МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь
$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$
При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение
$$\sqrt{3x^2-6x+2}-\sqrt{3x^2+3x+1}=1-9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система
$$\begin{cases} ax+y-8b=0, \\ (x^2+y^2-1)\left(x^2+(y-12)^2-16\right) \leqslant 0 \end{cases}$$
имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $abc \vdots 7^{39}$, т.к. $ac \vdots 7^{39}$
Пусть $ord_2(a) = t_a$; $ord_2(b) = t_b$; $ord_2(c) = t_c$,
тогда

$$+\begin{cases} t_a + t_b \geq 15 & \text{, т.к. } ab \vdots 2^{15} \\ t_b + t_c \geq 17 & \text{, т.к. } bc \vdots 2^{17} \\ t_a + t_c \geq 23 & \text{, т.к. } ac \vdots 2^{23} \end{cases}$$

$2(t_a + t_b + t_c) \geq 55$
$t_a + t_b + t_c \geq 27{,}5$
Но t_a, t_b и t_c – натуральные или 0, тогда $t_a + t_b + t_c \geq 28$
Получили, что $abc \geq 2^{28} \cdot 7^{39}$, т.к. $abc \vdots 2^{28} 7^{39}$.
Пример: $a = 2^{11} 7^{16}$; $b = 2^4$; $c = 2^{13} 7^{23}$
$ab = 2^{11} 7^{16} \cdot 2^4 = 2^{15} \cdot 7^{16} \vdots 2^{15} 7^{11}$
$bc = 2^4 \cdot 2^{13} 7^{23} = 2^{17} \cdot 7^{23} \vdots 2^{17} \cdot 7^{18}$
$ac = 2^{11} 7^{16} \cdot 2^{13} 7^{23} = 2^{24} 7^{39} \vdots 2^{23} 7^{39}$
$abc = 2^{28} 7^{39}$
Ответ: $abc \geq 2^{28} 7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Из условия следует, что $(a;b)=1$ $((a;b)=\text{НОД}(a;b))$.

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}=\frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$$

Предположим, что эту дробь можно сократить на k, тогда $a+b \vdots k$, причем ни a, ни b не делятся на k (или не делятся) (если одно из них делится на делитель k, то и второе тоже, но $(a;b)=1$). Тогда и $(a+b)^2-9ab \vdots k$, значит и $-9ab \vdots k$, значит $9 \vdots k$, т.к. $(a;k)=1; (b;k)=1$.
Получим $9 \vdots k$, тогда $9 \geq k$.
Значит нельзя сократить на ч. больше 9.
Пример: $a=100$; $b=17$.

$$\frac{a}{b}=\frac{100}{17} \text{ - несократима}$$

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}=\frac{100+17}{100^2-7\cdot17\cdot100+17^2}=\frac{117}{-1611}=-\frac{13}{179}$$

Ответ: $n=9$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

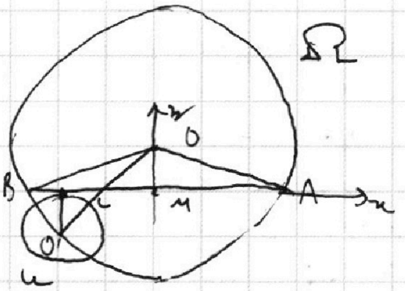
1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Решение:



1) Пусть центр ω − O', а Ω − O. Заметим, что $O'C \perp BA$. Проведем перпендикуляр OM на AB, заметим, что $BM = MA$

2) Введем систему координат с центром в точке M и осями MA и MO.

