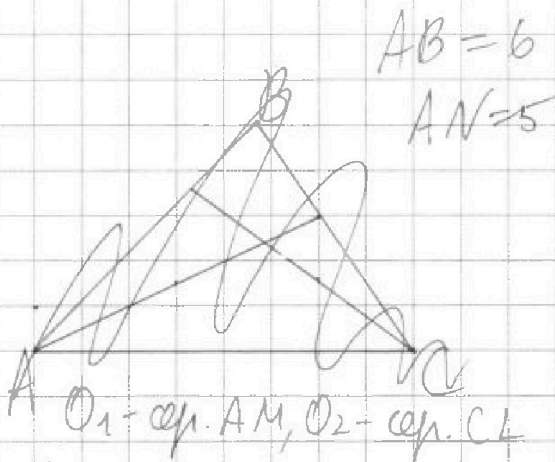


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$BW \perp AC$ ,  $PQ \parallel BW \Rightarrow PQ \perp AC$

$O_1$  и  $O_2$  - центры  $\Omega$  и  $\omega$ ,  $O_1 O_2 \perp PQ$

$AC \parallel O_1 O_2$ ;  $F \in AC$ ,  $LF \parallel BW$

$O_1$  и  $O_2$  равноудалены от  $AC$

$\angle ANM$  остр. на  $AM \Rightarrow \angle ANM = 90^\circ \Rightarrow MN \parallel BW$

$LF = MN$

$\triangle CMN \sim \triangle CBW$  по 2 углам  $\Rightarrow BW = 2MN \Rightarrow$

$LF = \frac{BW}{2} \Rightarrow \triangle ALF \sim \triangle ABW \Rightarrow AL = \frac{1}{2} AB \Rightarrow$

$CL$  - медиана  $\Rightarrow AC = BC$ ,  $\triangle ABC$  - равноб.

$\triangle AO_1 N$  и  $\triangle NO_1 M$  - равноб.

$AL = BL$ ,  $LF \parallel BW \Rightarrow AF = AN$  по т. Фалеса

$BM = CM$ ,  $BW \parallel MN \Rightarrow HN = CN$

$AO_1 = O_1 N = MO_1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a_1 + 7d + 2a_1 + 2d}{3} = a_1 + 3d$$

$$\frac{-6x^2 + 24 - 24x}{3} = (x^2 + 4x)^2$$

$$-2x^2 + 8 - 8x = (x^2 + 4x)^2$$

$$x^2(x+4)^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x^2(x+4)^2 + 2x(x+4) - 8 = 0$$

min при  $2x \cdot y$

$$3x - 2y = -4 \Rightarrow y = 1,5x + 2$$

$$|2x + 4,5x - 6| \leq 6$$

$$|-2,5x - 6| \leq 6$$

$$-2,5x - 6 = 6$$

$$-2,5x = 12 \Rightarrow x = \frac{-12}{2,5} = \frac{-24}{5} \Rightarrow y = \frac{-36}{5} + 2 = \frac{-26}{5}$$

$$-\frac{72}{5} + \frac{52}{5} = \frac{-20}{5} \quad -\frac{48}{5} + \frac{78}{5} = \frac{30}{5}$$

$$10 \cdot \frac{-24}{5} + 5 \cdot \frac{-26}{5} = -48 - 26 = -74$$

$$x^2(x+4)^2 + 2x(x+4) + 1 - 9 = 0$$

$$(x(x+4) + 1)^2 - 9 = 0$$

$$(x(x+4) + 1 - 3)(x(x+4) + 1 + 3) = 0$$

$$(x^2 + 4x - 2)(x^2 + 4x + 4) = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 8}}{2}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{8}}{2}$$

$$d_1 = 16 - 8 = 8$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{8}}{2}$$

