



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



- ✓1. [3 балла] Найдите все значения параметра  $t$ , при каждом из которых уравнение  $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$  имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- ✓2. [4 балла] Натуральные числа  $a$  и  $b$  таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения  $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$  равно  $17p^5$ , где  $p$  – некоторое простое число. Найдите числа  $a$  и  $b$ .
- ✓3. [5 баллов] На стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  так, что  $BM = MN = NC$ . Прямая, параллельная  $AN$  и проходящая через точку  $M$ , пересекает продолжение стороны  $AC$  за точку  $A$  в такой точке  $D$ , что  $AB = CD$ . Найдите  $AB$ , если  $BC = 12$ ,  $\cos(\angle SEM) = -\frac{1}{4}$ .  
 $2 \angle CAN$
- ✓4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
- он сидит на первой парте в ряду,
  - ближайшая парта перед ним пуста,
  - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.
- Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
- ✗5. [5 баллов] Продолжение сторон  $BC$  (за точку  $C$ ) и  $AD$  (за точку  $D$ ) вписанного в окружность четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ . Центр  $O$  окружности, вписанной в треугольник  $ABE$ , лежит на отрезке  $CD$ . Найдите наименьшее возможное значение суммы  $ED + DO$ , если известно, что  $BE = 10$ .
- ✓6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- ✓7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0.$$

$$x_1, x_2 \quad x_1 \cdot x_2 \geq 0$$

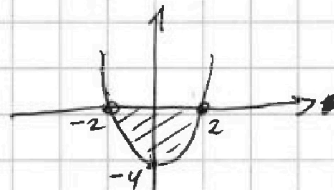
$$D > 0$$

$$1) D = (2\sqrt{3}t)^2 - 4(4t^2 - 4) = 12t^2 - 16t^2 + 16 = -4t^2 + 16 > 0 \quad | :4$$

$$4 > t^2$$

$$2^2 > t^2$$

$$0 > t^2 - 4 \quad t \in (-2; 2)$$



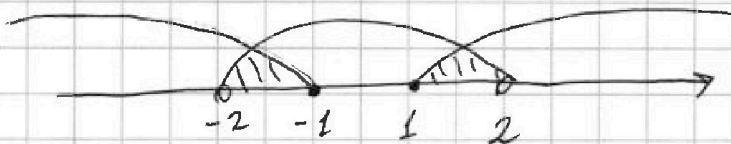
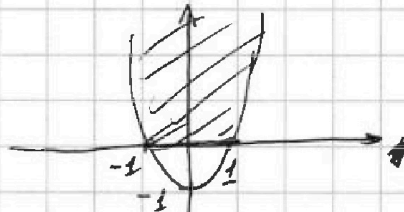
$$2) x_1 \cdot x_2 = \frac{4t^2 - 4}{1} = 4t^2 - 4 \geq 0$$

$$4t^2 - 4 \geq 0 \quad | :4$$

$$t^2 \geq 1$$

$$t^2 - 1 \geq 0$$

$$t \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$$



Ответ:  $t \in (-2; -1] \cup [1; 2)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b \in \mathbb{N} \quad p - \text{простое число}$$

$$a + b = 40$$

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = (a-b)^2 + 15(a-b) = (a-b)(a-b+15)$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17p^5$$

$$a-b = (a+b) - 2b = 40 - 2b = 2(20-b) \Rightarrow a-b : 2$$

$$2(20-b)(40+15-2b) = 17p^5 \quad a-b = 2 \cdot k$$

$$17p^5 : 2 \rightarrow p - \text{простое}$$

$$p^5 : 2 \rightarrow p = 2$$

$$a+b > a-b$$

$$b > -b \quad (b \in \mathbb{N}, \text{это верно})$$

1) Пусть  $a-b : 17$

$$a-b+15 \geq 15$$

$$a-b = 17 \cdot 2 \cdot 2^k \quad k \in [0; 4] \quad t, k \in \mathbb{N} \quad k+t=4$$

$$a-b+15 = 2^t \quad t \in [0; 4]$$

$$2^t \geq 15 \Rightarrow 2^t \geq 16$$

$$t > 4 \Rightarrow t = 4$$

$$\begin{cases} a-b+15 = 2^4 \\ a-b = 17 \cdot 2 \cdot 2^{4-t} = 17 \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b = 34 \\ a+b = 40 \end{cases}$$

