МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система

$$\begin{cases} ax-y+10b=0, \\ \left((x+8)^2+y^2-1\right)\left(x^2+y^2-4\right) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 4,5 и 2.

© МФТИ, 2023

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№1

Заметим, что так как $ac \vdots 7^{37}$, то и $abc \vdots 7^{37} \Rightarrow abc = 7^{37} \cdot k,\ k \in N$

Пусть $ab = 2^{14} \cdot x \cdot 7^{10}$

$bc = 2^{17} \cdot 7^{17} y$ $\qquad x, y, z \in N$

$ac = 2^{20} 7^{37} z$

Тогда $(abc)^2 = ab \cdot bc \cdot ac = 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot xyz$

$abc = 2^{26} \cdot 7^{37} \cdot \sqrt{xyz \cdot 2}$

$abc \in N$, поэтому $xyz \cdot 2$ должно быть квадратом натурального числа. ~~Тогда $xyz \cdot 2 \geq 4$. Тогда минимальное значение $xyz \cdot 2 = 4 \Rightarrow abc$~~ Тогда xyz должно встречаться двойка $\Rightarrow abc = 2^{26} \cdot 7^{37} \cdot \sqrt{\frac{xyz}{2}}$. Тогда $abc \vdots 2^{26}$.

Значит $abc \vdots 2^{26}$ и на 7^{37}. Тогда минимальное значение $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

Пример: $a = 2^9 \cdot 7^{10}$ $\qquad ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \vdots 2^{14} 7^{10}$

$b = 2^5$ $\qquad bc = 2^{17} 7^{27} \vdots 2^{17} 7^{17}$

$c = 2^{17} \cdot 7^{27}$ $\qquad ac = 2^{21} \cdot 7^{37} \vdots 2^{20} 7^{37}$

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

N2

Заметим, что $a+b \vdots m$.

Тогда a взаимопросто с m, b тоже.

Иначе, пусть $a = kx$, $m = ky$, но тогда $a+b \vdots k \Rightarrow k \cdot x + b \vdots k$

$\Downarrow$

$b \vdots k$

Но a и b взаимно просты, т.к. $\frac{a}{b}$ несократима $\Rightarrow$.

$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$ — делится на m.

$(a+b)^2 \vdots m \Rightarrow 8ab \vdots m$.

Но и a, и b взаимно просты с $m \Rightarrow \frac{8ab}{a} = 8b \vdots m \Rightarrow \frac{8b}{b} \vdots m \Rightarrow 8 \vdots m$

Но тогда $m = 8$.

Пример: $a=1, b=7$ $\frac{1+7}{1^2-6\cdot1\cdot7+7^2} = \frac{8}{1-42+49} = \frac{8}{8}$.

Ответ: при $m=8$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№3 продолжение

$49a^2 + 50a - 99 = 0$

$\Updownarrow$

$49a^2 - 49a + 99a - 99 = 0$

$\Updownarrow$

$(49a + 99)(a - 1)$

$\Updownarrow$

~~Посл.~~ $a = -\frac{99}{49}$ или $a = 1$

Поскольку $a = \lambda^2$, то $a \geq 0 \Rightarrow a = 1$

$\lambda^2 = 1 \Rightarrow \lambda = 1 \quad AB = 8\lambda = 8$

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

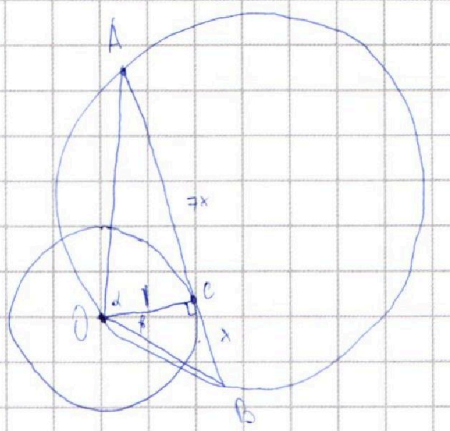
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№3

Пусть $AC = 7x$, $BC = x$

$OC = 1$



По теореме синусов $\frac{AB}{\sin\angle AOB} = 2R = 10$

(т.к. $OC \perp AB$)

$\sin(\angle AOC + \angle COB)$

$AO = \sqrt{49x^2+1}$ $BO = \sqrt{x^2+1}$

Пусть $\angle AOC = \alpha$, $\angle COB = \beta$

$\sin(\angle AOC + \angle COB) = \sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha =$

$$= \underbrace{\frac{1}{\sqrt{49x^2+1}}}_{\cos\alpha} \cdot \underbrace{\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}}_{\sin\beta} + \underbrace{\frac{7x}{\sqrt{49x^2+1}}}_{\sin\alpha} \cdot \underbrace{\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}}_{\cos\beta} = \frac{8x}{\sqrt{49x^2+1}\sqrt{x^2+1}}$$

$$\frac{\frac{8x}{\sqrt{49x^2+1}\sqrt{x^2+1}}}{} = 10 \Rightarrow \sqrt{49x^2+1}\sqrt{x^2+1} = 10$$

$(49x^2+1)(x^2+1) = 100$ Пусть $a = x^2$

$49x^4 + 50x^2 + 1 = 100$ Тогда $49a^2 + 50a + 1 = 100$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№4

$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x$$

$$\Updownarrow$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=(2x^2-5x+3)-(2x^2+2x+1)$$

$$\Updownarrow$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=\left(\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}\right)\left(\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}\right)$$

либо $\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=0 \Leftrightarrow 2x^2-5x+3=2x^2+2x+1 \Leftrightarrow x=\frac{2}{7}$