$$D = 16 - 16 = 0$$

$$x = 2$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

$$-6 \leq 2x - 5y \leq 6$$

$$-4 \leq 3x + 2y \leq 4$$

$$\downarrow: 1,5x \leq 3 + 1,5y$$

$$\frac{2y}{3} \leq x \leq \frac{4}{3} + \frac{2y}{3}$$

$$2x^2 + 18x - 8$$

$$-\frac{8}{4} = -2$$

$$2 \cdot 4 - 16 - 8 = -16$$

$$12 + 24 = 36$$

$$4 \cdot 4 - 8 = -4 \quad 16$$

$$-6 \cdot 4 = -24$$

$a_1$	36
$a_4$	16
$a_8$	-24



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

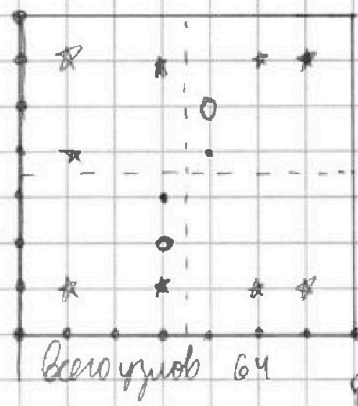
СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(10x + 5y)$  найти

$$\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 3x - 2y \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 3x - 2y \leq 4 \\ 0 \leq 2x - 3y \leq 6 \\ 0 \leq 2y - 3x \leq 4 \\ 0 \leq 3y - 2x \leq 6 \\ 0 \leq 3x - 2y \leq 4 \\ 0 \leq 3y - 2x \leq 6 \\ 0 \leq 2y - 3x \leq 4 \end{cases}$$



$$\frac{64 - 63}{2} = 63.32$$

и т.д.   
 В вып. и т.д.

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

- произв. четн. и нечетн. чисел

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m - 2n - 2)$$

- возм. оба вып.   
 и т.д.   
 по мере

$$\sqrt{A} = 17p^2, \quad B = 15q^2$$

$p=2$

$$\begin{array}{r} 62 \\ 118 \\ \hline 196 \\ + 16 \\ \hline 502 \end{array}$$

$$(m - 2n)(m - 2n + 13) = 68$$

возм. пара:  $1 \cdot 68$  и  $4 \cdot 17$    
  $-1$  и  $-68$ ,  $1$  и  $68$ ,  $17$  и  $4$ ,  $-17$  и  $-4$

$$\begin{cases} m - 2n = 4 \\ m - 2n = -17 \end{cases}$$

не покр.   
 т.к.  $B > 0, mn > 0$

$$(m + 2n)n = 30$$

$$m + 2n^2 - 30 = 0$$

$$n = -1 \pm \sqrt{1 + 15} = -1 \pm 4$$

$m = 10, n = 3$

$$\sqrt{A} = 15q^2 \Rightarrow q = 2 \Rightarrow A = 60$$

$$60 = 1 \cdot 60 = 2 \cdot 30 = 3 \cdot 20 = 4 \cdot 15 = 5 \cdot 12 = 6 \cdot 10$$

разность 13 нет.

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = \sqrt{12-x-y^2}$$

$$2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x} + 4y^2$$

если  $x=y$ :

$$\sqrt{2+4} - \sqrt{3-2} + 5 = \sqrt{12-2-2^2}$$

$$\sqrt{2+4} - \sqrt{3-2} = \sqrt{(3-2)(2+4)} - 5$$

$$2+4+3-2-2\sqrt{(2+4)(3-2)} = (3-2)(2+4)+25 - 10\sqrt{(3-2)(2+4)}$$

$$12+2-2^2 = 12-4+3-2^2 = -2^2+3+4+12 = 2(3-2)+4(3-2) = (3-2)(2+4)$$

$0 \leq y \leq 3$   
 $0 \leq x \leq 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_8 = a_1 + 7d$$