$$2a = \frac{34+40}{2} = 37$$

$$b = 3$$

$$a-b+15 = 16$$

$$a-b = 1$$

$$a-b = 34 = 1 \quad \nearrow \nearrow$$

2) Пусть  $a-b+15 : 17$

$$\begin{cases} a-b+15 = 17 \cdot 2^t \quad t, k \in \mathbb{N} \\ a-b = 2 \cdot 2^k \quad k+t=4 \end{cases}$$

$$17 \cdot 2^t - 15 = 2^{k+1} \quad k, t \in [0; 4]$$

если  $t=0 \quad k+1=5$

$$17 - 15 \neq 2^5$$

если  $t=1 \quad k+1=4$

$$34 - 15 \neq 2^4$$

если  $t=2 \quad k+1=3$

$$17 \cdot 4 - 15 \neq 2^3$$

если  $t=3 \quad k+1=2$

$$17 \cdot 8 - 15 \neq 2^2$$

если  $t=4 \quad k+1=1$

$$17 \cdot 16 - 15 \neq 2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a-b = 2 \cdot 2^t \cdot 17^i & t \in [0; 4] \quad t, i \in \mathbb{Z} \\ a-b = 2^{4-t} \cdot 17^{1-i} - 15 & i \in [0; 1] \end{cases}$$

$$2^{t+1} \cdot 17^i = 2^{4-t} \cdot 17^{1-i} - 15$$

если  $t+1$  и  $4-t > 0$  то есть  $\geq 2$ , то  $15 \cdot 2 \nmid \Rightarrow$   
 хотя бы одно из чисел  $\times 2$

$$a-b \mid 2 \Rightarrow a-b = 15 \cdot 2$$

$x$ :  $2$  тогда  $\Rightarrow y = 1$   $x = 17 \cdot 2^5$   $\neq 17 \cdot 2^5 = 1 - 15 = -14 \times$   
 $y = 17$   $x = 2^5$   $2^5 = 17 - 15 = 2 \times$

$a-b$  - четное, тогда  
 $a-b+15$  - нечетное  
 из разложения произведения

$$\begin{cases} a-b+15=1 & 4-15=17 \cdot 2^5 \\ a-b=17 \cdot 2^5 & -14=17 \cdot 2^5 \times \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} a-b+15=17 & 2=2^5 \times \\ a-b=2^5 \end{cases}$$

Ответ: таких чисел не существует.

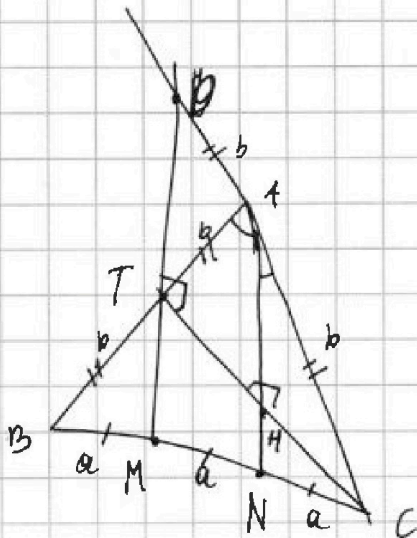




1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 &MD \parallel AN \quad AB = CD \\
 &BM = MN = NC = a \\
 &BC = 12 \\
 &\cos(\angle CAN) = -\frac{1}{4} \\
 &AB = 1
 \end{aligned}$$

Решение

1)  $MT$  - ср. линия  $\triangle ABN$   
 $(BM = MN, MT \parallel AN) \Rightarrow BT = AT$

2) Возьмем т. Меллер для  $\triangle ABC$  и прямой  $MD$ .

$$\frac{MC}{CB} \cdot \frac{BT}{TA} \cdot \frac{AD}{DC} = 1$$

$$\frac{2}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{AD}{DC} = 1$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow AD = AC$$

$$AD = \frac{1}{2} DC \Rightarrow AD = AT = AC = BT = b$$

$$AT = \frac{1}{2} AB$$

3)  $\triangle DTC$  - прямоугол. (медiana равна  $\frac{1}{2}$  гипотенузы)  
 $\angle DTC = 90^\circ$

$$AN \parallel DM, DM \perp TC \Rightarrow AN \perp TC$$

В  $\triangle TAC$ :  $AT = AC$ ,  $AM$  - высота. В  $\triangle TAC$  высота - это бис-сек  $\Rightarrow \angle CAN = \angle BAN$   
 $2\angle CAN = \angle BAC$

4) Возьмем теор. косинусов для  $\triangle ABC$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos \angle BAC$$

$$12^2 = (2b)^2 + b^2 - 2 \cdot 2b \cdot b \cos 2\angle CAN$$

$$12^2 = 5b^2 - 4b^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = 5b^2 + b^2 = 6b^2$$

$$12^2 = 6b^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$12 = \sqrt{6} b \quad (b > 0 \text{ очевидно})$$

$$b = \frac{12}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{6}$$

$$AB = 2b = 2 \cdot 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$$

$$\text{Ответ: } AB = 4\sqrt{6}.$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Модели у нас 8, а парт 9. Тогда на каком-то ряду будут сидеть только 2 человека.