3) Пусть координаты $O\,(0; b)$, а точка $A\,(a; 0)$, тогда координаты C $\left(-\frac{5}{12}a; 0\right)$ и координаты O' $\left(-\frac{5}{12}a; -7\right)$.

$$\left(\frac{BM}{MA} = \frac{1}{1},\quad \frac{BC}{CA} = \frac{7}{17}\right)$$

4) $\triangle OBM$ − прямоугольный:
$a^2 + b^2 = 13^2$

Расстояние от O' до O равно 13: $(b+7)^2 + \left(\frac{5}{12}a\right)^2 = 13$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 13^2 & (1) \\ (b+7)^2 + \left(\frac{5}{12}a\right)^2 = 13^2 & (2) \end{cases}$$

$\cancel{b^2 + 49 + 14b + \frac{25}{144}(169 - b^2) = 169} \quad | \cdot 144$

$\cancel{144b^2 + (7\cdot 12)^2 + 14\cdot 12^2 b + 65^2 - 25b^2 = (13\cdot 12)^2}$

$\cancel{119b^2}$

(2) $a^2 = \frac{144}{25}\left(13^2 - (b+7)^2\right)$

(2) в (1):

$$\frac{144}{25}\left(13^2 - (b+7)^2\right) + b^2 = 13^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-9x$

$\sqrt{3x^2-6x+2} - (1-9x) = \sqrt{3x^2+3x+1}$

Получим, что $\sqrt{3x^2-6x+2} - (1-9x) \geq 0$ (1)

$3x^2-6x+2 + (1-9x)^2 - 2(1-9x)\sqrt{3x^2-6x+2} = 3x^2+3x+1$

$1-9x + (1-9x)^2 - 2(1-9x)\sqrt{3x^2-6x+2} = 0$

$(1-9x)(1+1-9x-2\sqrt{3x^2-6x+2}) = 0$

I Подставим $x = \frac{1}{9}$:

$\sqrt{\frac{1}{27} - \frac{2}{3} + 2} - \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{1}{3} + 1} = 0$

$\sqrt{1\frac{1}{3} + \frac{1}{27}} - \sqrt{1\frac{1}{3} + \frac{1}{27}} = 0$

Получим, что $x = \frac{1}{9}$ - корень.

II $2-9x - 2\sqrt{3x^2-6x+2} = 0$

$2\sqrt{3x^2-6x+2} = 2-9x$, получим, что $2-9x \geq 0$ (2)

$4(3x^2-6x+2) = 4 + 81x^2 - 36x$

$12x^2 - 24x + 8 = 4 + 81x^2 - 36x$

$\cancel{69x^2 - 24x - 4 = 0}$

$69x^2 - 12x - 4 = 0$

$\frac{D}{4} = 36 + 4\cdot 69 =$

$x_1 = \frac{6+2\sqrt{6\cdot13}}{69}$

$x_2 = \frac{6-2\sqrt{6\cdot13}}{69}$ ~~не корень~~

Проверим корни:

(2): $2 - 9\cdot\frac{6+2\sqrt{6\cdot13}}{69} \vee 0$

$26 \vee 18 + 6\sqrt{6\cdot13}$

$8 \vee 6\sqrt{6\cdot13}$

$x \neq \frac{6+2\sqrt{6\cdot13}}{69}$

(2): $2 - 9\cdot\frac{6-2\sqrt{6\cdot13}}{69} \vee 0$

$26 \vee 18 - 6\sqrt{6\cdot13}$

(1): $\sqrt{3x^2-6x+2} - (1-9x) = 1 > 0$

Ответ: $\left\{\frac{1}{9}; \frac{6-2\sqrt{6\cdot13}}{69}\right\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Зафиксируем B, тогда $y_1 = (2x_2 + y_2 - 14) - 2x_1$
является прямой, причем, если
$2x_2 + y_2 - 14$ принимает какое-то целое
значение на отрезке $[0; 32]$, то будут существовать
13 подходящих A, т.к. коэффициент
при x равен -2, а $\operatorname{tg} \angle QRO = -2$.*
$2x_2 + y_2 - 14 = c$
$y_2 = c + 14 - 2x_2$
Точка B лежит в параллелограмме, значит
$c + 14$ принимает целые значения от 0 до 32.
и c принимает значения от 0 до 32,
тогда $c \in \mathbb{Z}$ и $c \in [0; 18]$. При каждом c
существует 13 точек B.
Получили, что всего удовлетворяющих условию
точек $19 \cdot 13 \cdot 13$
Ответ: $19 \cdot 13^2$.