либо $\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}=1 \Rightarrow 4x^2-3x+3+2\sqrt{2x^2-5x+3}\sqrt{2x^2+2x+1}=0$

$$\Updownarrow$$

$$\Downarrow$$

$$4x^2-3x+\frac{9}{16}+\frac{39}{16}+2\sqrt{2x^2-5x+3}\sqrt{2x^2+2x+1}=0$$

но

$$\left(2x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{39}{16}+2\sqrt{\ldots}\sqrt{\ldots}>0$$

Х.

$$\sqrt{2x^2-5x+3}=1-\sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$\Downarrow$$

$$2x^2-5x+3=1+2x^2+2x+1-2\sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$\Downarrow$$

$$2\sqrt{2x^2+2x+1}=7x-1$$

$$\Downarrow$$

$$4(8x^2+2x+1)=49x^2-14x+1$$

$$\Downarrow$$

$$41x^2-22x-3=0$$

$$d=22^2+4\cdot 41\cdot 3=484+492=976\cdot 61$$

$$x_1,x_2=\frac{22\pm 4\sqrt{61}}{82}=\frac{11\pm 2\sqrt{61}}{41}$$

Ответ: $x=\frac{2}{7}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№5 продолжение.

Тогда посмотрим сколько вообще пар точек прямых. Из 10. (Все целые точки от 0 до 4) На каждой прямой 13 $\frac{24}{2}+1$ точек.

Тогда если есть 2 прямые, то ~~для~~ на них 13·13 пар точек (13 вариантов для выбора точки на первой прямой, для каждого из них 13 вариантов выбора точки на 2-й прямой).

И так для 10 пар прямых. Итого 1690 пар точек.

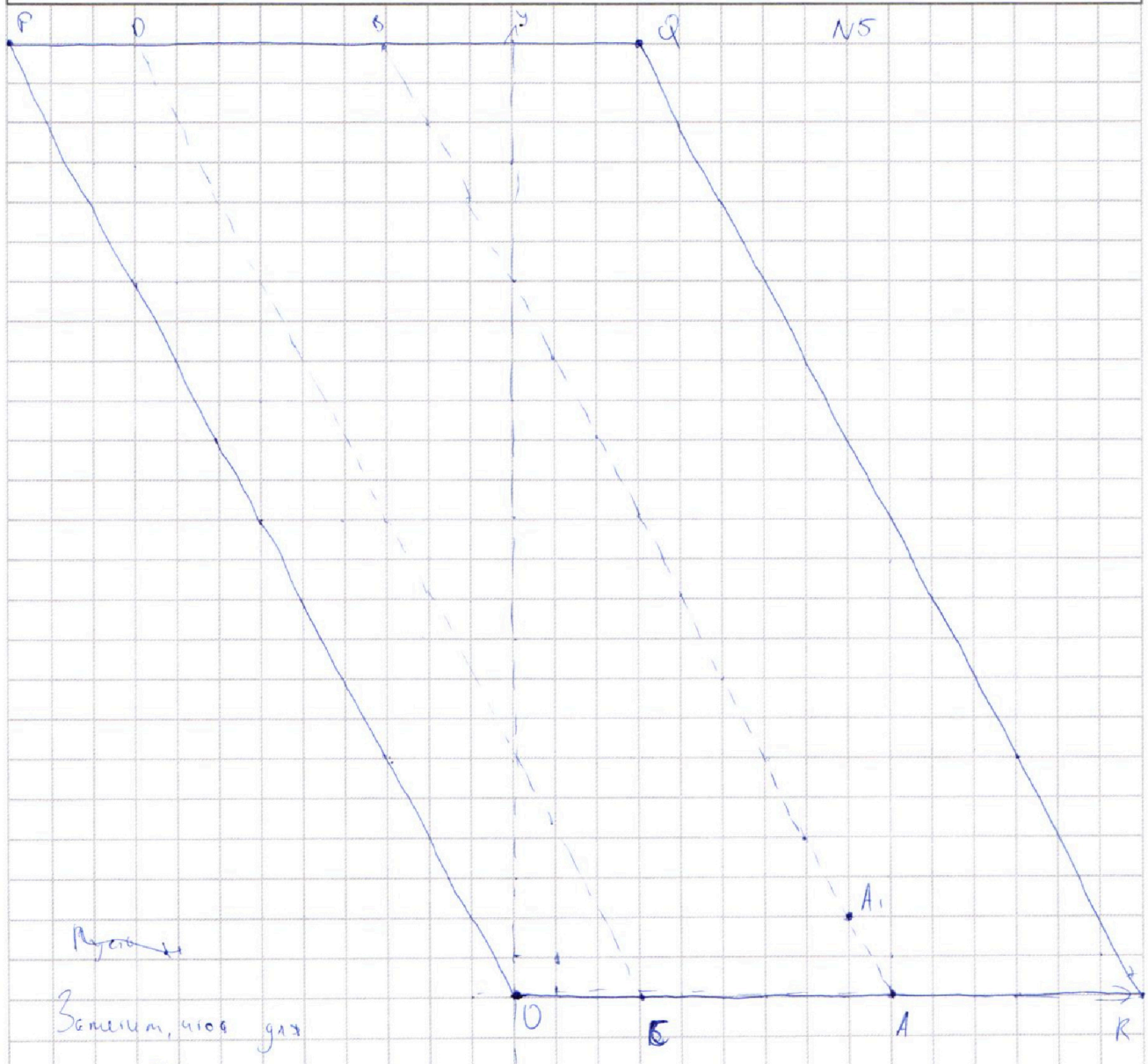
Ответ: 1690.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



~~Пусть~~

Заметим, что для точки 0,0 парой будут все целые точки, лежащие на прямой $y = 12 - 2x$, а также на прямой $y = -12 - 2x$.