Пусть выбрали  $a_1$  и  $a_2$ ,  $a_1$  выше  $a_2$ . Как они могут сидеть

1.  $a_1, a_2, a_1$  ровно 4 варианта.
2.  $a_1, a_2$
3.  $a_1, a_1, a_2$

Заметим, что если на ряду сидят 3 человека, то расстановка определяется однозначно: на 1 парте человек всегда хорошо виден, а следующие модели должны делиться сидеть по возрастанию номеров (иначе условие не выполнится, т.к. соседних парт нет и это не 1 парты  $\Rightarrow$  остается ровно одно условие)

№ Количество расстановок это:

$$(3 \cdot C_2^8 \cdot 4) \cdot (C_3^5 \cdot 1) \cdot (C_3^3 \cdot 1)$$

↑ ↑ ↑ ↑ ↑  
выбираем ряд, где сидят 2 человека кол-во вариантов расседеть их

↑ ↑ ↑  
выбираем 2 модели кол-во вариантов расседеть их

↑ ↑  
выбираем 3 модели из 5 кол-во вариантов расседеть их

← рассативаем оставшихся

$$\begin{aligned} &= 3 \cdot \frac{8!}{2!} \cdot 4 \cdot \frac{5!}{3!} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = \\ &= \frac{3 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 4}{2} \cdot \frac{5 \cdot 4}{3 \cdot 2} = 20 \cdot 21 \cdot 4 \cdot 16 = 336 \cdot 20 = 6720 \end{aligned}$$

Ответ: 6720 способов.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть деревни - вершины графа, а дороги - ребра. Граф связный, в нем нет циклов и между 2 верш. макс. 1 ребро  $\Rightarrow$  все ребра  $n-1$ . (где  $n$  - кол-во вершин графа)

Посчитаем кол-во ребер по другой стороне: степени всех вершин / 2.

$$\frac{7 + 5 + 4 + 3 + (n-4) \cdot 1}{2} = n - 1$$

$$15 + n = 2n - 2$$

$$n = 17$$

Ответ: всего 17 деревень.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

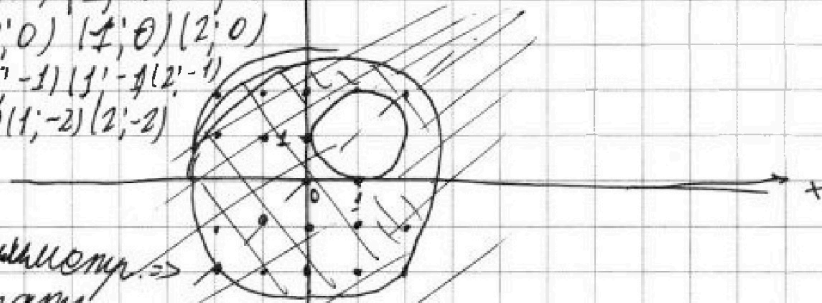
СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Подстановка и проверка

Нам подходят точки:

$(-2; 2) (-1; 2) (0; 2) (1; 2) (2; 2)$   
 $(-2; 1) (-1; 1) (0; 1) (2; 1)$   
 $(-2; 0) (-1; 0) (0; 0) (1; 0) (2; 0)$   
 $(-2; -1) (-1; -1) (0; -1) (1; -1) (2; -1)$   
 $(-2; -2) (-1; -2) (0; -2) (1; -2) (2; -2)$



Уравнение симметрично  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  будем проверять только пары  $(a, b), a$   
 пары  $(b, a)$  очевидно подходят.