$$a_n = a_1 + 3d$$

$$x^4 + 2x^3 + 6x^2 + 12x^2 + 6x^2 + 12x$$

$$\begin{cases} a_1 + d = 12 - 12x \\ a_1 + 3d = x^4 + 8x^3 + 16x^2 = (x^2 + 4x)^2 \\ a_1 + 7d = -6x^2 \end{cases}$$

$$6d = -6x^2 - 12 + 12x$$

$$d = -x^2 + 2x - 2 \quad + 2(x-1)^2 - 12x + 12 = (x^2 + 4x)^2$$

$$d = -(x-1)^2$$

$$a_1 = 12 - 12x + (x-1)^2$$

$$12 - 12x + (x-1)^2 - 3(x-1)^2 =$$

$$= -2(x-1)^2 - 12x + 12 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 - 4x + 2 + 12x - 12 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 10 = 0$$

$$x^4 + 2x^3 + 6x^2 + 12x^2 + 6x^2 + 12x - 4x - 10 = 0$$

$$x^4 + 2x^3 + 6x^3 + 12x^2 + 6x^2 + 12x - 4x - 10 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 14x^3 + 16x^2 + 2x^2 + 8x$$

$$8 \sqrt{(3-2)(2+4)} = 18 + 12 - 2 - 2^2$$

$$8 \sqrt{(3-2)(2+4)} = 18 + (3-2)(2+4)$$

$$3) t = \sqrt{(3-2)(2+4)} \Rightarrow t^2 - 8t + 18 = 0$$

$$t = 4 \pm \sqrt{16 - 18}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{AN}{\sin 2\beta} = \frac{AO_1}{\sin \beta}$$

$$2AO_1 = \frac{AN}{\cos \beta}$$

$$\cos \beta = \frac{AN}{2AO_1}$$

$$\sin 2\beta = \frac{AN \cdot \sin \beta}{AO_1} = 2 \sin \beta \cos \beta = 2 \sin \beta \cdot \frac{AN}{2AO_1}$$

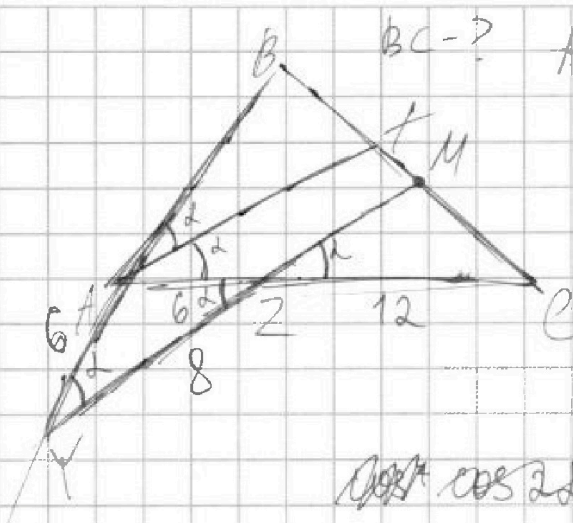


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

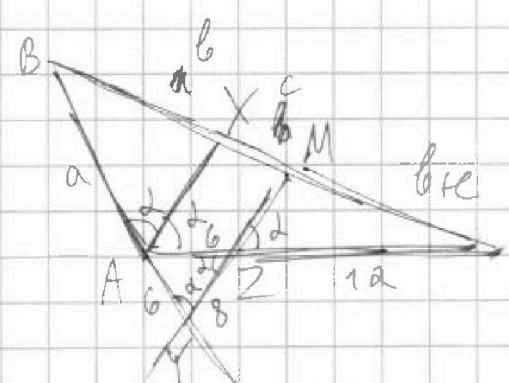
СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$BC = ?$   
 $AC = 18$   
 $AZ = 6$   
 $YZ = 8$   
 $\angle BAC$  - вн. угол  $\triangle AZY$   
 $\angle AZY = 2 \Rightarrow \angle AYZ = 2 \Rightarrow AY = 6$   
 $\cos \alpha = \frac{36 + 64 - 36}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{64}{96} = \frac{2}{3}$