* и все целые точки внутри параллелограмма
лежат на прямых вида $y = k - 2x$, где $k \in \mathbb{Z}$; $k \in [0; 32]$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 & (1) \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 & (2) \end{cases}$$

(2): $(x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0$

$x^2+y^2-1=0$

$x^2+y^2=1$

Это окружность с центром в точке $(0;0)$ и ~~радиусом~~ радиусом 1

$x^2+(y-12)^2-16=0$

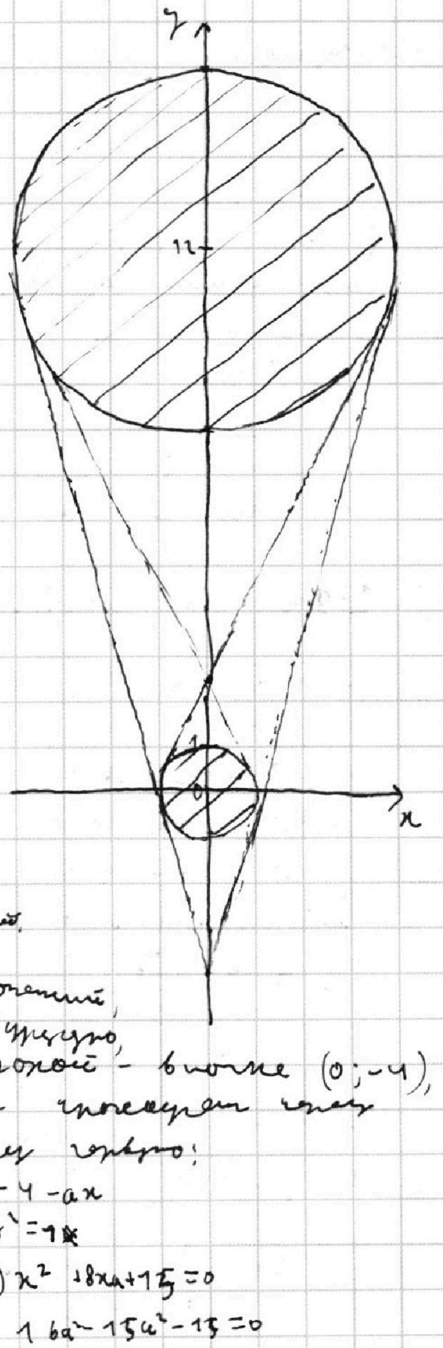
$x^2+(y-12)^2=16$

Это окружность с центром в точке $(0;12)$ и радиусом 4.

Получили, что неравенству удовлетворяют все точки внутри окружностей и на их границах

(1): $ax+y-8b=0$

Это прямая, заметим, если она пересекает каждую окружность два раза, то решений будет бесконечно много, значит эти прямые касаются каждой из окружностей.



Заметим, что один из центров гомотетий, переводящих одну окружность в другую, находится в точке $(0;2,4)$, а второй — в точке $(0;-4)$, значит внешние касательные проходят через вторую точку, а внутренние через первую:

I $\begin{cases} y = 2,4 - ax \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$

$x^2(1+a^2) - 4,8ax + 4,76 = 0$

$\frac{D}{4} = 5,76a^2 - 4,76 - 4,76a^2 = 0$

$a^2 = 4,76$

$a = \pm\sqrt{4,76}$

При этом $b = 0,3$

II $\begin{cases} y = -4 - ax \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$

$(a^2+1)x^2 + 8xa + 15 = 0$

$\frac{D}{4} = 16a^2 - 15a^2 - 15 = 0$

$a^2 = 15$

$a = \pm\sqrt{15}$

При этом $b = -\frac{1}{2}$

Ответ: $\{\sqrt{4,76}; -\sqrt{4,76}; \sqrt{15}; -\sqrt{15}\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-9x$

Найдем область определения: $\begin{cases} 3x^2-6x+2 \geq 0 & (1) \\ 3x^2+3x+1 \geq 0 \end{cases}$