$(-2; 2) : \sqrt{-4} + \sqrt{1-2} = 1 \quad \times$   
 $(-1; 2) : \sqrt{4-2-1-4} + \sqrt{1-1} = 0 \quad \times$   
 $(0; 2) : \sqrt{0} + \sqrt{1-0} = 1 \quad \checkmark$   
 $(1; 2) : \sqrt{4+2-1+4} + \sqrt{0} = 1 \quad \checkmark$   
 $(2; 2) : \sqrt{0} + \sqrt{1-2} = 1 \quad \times$

$(-2; 1) : \sqrt{-4+2-4-1} + \sqrt{1-5} = 1 \quad \times$   
 $(-1; 1) : \sqrt{-1-1} + \sqrt{1-2} = 1 \quad \times$   
 $(0; 1) : \sqrt{1} + \sqrt{1-1} = 1 \quad \checkmark$   
 $(-2; 0) : \sqrt{-4-4} + \sqrt{1-4} = 1 \quad \times$   
 $(-1; 0) : \sqrt{1} + \sqrt{1-3} = 1 \quad \times$   
 $(0; 0) : \sqrt{0} + \sqrt{1} = 1 \quad \checkmark$

$(-2; -1) : \sqrt{-1-4+2+4} + \dots = 1 \quad \times$   
 $(-1; -1) : \sqrt{-2-2-2} + \dots = 1 \quad \times$   
 $(-2; -2) : \sqrt{-4-4-4-4} + \dots = 1 \quad \times$

Ответ:  $(2; 0) (0; 2) (1; 2) (2; 1) (0; 1) (1; 0) (0; 0)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

$$1 - |x+y-2| \geq 0$$

$$1 \geq |x+y-2| \Leftrightarrow 1 \geq x+y-2 \geq -1 \quad | +2$$

$$3 \geq x+y \geq 1$$

$$2x+2y-x^2-y^2 \geq 0$$

$$6 \geq 2(x+y) \geq 2$$

$$2(x+y) \geq x^2+y^2$$

1)  $6 \geq x^2+y^2$  — <sup>для</sup> ~~нер-во~~ <sup>окружности с радиусом  $\sqrt{6} \approx 2,3$</sup>  и  $O(0,0)$

Заметим, что ~~все~~ т.к. все ~~касальные~~ <sup>касательные</sup> положительные, то каждое из них не превосходит 1.

$$1 \geq \sqrt{2x+2y-x^2-y^2} \quad |^2$$

$$1 \geq 2x+2y-x^2-y^2$$

$$(x^2-y^2+2x+1) + (y^2-2y+1) \geq 1$$

2)  $(x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 1$  — <sup>нер-во для</sup> ~~окружности с~~ <sup>радиусом 1</sup> и  $O(1,1)$

Изобразим на графике.

1) — ~~ли-во~~ <sup>ли-во</sup> ~~решений~~ <sup>решений</sup> для (1)

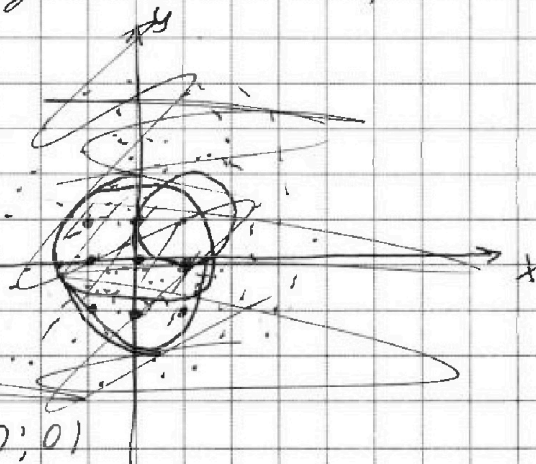
2) — ~~ли-во~~ <sup>ли-во</sup> ~~решений~~ <sup>решений</sup> для (2)

Можно их пересечь.

т.к. можно увидеть только узлы координатной системы, выписали их все

~~$(-1; -1)$   $(0; -1)$   $(1; -1)$   $(-1; 0)$   $(0; 0)$~~

~~$(1; 0)$   $(-1; 1)$   $(0; 1)$~~







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2  
15  

---

15  
125  

---

15  
275

15  
128  

---

896  
128  

---

2076  
273  

---

2351

$z = 17 \cdot 8 \cdot (16) \cdot 32$

$\cos 2d$

$\cos(d+\alpha) = \cos^2 d - \sin^2 d$

$\cos(d+\beta) = \cos d \cdot \cos \beta - \sin d \cdot \sin \beta$

129  

---

29  
261  

---

58  
1

18+8

$\sin 2d = 2 \sin d \cos d$

$\cos 2d = \sin^2 d + \cos^2 d$

$180 - 2d - \beta$

$2d + 180 - 2d + d + \beta + x = 360$

2351

$3d + 2\beta = 180$

$32$   
 $65$   

---

 $325$   
 $390$   

---

 $14225$

$a - b = 2$        $2 = 17 \cdot 2^4 - 15$        $34 = 17 \cdot 2$   
 $a - b = 17 \cdot 2^4 - 15$        $2^2 = 17 \cdot 2^3 - 15$   
 $2^5 = 2$