Таким образом для всех целых точек на прямой AB будут подходить все целые точки прямой CD и RQ. Так как для точек A и A_1 2 прямые будут совпадать, то у них $2x_1 + y_1 = 2x_2 + y_2$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

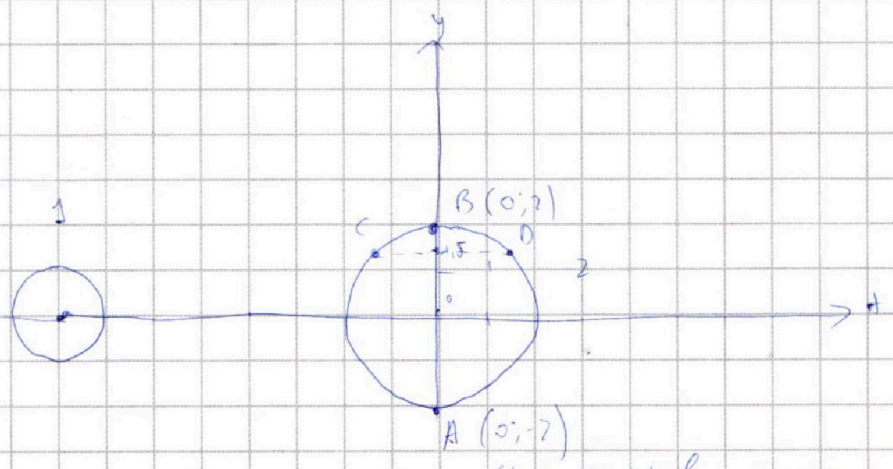
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№6.

Заметим, что решениями 2-го ур-я системы будут точки в окр-ях.



Нам нужно, чтобы прямая $y = ax + b$ имело с этими окр-ями ровно 2 общие точки. ~~Но если $a=0$~~. Но если функция возрастающая, то при $b = -0,2$ функция проходит через A, а значит не пересекает 1-ую окр-ть, пересекает 2-ую окр-ть в 2-х точках (т.к. касательной к окр-ти в этой точке является горизонтальная прямая $y=-2$.

Аналогично, если функция убывающая, то при $b = 0,2$ она проходит через B и еще ровно 1 точку большой окр-ти и не проходит через 1-ую окр-ть. Наконец, если $a=0$, то при $b = 0,15$ функция проходит через C и D. Значит для любого a нашлётся такое b. Ответ: ~~для всех~~ $a \in (-\infty; +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