(1) $3x^2-6x+2 \geq 0$

$D = 36 - \cancel{28}\ 24 = 12$

$x_1 = \frac{6+2\sqrt3}{6} = 1+\frac{\sqrt3}{3}$

$x_2 = \frac{6-2\sqrt3}{6} = 1-\frac{\sqrt3}{3}$

$1-\frac{\sqrt3}{3} \leq x \leq 1+\frac{\sqrt3}{3}$

(2) $3x^2+3x+1 \geq 0$

$D = 9 - 3\cdot4 < 0$

Старший коэффициент больше нуля, значит $3x^2+3x+1 \geq 0$ на $(-\infty;+\infty)$

Получили, что $1-\frac{\sqrt3}{3} \leq x \leq 1+\frac{\sqrt3}{3}$

$1-\frac{\sqrt3}{3} \leq x \leq 1+\frac{\sqrt3}{3}$

$-9+3\sqrt3 \geq -9x \geq -9-3\sqrt3$

$0 > -8+3\sqrt3 \geq 1-9x \geq -8-3\sqrt3$

Получили, что выражение слева меньше нуля

$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} \overset{<}{\vee} 0$

$\sqrt{3x^2-6x+2} \overset{<}{\vee} \sqrt{3x^2+3x+1}$

(каждое из выражений не меньше нуля)

$3x^2-6x+2 \overset{<}{\vee} 3x^2+3x+1$

$1-9x < 0$

Выражение справа тоже меньше нуля:

$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-9x$

$\sqrt{3x^2-6x+2} - (1-9x) = \sqrt{3x^2+3x+1}$ (с каждой стороны выраж-ие больше нуля)

$3x^2-6x-2 - 2(1-9x)\sqrt{3x^2-6x+2} + (1-9x)^2 = 3x^2+3x+1$

$1-9x - 2(1-9x)\sqrt{3x^2-6x+2} + (1-9x)^2 = 0$

$(1-9x)(1-2\sqrt{3x^2-6x+2}+1-9x) = 0$

$\uparrow$

$\underbrace{2-9x}_{<0} \underbrace{-2\sqrt{3x^2-6x+2}}_{\text{не больше нуля}} = 0$

$0 > -7+3\sqrt3 \geq 2-9x \geq -7-3\sqrt3$

Получили, что корней нет.

$\times\ 4$
69
36
24
$+\ 276$
36
$-\ 312 \mid 3$
$3 \quad 104$
-12
4

$3\cdot4\cdot26$

$2 - \frac{18-6\sqrt{6\cdot13}}{13} \vee 0$

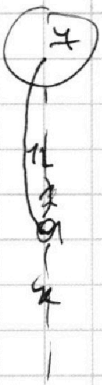
$26 \vee 18-6\sqrt{6\cdot13}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$\frac{x}{2} = \frac{x+x}{4}$$

$$4x = x + 12$$

$$3x = 12$$

$$x = 4$$

$$\sqrt{(b+c-a)^2 + r^2} = \frac{b+c-a}{\sqrt{\frac{2+b^2+c^2-a^2}{bc}}}$$

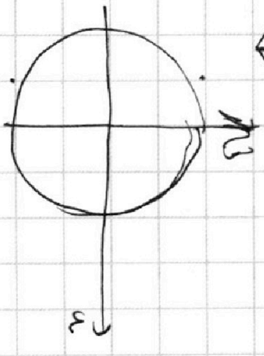
$$(b+c-a)^2 + r^2 = \frac{bc(b+c-a)^2}{2+b^2+c^2-a^2}$$

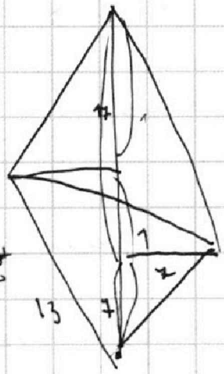
$$\frac{1}{x} = \frac{4}{12-x}$$

$$12 - x = 4x$$

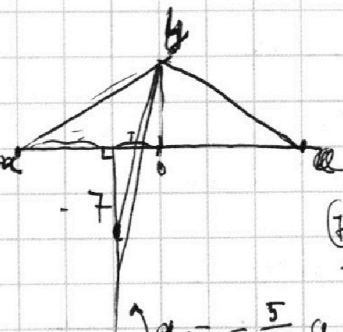
$$12 = 5x$$

$$x = 2,4$$





$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 13 \\ \hline 39 \\ 13 \\ \hline 169 \end{array}$$