$k(k+15) = 17 \cdot 2^5$   
 $k^2 + 15k - 17 \cdot 32 = 0$   
 $2^{5 \cdot 17} = 2^{k \cdot 17} - 15$   
 $2 \quad \quad \quad 2 \quad \quad \quad 2$

$D = b^2 - 4ac =$   
 $= 15^2 + 4 \cdot 17 \cdot 32$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

черновик.

$$x^2 + 3x + \frac{16}{9} = 0$$

~~$$D = 9 + 16 = 25$$~~

$$D = 9 + 16 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2} = \frac{\pm 5 - 3}{2}$$

$$12t^2$$

$$-16(t^2 - 1)$$

$$0 > t^2 - 4$$

$$2^2 > t^2$$

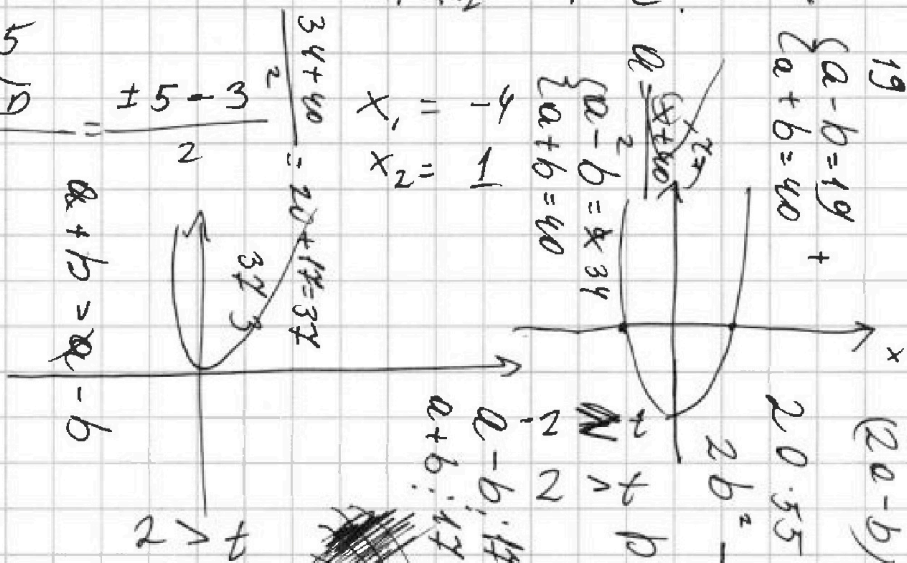
$$4 > t^2 \Leftrightarrow 2^2 - 4$$

$$x_1 + x_2 = -3 = -1 + 2$$

$$x_1 x_2 = -4 = C$$

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = 2$$



2 4 8 16. 19 { a-b=19 + a+b=40 } (20-55-2\*20b-55b+2b^2 = 17\*16

$$a-b+15=17$$

$$a-b=17-15=2$$

$$t \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$$

$$t^2 > 1$$

$$t(-2, 2)$$

$$a+b-2b = 40-2b$$

$$a+b$$

$$a+b=40 \quad a^2 - 2ab + b^2 + 15(a-b) = (a-b)^2 + 15(a-b) = (a-b)(a-b+15) = 17 \cdot 2 = 34$$

$$(40-2b)(55-2b) = 17 \cdot 2$$

$$40 \cdot 55 + 4b^2 - 2 \cdot 95b = 17 \cdot 2$$

$$a-b = \frac{34-15}{17} = 2$$

$$17 \cdot 8$$

$$17-15=2$$

$$\begin{array}{r} 1100 \\ \times 15 \\ \hline 1650 \\ 1100 \\ \hline 16500 \end{array}$$

$$17 \cdot 2 = 34$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 57 \\ \times 8 \\ \hline 136 \\ -15 \\ \hline 121 \end{array} \quad \begin{array}{r} 37 \\ \times 4 \\ \hline 68 \\ -15 \\ \hline 53 \end{array}$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17 \cdot 2^5$$

$$34 a-b = 34$$

$$\frac{1x}{27}$$

$$17 \cdot 2^{k+1} = 2^5 - 15$$

$$MT = \frac{1}{2} KN, \quad AN = \frac{1}{2} DM, \quad MT = \frac{1}{4} DM$$

$$a-b = 17, \quad -15$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17 \cdot 2^5$$