N7 продолжение

Тогда $\Delta I = \cancel{\sqrt{\cdot 27 + \cdot 222 \quad 4+9}}$

$\Delta I = \sqrt{2\cdot 2} + \sqrt{2\cdot 4{,}5} = 2+3=5$

Ответ: 5

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

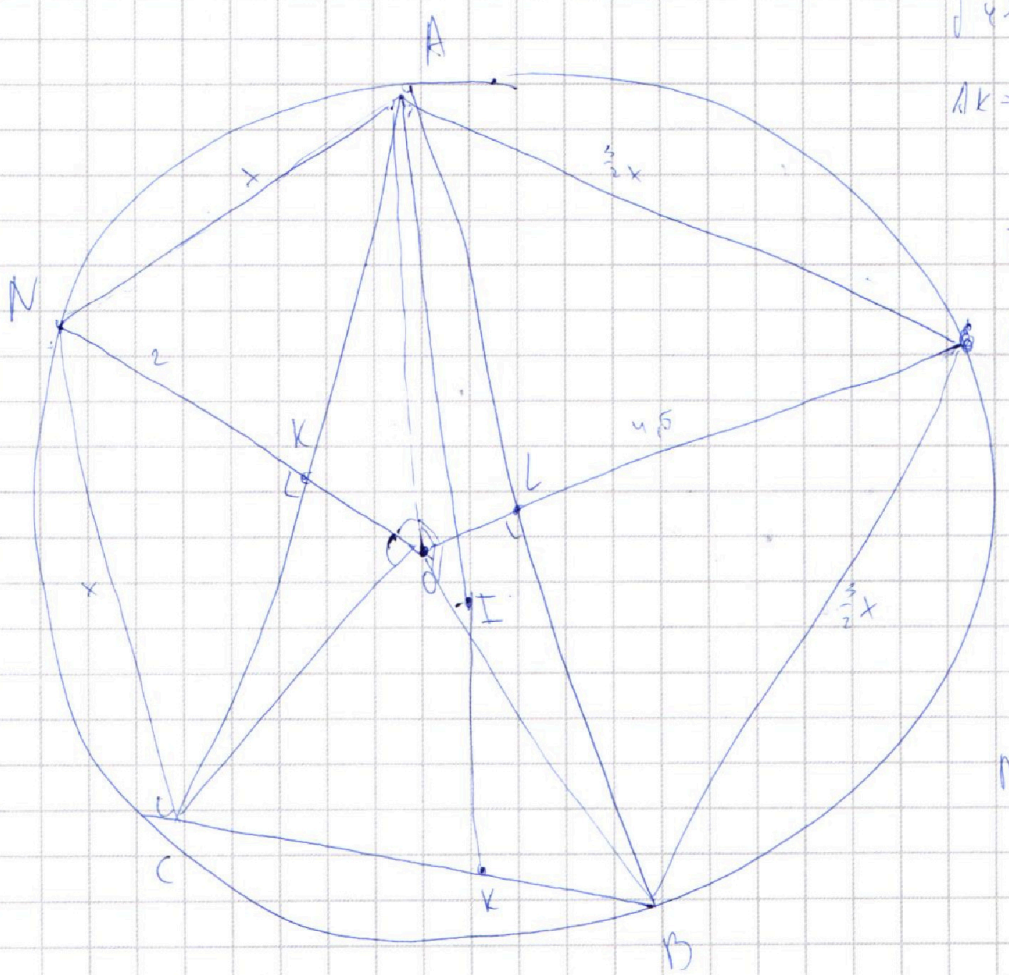
N7

$AL = \cancel{\frac{81}{4} - \frac{9}{4}x}$

$\sqrt{\frac{9}{4}x^2 - \frac{81}{4}} = \frac{3}{2}\sqrt{x^2-9}$

$AK = \sqrt{x^2-4}$

$\frac{CK}{KO} = \frac{AC}{AB} = \frac{2\sqrt{x^2-4}}{3\sqrt{x^2-9}}$



Пусть $AN = x$

$\Downarrow$

$AM = \frac{3}{2}x$

$AN = NC$ (опир на равные дуги)

Тогда ~~CKA~~ NK (расстояние от N до AC) - высота в р/б

$\triangle ANC$ => NK - сер. пер. к AC => NK и ML (ML - аналогично NK)

пересекаются в O, центре ~~в~~ опис. окр-ти.

$S_{ANC} = \frac{AN \cdot NC \cdot \sin\angle ANC}{2} = \frac{AN \cdot NC \cdot AC}{4r} = \frac{AC \cdot 2}{2}$ => $4r = AN \cdot NC$

Аналогично $9r = AM \cdot MB$ $\quad \frac{9}{4} \cdot AN^2 = AM^2$ => $\frac{3}{2} \cdot AN = AM$ $\quad AM = \frac{3}{2}AN$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [X] 3 [X] 4 [X] 5 [X] 6 [X] 7 [X]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик

$\sqrt{}$

$4x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{\dots} = 0$

$4x^2$

$(2x+y)^2 = 4x^2 + 4xy$ $\quad 4xy = 3x$

$4y = 3$

$y = \frac{3}{4}$

$48 - 9$

$\frac{8}{49} - \frac{10}{7} + \frac{21}{7}$ $\quad \sqrt{\frac{8}{49} + \frac{4}{7} + \frac{3}{7}}$

$\frac{11}{7}$ $\quad \frac{11}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [X] 3 [X] 4 [X] 5 [X] 6 [X] 7 [X]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик

$2x^2+2x+1>1$

$2x^2+2x>0$

$2x^2$

$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=(2x^2-5x+3)-(2x^2+2x+1)$

$(2x^2-5x+3)-\sqrt{2x^2-5x+3}=(2x^2+2x+1)-\sqrt{2x^2+2x+1}$

$\sqrt{2x^2-5x+3}\left(\sqrt{2x^2-5x+3}-1\right)=\left(\sqrt{2x^2+2x+1}\right)\left(\sqrt{2x^2+2x+1}-1\right)$

$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=\left(\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}\right)\left(\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}\right)$

$\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}=1$

$22+\sqrt{16\cdot 61}$

$\frac{22+\sqrt{976}}{32}$

$22^2+4\cdot 41\cdot 3$

$\frac{22+4\sqrt{9}}{32}$

$\cancel{2x^2-5x+3+2x^2+2x+1+2\sqrt{2x}}$

$27\cdot 22$
44
54
432

$164\cdot 3$
492

$\sqrt{2x^2-5x+3}=1-\sqrt{2x^2+2x+1}$

$(x-1)(2x+3)$

$+\ 1\ -\ 1.5\ +$

$184+492=$
492
976

$2x^2-5x+3=1+2x^2+2x+1-2\sqrt{2x^2+2x+1}$

$-7x\quad +1\qquad +1$

$\sqrt{976}=$

$488\ 2$

$1+7x-2\sqrt{2x^2+2x+1}=0$

$8x^2+x+3=0$

$2\sqrt{2x^2+2x+1}=1+7x$

$244\quad 122$
61

$4\cdot(2x^2+2x+1)=8x^2+8x+4=1+7x$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик

$ab \vdots 2^{14} 7^{10}$ $\quad 2^{14} \cdot 7^{10}$ $\quad a\ 2^{21}$ $\quad 2^{9} \cdot 7^{10}$

$bc \vdots 2^{17} 7^{17}$ $\quad 2^{17} 7^{17}$ $\quad b$ $\quad 2^{5}$

$ac \vdots 2^{20} 7^{37}$ $\quad c$ $\quad 2^{12} \cdot 7^{27}$

$ab = 2^{14} \cdot 7^{10} x$

$bc = 2^{17} 7^{17} y$

$ca = 2^{20} 7^{37} \cdot z$

$a^2 b^2 c^2 = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot 2^{17} 7^{17} \cdot 2^{20} 7^{37} xyz$

$abc = 2^{9} 7^{6} \sqrt{2^{51} \cdot 7^{64} \cdot xyz} =$

$= 2^{25} \cdot 7^{32} \cdot \sqrt{2xyz}$

$2^{26} \cdot 7^{32}$

$\frac{3 \cdot 5}{3^2 - 6 \cdot 15 + 5^2} = \frac{8}{9 \cdot 25 - 90 =}$ $\quad \frac{8}{36 \cdot 90 =}$