$$x = -\frac{5}{12}a$$

$$(7+b)^2 + \frac{5}{12}a^2 = 13^2$$

$$49 + 14b + b^2 + \frac{25}{144}a^2 = 169$$

$$a^2 + b^2 = 13^2$$

$$49 + 14b +$$

$$b = \sqrt{13^2 - a^2}$$

$$\left(7 + \sqrt{13^2 - a^2}\right)^2 + \frac{5}{12}a^2 = 13^2$$

$$a^2 = \frac{144}{25}\left(13^2 - (b+7)^2\right)$$

$$5,76 \cdot 13^2 - 5,76(b+7)^2 = 13^2$$

$$13^2 \cdot 4,76 = 5,76(b+7)^2$$

$$13^2 \cdot 119 = 144(b+7)^2$$

$$b + 7 = \sqrt{\frac{13^2 \cdot 119}{144}}$$

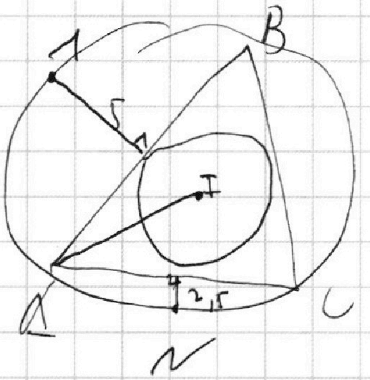
$$\frac{119}{25}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

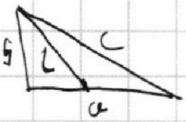


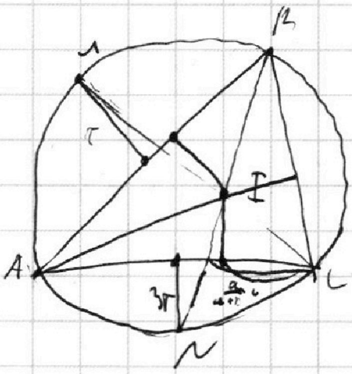
$\cos\alpha = \cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2} =$

$= 1 - 2\sin^2\frac{\alpha}{2}$

$\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2}$

$\cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$





$a \quad b$

$AI = \frac{r}{\sin\frac{\alpha}{2}} =$

$= \frac{r}{\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}} = = \frac{\frac{b+c-a}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}} =$

$= \frac{r}{\sqrt{\frac{1-\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}}{2}}} = = \frac{\frac{b+c-a}{2}}{\sqrt{\frac{1+\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}}{2}}} = \frac{b+c-a}{\sqrt{\frac{2+b^2+c^2-a^2}{bc}}}$

$\frac{1}{2}c - \frac{a}{a+b}c =$

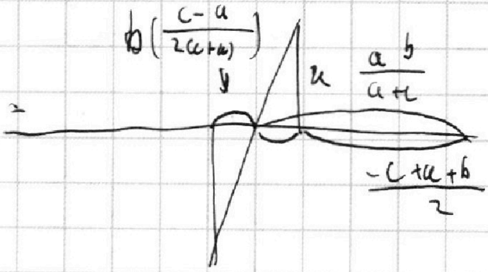
$= c\left(\frac{a+b-2a}{2(a+b)}\right) =$

$= \frac{c(b-a)}{2(a+b)}$

$\frac{7^2}{12^2} + \frac{7^2}{13^2} = 81$

$b\left(\frac{c-a}{2(a+c)}\right)$

$\frac{2{,}5}{r} = \frac{b\left(\frac{c-a}{2(a+c)}\right)}{\frac{(c-a)(a-b+c)}{2(a+c)}} =$