$$k+15 = 17 \cdot 2^5$$

$$2 \cdot 17 = 2^5 - 15$$

$$2^5 = 17 \cdot 2 - 15$$

$$2^5 = 17 \cdot 2 - 15$$

$$2^5 = 17 \cdot 2 - 15$$

$$2^5 = 17 \cdot 2 - 15$$

$$2^5 = 17 \cdot 2 - 15$$

$$2^5 = 17 \cdot 2 - 15$$

$$2^5 = 17 \cdot 2 - 15$$

$$2^5 = 17 \cdot 2 - 15$$

$$2^5 = 17 \cdot 2 - 15$$

$$2^5 = 17 \cdot 2 - 15$$

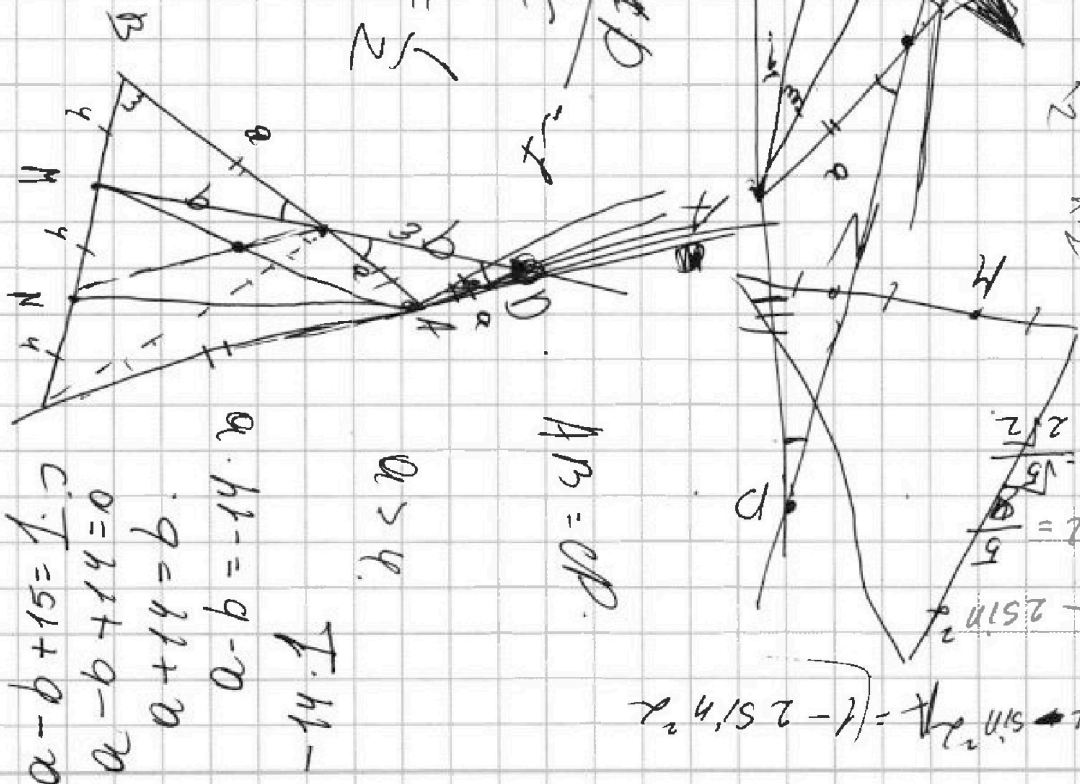
$$2^5 = 17 \cdot 2 - 15$$

$$2^5 = 17 \cdot 2 - 15$$

$$2^5 = 17 \cdot 2 - 15$$

$$2^5 = 17 \cdot 2 - 15$$

$$2^5 = 17 \cdot 2 - 15$$



$$\sin^2 \alpha = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

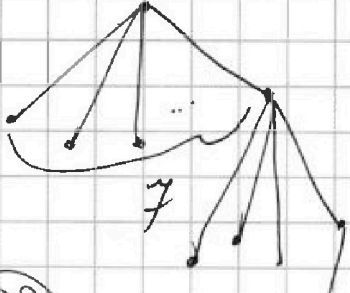
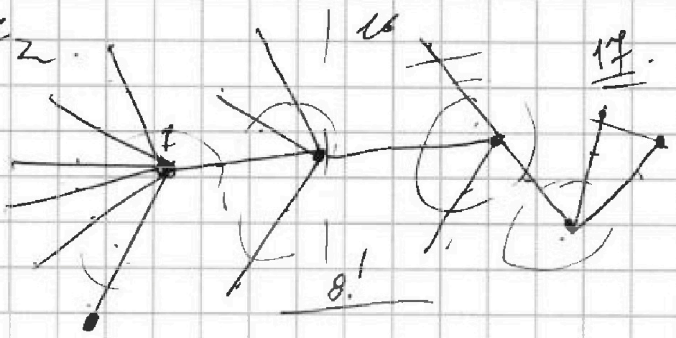
- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- 1 . . .
- 2 . . .
- 3 . . .