$14 \cdot 17 \cdot 20 =$ $\quad = 84$

$= 34 \cdot 17 =$

$44 \cdot 7 = 51$

$\frac{1 \cdot 7}{1 - 42 \cdot 49} =$

8

$\frac{8}{8}$

$a \underset{m}{\equiv} -b$

$\frac{a}{b}$

$\frac{a \cdot b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a \cdot b}{a^2 + 2ab + b^2 - 8ab} = \frac{a \cdot b}{(a+b)^2 - 8ab}$

$8ab \underset{m}{\equiv} a \cdot b$ $\quad a \cdot b \vdots m$ $\quad 8ab \vdots m$

$(a+b)^2 - 8ab \vdots m$

$a = -b$

$b \cdot b \cdot (-b) = 0$ $\quad 8b^2 \underset{m}{\equiv} 0$

$-8b^2 \equiv 0$

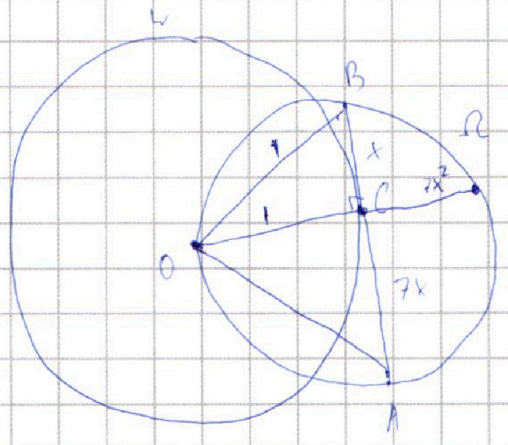
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

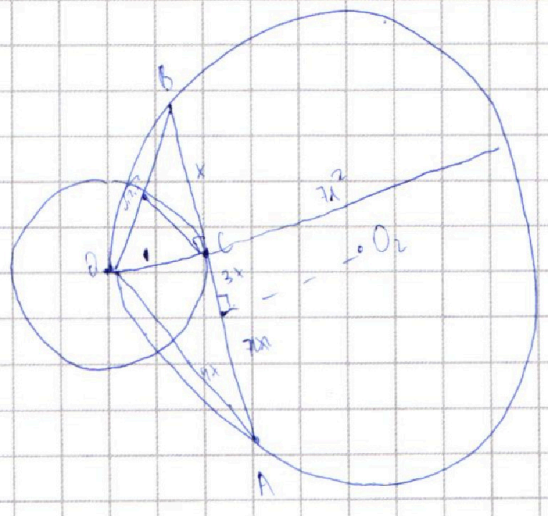
Черновик

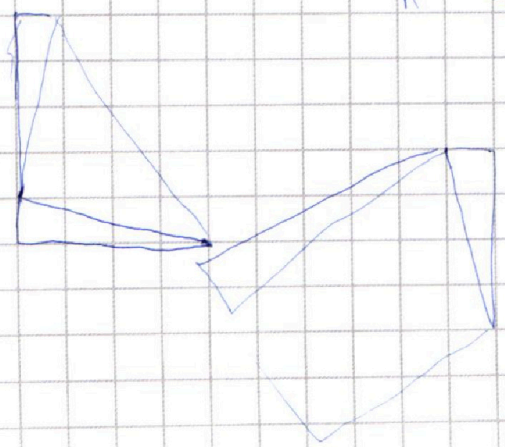


$AC : CB = 7$

$r_\Omega = 5$

$OC = 1$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [X] 3 [X] 4 [X] 5 [X] 6 [X] 7 [X]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик

$-45x^2$

$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$ $\qquad 4+45x^2-28x$

$2x^2-5x+3+2x^2+2x+1-2\sqrt{2x^2-5x+3}\sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$

$+7x$

$4x^2-\cancel{7x}+\cancel{2}-\cancel{2}+7x = \quad 2 - - \quad \cancel{4x^2}-\cancel{7x}+\cancel{2} =$

$3x \qquad -45x^2 \quad -2$

$4x^2-3x+4 \qquad 2x^2 = \sqrt{2x^2-5x+3}\sqrt{2x^2+2x+1} \qquad = \cancel{4}+\cancel{45x^2}-\cancel{28x}$

$-48x^2+28x$

$\cancel{4x^2}\ 4x^4 = (2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)$

$\cancel{4x^4} = \cancel{4x^4}+4x^3+2x^2-10x^3-10x^2-5x+6x^2+6x+3$

$-6x^3 \quad -2x^2 \quad +2x^2$

$0 = 4x^3-6x^3-2x^2+x+3$

$6\cdot\left(\frac{2}{7}\right)^3-2\left(\frac{2}{7}\right)^2-\frac{2}{7}-2=0$

$6x^3+2x^2-x-2=0$

$6\cdot\frac{8}{343}+$

$(4+45x^2-7x+2)^2=$

$\frac{48}{7^3}+\frac{8}{7^2}-\frac{2}{7}-2=0$

$=\quad 5(-9x^2+5x)=2\ldots$

$-45x^2\cdot \quad 5x(-9x+5)=2\ldots$

$\frac{48}{3^3}+\frac{56}{7^3}-\frac{98}{7^3}=$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [X] 3 [X] 4 [X] 5 [X] 6 [X] 7 [X]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик

$x < \frac{2}{7}$

$\wedge$

$4a^2 -$

$25x^2(81x^2 - 90x + 25) = 2 \cdot (2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)$

$2(36)^2 x^4 - 2 \cdot 90x^3 + 25x^2 = 4x^4 + 8x^3 + 4x^2 - 20x^3 - 20x^2 + 10x + 12x^2 + 12x + 6$