$\frac{ab}{a+c}$

$\frac{-c+a+b}{2}$

114
144

$= \frac{b}{a+c-b}$

$7\cdot$

$r = \frac{2{,}5(a+c-b)}{b} = \frac{5(a+b-c)}{c}$

$7^2\cdot 12^2 + 7^2\cdot 13^2 - 13^2\cdot 12^2 =$

$= 7^2(12^2+13^2) - 13^2\cdot 12^2 =$

$= 7^2 12^2 + 7^2$

$2 = \frac{(a+c-b)}{(a+b-c)}\frac{c}{b}$

$\frac{-c+a+b}{2} - \frac{ab}{a+c} =$

$= \frac{(a+c)(a+b-c)-2ab}{2(a+c)} =$

$= \frac{a^2+ab-ac+ca+cb-c^2-2ab}{2(a+c)} =$

$= \frac{a^2-ab-ac+ca+cb-c^2}{2(a+c)} =$

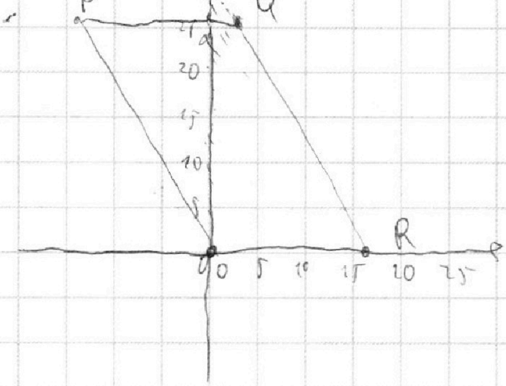
$= \frac{(a-c)(a-b+c)}{2(a+c)}$

$c-a$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$

$2x_1 + y_1 = \cancel{14} + 2x_2 + y_2$

$2x_1 + y_1 + 14 = 2x_2 + y_2$

13 $\quad y_1 = (2x_2 + y_2 - 14) - 2x_2$

c

$2x_2 + y_2 - 14 \in [0; 18]$

$2x_2 + y_2 - 14 = c$

$y_2 = c + 14 - 2x_2$

$c + 14 \quad [0; 32]$

$c \in [0; 32]$

$c \in [0; 18]$

$\sqrt{13^2 - a^2} + 7)^2 + \frac{5}{12} a^2 = 13^2$

$\cancel{13^2} - a^2 + 49 + 14\sqrt{13^2 - a^2} + \frac{25}{144} a^2 = \cancel{13^2}$

$14\sqrt{13^2 - a^2} = \frac{119}{144} a^2 - 49$

$2\sqrt{13^2 - a^2} = \frac{17}{144} a^2 - 7$

$\begin{cases} y = 2{,}4 - ax \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

$\frac{24}{144}$
96
$\frac{96}{4}$
576
526

$x^2 + (2{,}4 - ax)^2 = 1$

$x^2 + a^2x^2 - 4{,}8ax + 5{,}76 = 1$

$(1 + a^2)x^2 - 4{,}8ax + 4{,}76 = 0$

$\frac{D}{4} = 5{,}76a^2 - 4{,}76 - 4{,}76a^2 = 0$

$1 - 4{,}76a^2 = 0$

$a^2 = \frac{1}{4{,}76}$

$a = \pm\sqrt{\frac{1}{4{,}76}}$

$$\begin{array}{r|l} 119 & 7 \\ \underline{70} & 17 \\ 49 & \end{array}$$

$y = -4 - ax$

$x^2 + y^2 = 1$

$x^2 + 16 + a^2x^2 + 8ax = 4$

$(a^2 + 1)x^2 + 8ax + 12 = 0$

$(a^2 + 1)x^2 + 8xa = 0$

$\frac{D}{4} = 16a^2 - 12a^2 - 12 = 0$

$4a^2 = 12$

$a^2 = 3$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab \vdots 2^{15} 7^{11}$