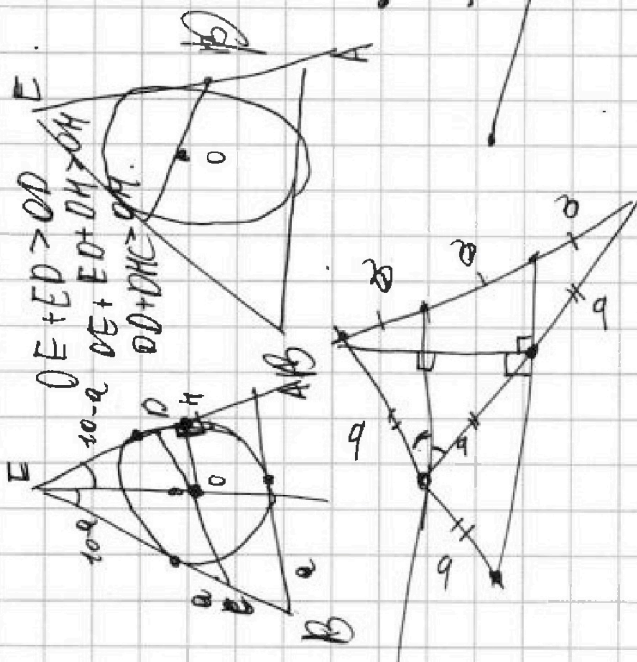
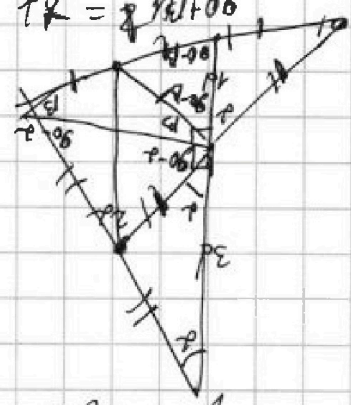
$a_1 > a_2$   
 $C_k^1 = \frac{n!}{k!(n-k)!}$