$8x^4 - 16x^3 - 4x^2 + 22x + 6$

$25x^2(9x - 5)^2$

$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 < 0$

$-7x + 2 < 0$

$x < \frac{2}{7}$

$8 + 16 = 4 - 24$

$x < \frac{2}{7}$ $(2 - 7x) < 0$

$2x^2 - 5x + 3 < 2x^2 + 2x + 1$

$-5x + 3 < 2x + 1$

$-5x$ $7x >$

$-7x$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик

$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$

$x = \frac{2}{7}$

$\sqrt{8-10+3} = 1$

$7x + \sqrt{2x^2-5x+3} = 2 + \sqrt{2x^2+2x+1}$

$\sqrt{8+4+1} = \sqrt{13}$

$49x^2 + \cancel{2x^2} - \cancel{5x} + \cancel{3} + 14x\sqrt{2x^2-5x+3} = \cancel{4} + \cancel{2x^2} + \cancel{2x} + \cancel{1} + 4\sqrt{2x^2+2x+1}$

$+7x$

$18 \cdot \sqrt{6}$

$49x^2 + 14x\sqrt{2x^2-5x+3} = 7x + 4\sqrt{2x^2+2x+1}$

$\frac{11}{7}$ $\quad -\frac{10}{7}+3$ $\quad -8\cdot\frac{2}{7}+3$ $\quad \frac{4}{7}+1$ $\quad -5x+3$ $\quad 2x+1$ $\quad -5\cdot\frac{2}{7}+3$

$3-\frac{10}{7}$ $\quad \sqrt{2x^2-2x-3x+3}$ $\quad \sqrt{2x^2+2x+1}$ $\quad -\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}}$

$\frac{21}{7}-\frac{10}{7}=\frac{11}{7}$ $\quad 18+6+1=$

$-\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} = 2-\frac{3}{2} = \frac{1}{2}$

$x = \frac{2}{7}$

$\sqrt{(2x-3)(2x}$

$2\cdot\frac{2}{7}$

$-\frac{3}{2}$ $\quad 2\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2 =$

$= \frac{9}{2} = 4{,}5$

$\sqrt{(2x-3)(x+1)}$

$\frac{17}{2}$ $\quad 2x$ $\quad \cdot 8{,}5$

$1{,}5$

2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

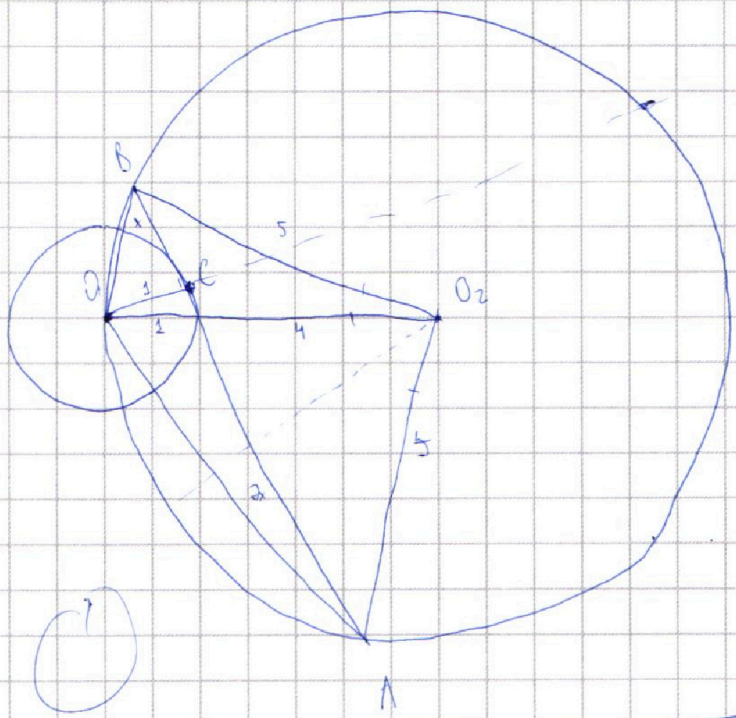
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

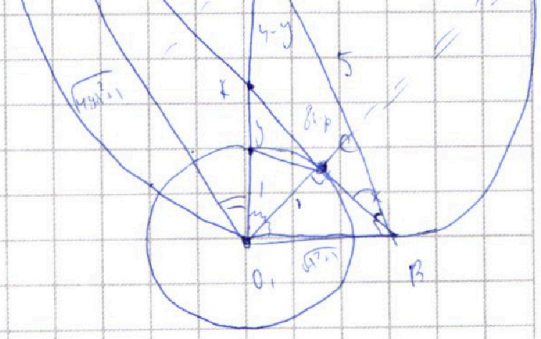
МФТИ

Черновик

$x > 7$

$7 > x < 6$





$(8\lambda - p)p = (1+y)(10-y)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