$bc \vdots 2^{17} 7^{18}$

$ac \vdots 2^{23} 7^{39}$

$a^2b^2c^2 \vdots 2^{15+17+23} 7^{11+18+39}$

$a^2b^2c^2 \vdots 2^{55} 7^{68}$

$17 + 15 = 32$, $32 + 23 = 55$, $50 + 18 = 68$

$abc \vdots 2^{28} 7^{34}$

$abc \vdots 2^{28} 7^{34}$

$a = 2^{11} 7^{16}$

$b = 2^4$

$c = 2^{13} 7^{23}$

$m_a + m_b \geq 11$

$m_c + m_b \geq 18$

$m_a + m_c \geq 39$

$a = 2^{t_a} 7^{m_a}$

$t_a + t_b \geq 15$

$t_a + t_b + t_c = 28$

$28 - t_c \geq 15$

$t_c \leq 13$

2^{15}

2^{11} 7^{16}

2^4 7^2

2^{13} 7^{23}

$m_a + m_b + m_c \geq 29 - m_b$

23

16

$t_b + t_c \geq 17$

$28 - t_a \geq 17$

$t_a \leq 11$

$17 \cdot 7 = 119$

$17 \cdot 17 = 289$

$11900 - 10289 = 1611$

$10000 + 289 = 10289$

$11400 - \ldots = 89$

$m_a + m_b \geq 11$

$34 - m_c \geq 11$

$m_c \leq 23$

$10000 + 289 - 11900$

$1611 : 9 = 179$

$16 - 9 = 7$, $71 - 63 = 81$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$(a;b)=1$

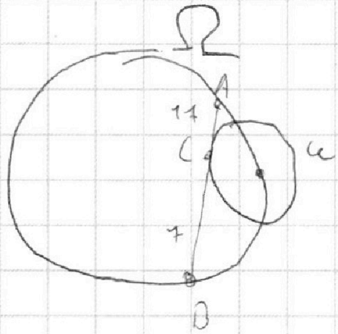
$49b^2-4b^3$

$\cancel{a+b \vdots p}$

сокр. p

№3

$\frac{a+b \vdots p}{(a+b)^2-9ab}$



$9 \vdots p$

9

$m=5$

$\frac{100+8}{\frac{100+8}{10000+64-7\cdot 1008}}=$

$\frac{108}{10064-5600}=\frac{108}{4464}$

$11 \cdot 7$

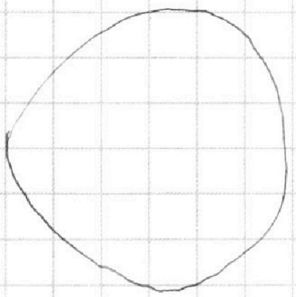
$a=4$

$b=5$

$\frac{4+5}{16-4\cdot 5+25}$

$\frac{11+7}{121+49-7\cdot 7\cdot 11}$

$10064 - 5600 = 4464$

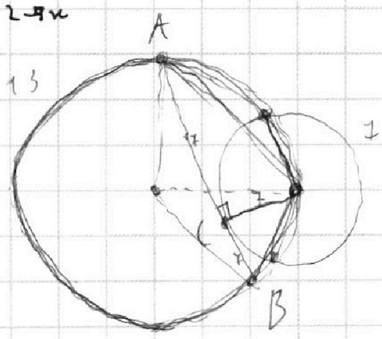


$(1-9x)(1-2\sqrt{3x^2-6x+2}+1-9x)=0$

$4+5$

$2-9x-2\sqrt{3x^2-6x+2}=0$

$2-9x$



$-7+3\sqrt{3}<0$

$3\sqrt{3} \vee 4$

$27 \vee 49$

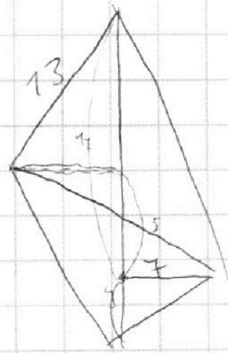
$3x^2-6x+2\geq 0$

$\frac{D}{4}=9-6=3$

$x_{1,2}=\frac{3\pm\sqrt{3}}{3}=1\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

$3x^2+3x+1\geq 0$

$D=9-4\cdot 3=$



$\sqrt{3x^2-6x+2} \vee \sqrt{3x^2+3x+1}$

$3x^2-6x+2 \vee 3x^2+3x+1$

$1-9x \vee 0$

$\sqrt{3x^2-6x+2}-1+9x=\sqrt{3x^2+3x+1}$

$3x^2-6x+2-2(1-9x)\sqrt{3x^2-6x+2}+(1-9x)^2=3x^2+3x+1$

$(1-9x)-2(1-9x)\sqrt{3x^2-6x+2}+(1-9x)^2=0$