~~$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = \frac{1}{9}$~~   
 ~~$\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$~~   
 ~~$\cos 2\alpha = -\frac{1}{9} \Rightarrow 2 > 90^\circ$~~



~~$BX = a$~~   
 ~~$XM = b$~~   
 ~~$MC = a + b$~~   
 ~~$AB = a, BX = b, XM = c$~~

$\frac{6}{a} = \frac{c}{b} = 1$   
 $\frac{6}{12} = \frac{c}{b+c} \Rightarrow b = c$

X-сер. BM  $\Rightarrow a = 6$

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos 2\alpha$

$BC^2 = 36 + 18^2 + 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9} =$

$= 36 + 324 + 24 = 384 \Rightarrow$

$BC = 8\sqrt{6}$

$\begin{array}{r} 6 \\ 18 \\ \hline 118 \\ 144 \\ \hline 18 \\ 324 \end{array}$

$384 = 4 \cdot 96 = 4 \cdot 16 \cdot 6$

$\frac{63 \cdot 32 - 118}{4} + \frac{8}{2} =$

~~1 2 3 4 5 6 7~~

$= 63 \cdot 8 - 2 + 4 = 63 \cdot 8 + 2$

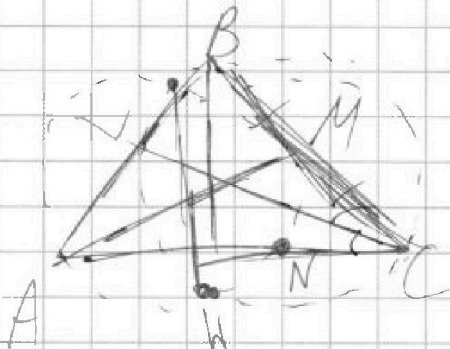


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

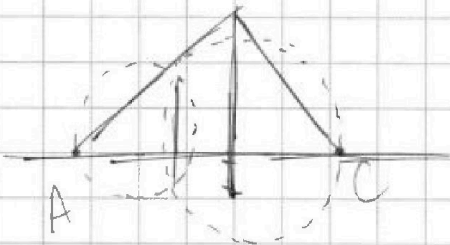
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

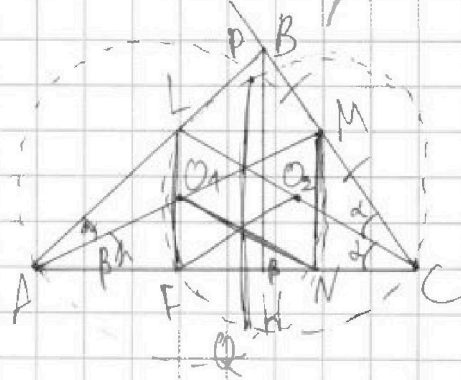


$AB = 6$   
 $AN = 5$



$O_1 O_2 \perp BH$

$O_1 O_2 \parallel AC \Rightarrow$  сеп.  $AM$  и  $CL$  к  $AC$



$\angle ANM$  остр. на diam.  $\Rightarrow \angle ANM = 90^\circ$

$PQ \perp BH$  и  $NM$

$\angle FMN \approx \angle LFC = 90^\circ$

$LF = MN$ , т.к.  $PQ \perp AC$

$$AM = \frac{MN}{\sin B} \quad CL = \frac{LF}{\sin A}$$

$\triangle ANO_1$  - равноб. треугол.

$$2R = AM = \frac{AN}{\sin B}$$

$$BH = 2MN = 2LF \Rightarrow$$

$L$  - сеп.  $AP \Rightarrow CL$  - медиана

$AC = BC \Rightarrow CL$  - высота

$\triangle ACL$  и  $\triangle ABH$ :

$$\frac{AC}{AB} = \frac{CL}{BH} = \frac{AL}{AH} \quad AC \cdot AN = 18$$