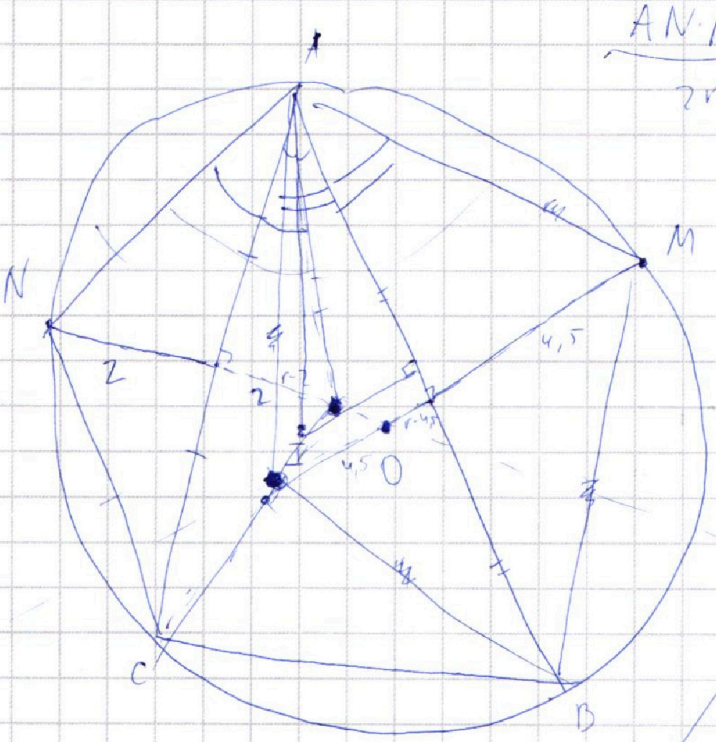
Черновик

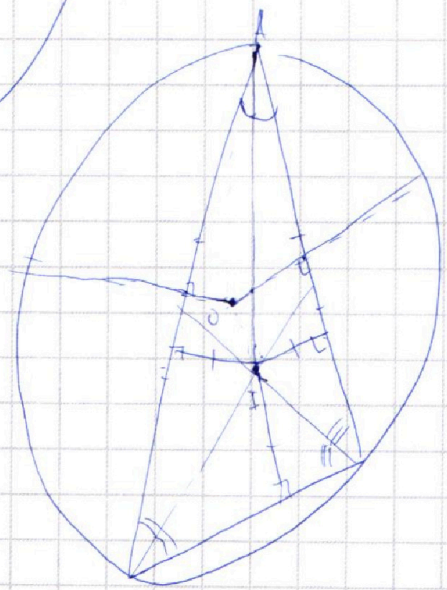
$$AN \cdot NC \cdot \frac{AC}{2r} = 2 \cdot AC$$

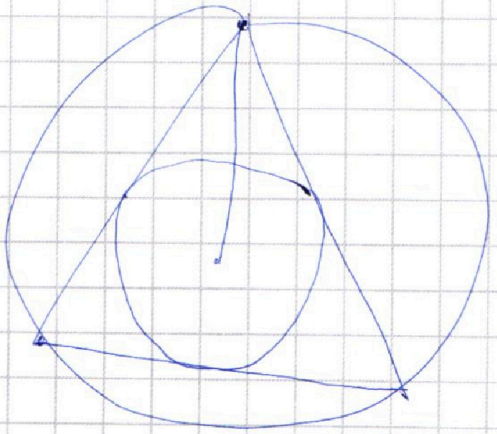
$$\frac{AN \cdot NC}{2r} = 2$$

$$AN \cdot NC = 4r$$

$$AM \cdot MB = 9r$$







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

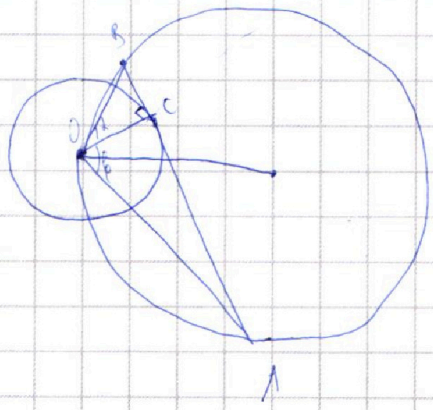
1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

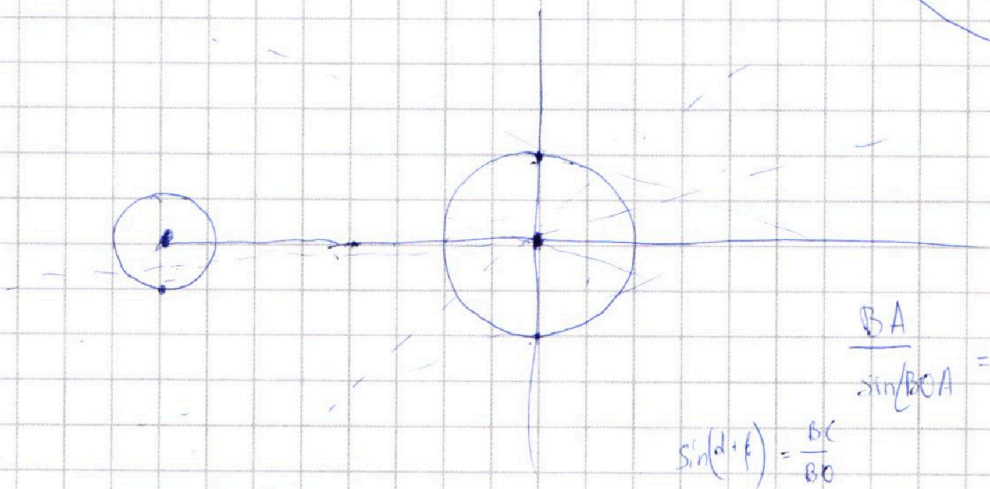
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ (x+a)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \le 0 \end{cases}$$