$$\frac{7+4+3+5+4-4}{2} = 5 + \frac{5+n}{2}$$

$$15+n = 2n - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2$$

$$15 = 2n - 10$$



$OE + ED > OD$   
 $OE + ED > OH$   
 $OD + DC > OC$

OTC - geometry

$$2x + 2y - x^2 - y^2 = 1 + 1 - 1x + y - 2 = 2\sqrt{1-x+y-2}$$

$$x+y > x^2+y^2$$

$$2x+2y > x^2+y^2$$

$$\sqrt{3} > x+y > 1$$

$$x > \sqrt{x+y-2}$$

3.  $C_8^2 \cdot 4$

9
8
7
6
5
4
3
2
1

$2\sqrt{3}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

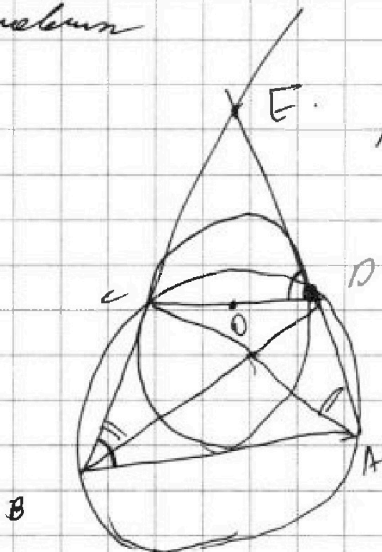


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

черновик



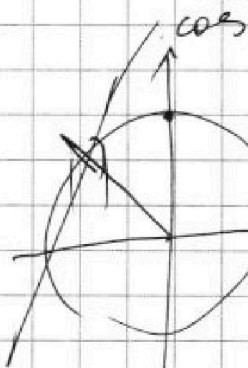
$$MN(ED + DO)$$

$$BF = 10$$

$$6 - 6 - 2r$$

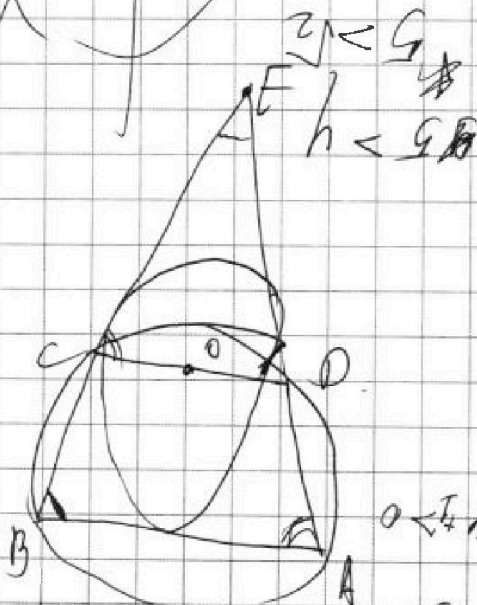
$$3 < 1 + 2\sqrt{2} < 4$$

$$5 < 2 + \sqrt{5} < 5$$

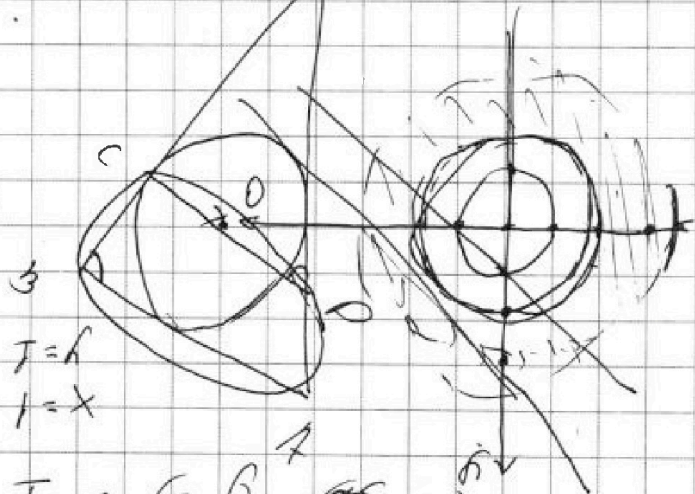


$O$  - равноуд. от  $BF$ ,  $EA$ ,  $KB$ ,  $r = r + z$

$$z = \sqrt{r^2 - x^2} \quad r = 1 - z + z$$



$$z < h < \sqrt{r^2 - x^2}$$



$$r = h$$

$$1 = x$$

$$r \leq \frac{r-h}{2} + \frac{r-h}{2} + x$$

$$0 < \frac{r-h}{2} - x \leq \frac{r-h}{2} + x$$

$$x - \frac{r-h}{2} - x \leq \frac{r-h}{2} + x$$

$$x - 1 = \frac{r-h}{2}$$

$$r = 1 + \frac{r-h}{2}$$

$$|x - 1| \leq \frac{r-h}{2}$$

$$r \geq \frac{r-h}{2} + x$$

$$r < \frac{r-h}{2} + x$$



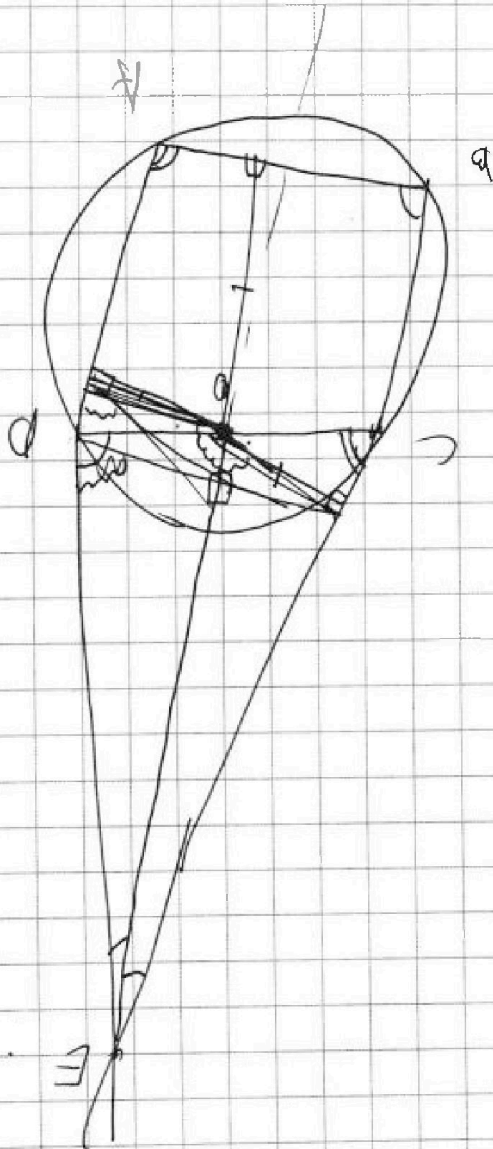


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Есть D - формула

$$2x + y - x^2 - y^2 > 0$$
$$2x + y - x^2 - y^2 < 0$$