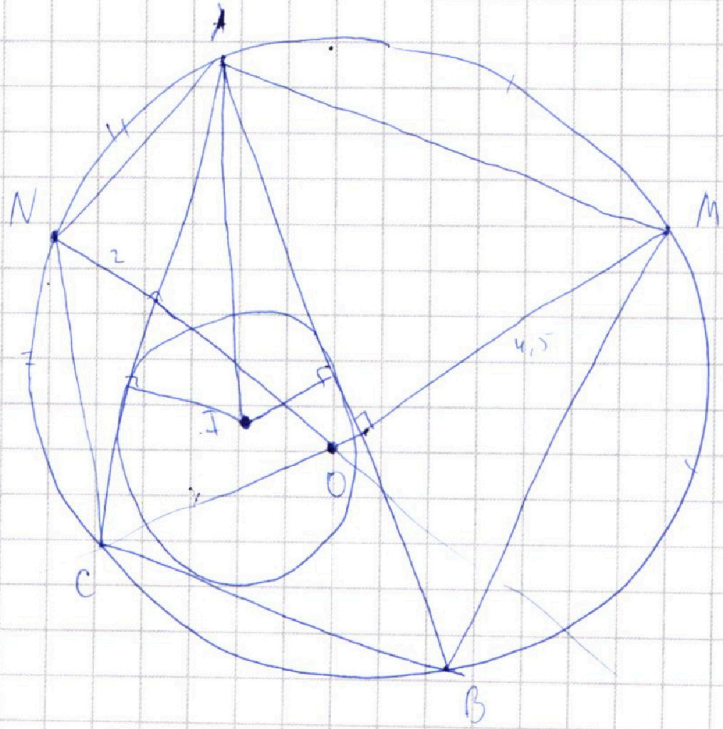
$$\frac{BA}{\sin\angle BOA} = 2R = 10$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \frac{BC}{BO}$$

$(x+a)^2 + y^2 = 1$

$ax - y + 10b = 0$

$y = ax + 10b$



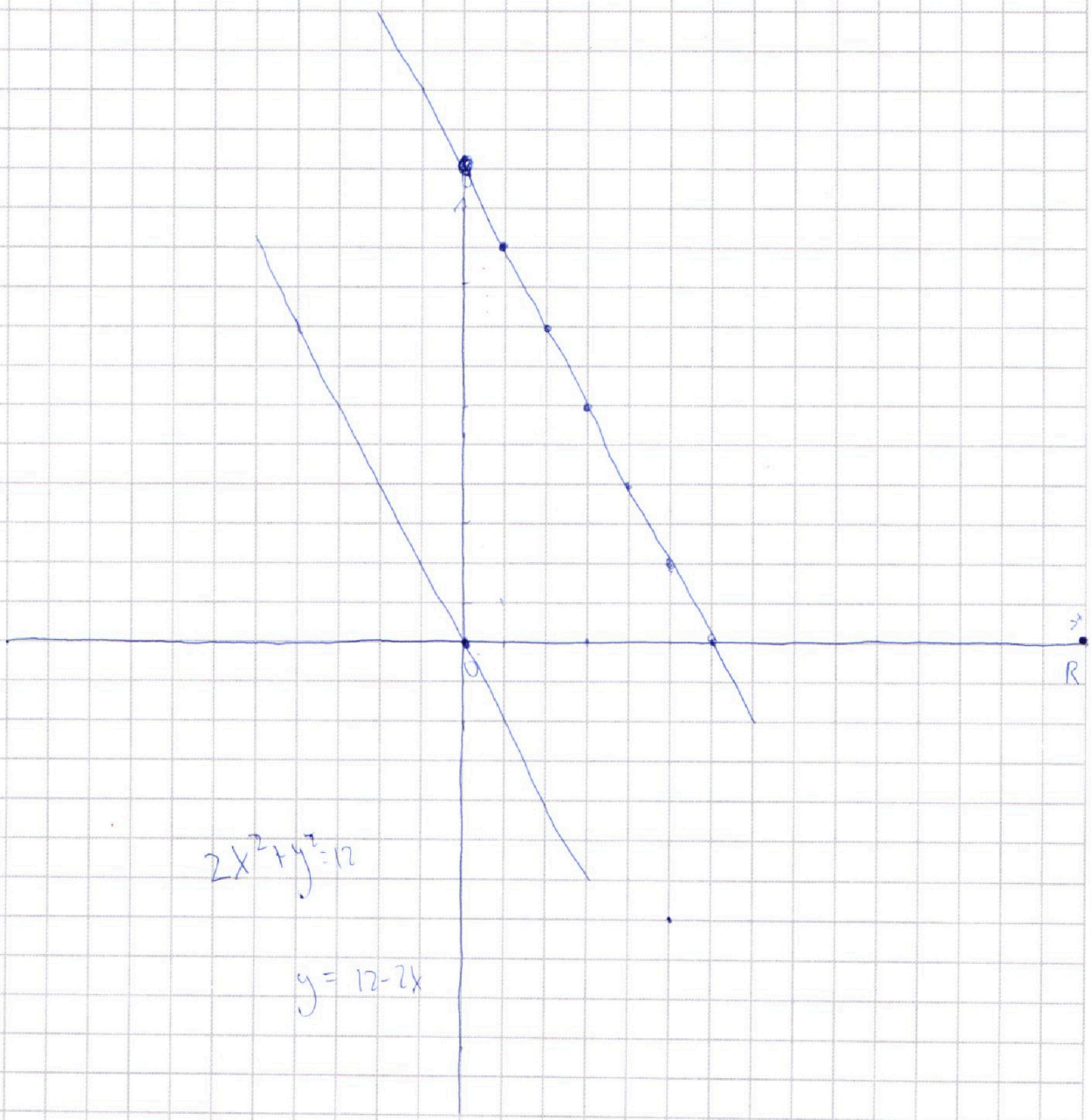
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [X] 3 [X] 4 [X] 5 [X] 6 [X] 7 [X]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик



$2x^2+y^2=12$

$y=12-2x$

x_1, y_1 ~~$y_2=1$~~

$y_2=12+y_1-2x_1$