



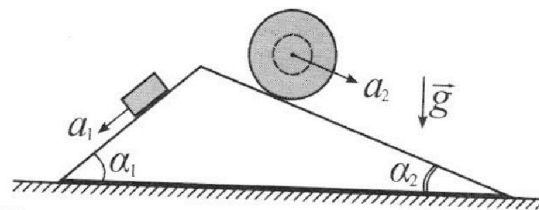
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 7g/17$ и скатывается без проскальзывания полый шар массой $5m$ с ускорением $a_2 = 8g/25$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 8/17$, $\cos \alpha_2 = 15/17$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

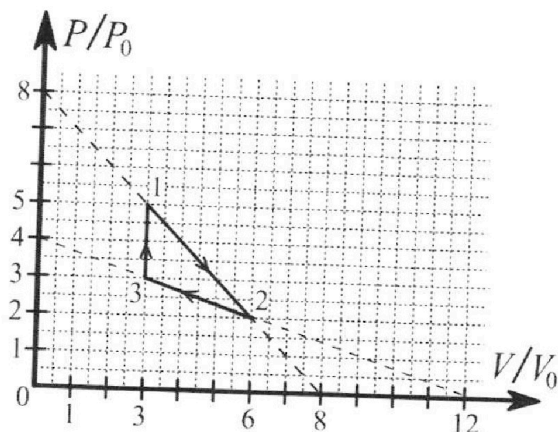


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

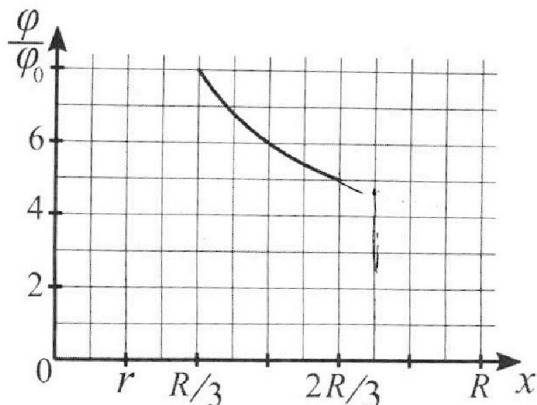
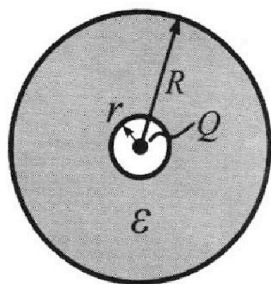
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 3-1 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 2.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала ϕ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь ϕ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 3R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .

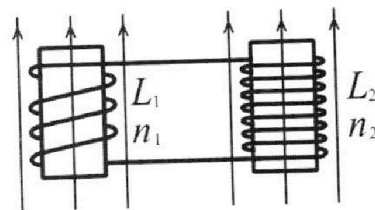


Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-02

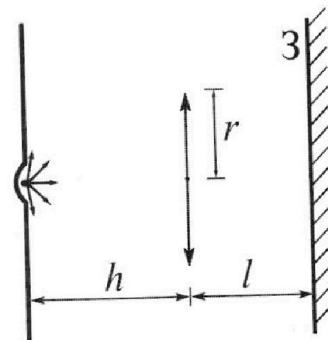
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 9L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 3n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $2B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $B_0/3$ до $B_0/12$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 2h$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 2$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = h$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[см^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1.

$$m$$
$$a_1 = \frac{7g}{17}$$

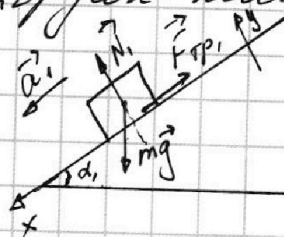
$$5m$$
$$a_2 = \frac{8g}{25}$$

1) $F_1 = ?$

2) $F_2 = ?$

3) $F_3 = ?$

1) рассмотрим движение
"брусок-кемеш".



$$\sin d_1 = \frac{3}{5}$$

$$\cos d_1 = \frac{4}{5}$$

$$\sin d_2 = \frac{8}{17}$$

$$\cos d_2 = \frac{15}{17}$$

$$F_{p1} = F_1$$

$$\vec{N}_1 + \vec{F}_1 + m\vec{g} = m\vec{a}_1$$

$$ay: N_1 - mg \cos d_1 = 0$$

$$N_1 = mg \cos d_1$$

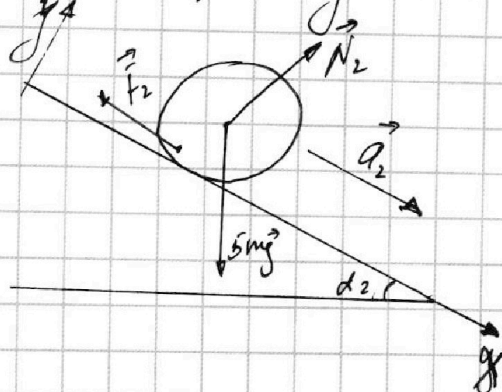
$$ox: mg \sin d_1 - F_1 = ma_1$$

$$F_1 = m(g \sin d_1 - a_1) =$$

$$= m \left(g \cdot \frac{3}{5} - \frac{7g}{17} \right) = \frac{51 - 35}{85} mg = \frac{16}{85} mg$$

$$F_1 = \frac{16}{85} mg$$

2) рассмотрим движение "шар-кемеш".



$$\vec{F}_2 + 5m\vec{g} = 5m\vec{a}_2$$

$$ox: 5mg \sin d_2 - F_2 = 5ma_2$$

$$F_2 = 5m(g \sin d_2 - a_2) =$$

$$= 5mg \left(\frac{8}{17} - \frac{8}{25} \right) =$$

$$= \frac{64 \cdot 5}{425} mg = \frac{64}{85} mg$$

$$F_2 = \frac{64}{85} mg$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

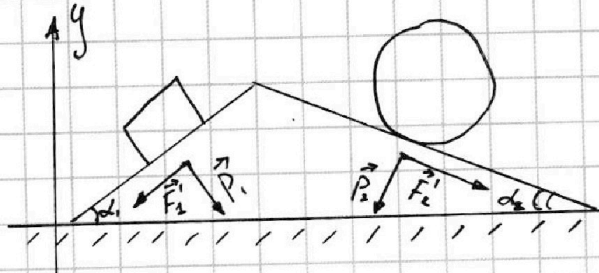
1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение №1.

3) рассмотрим равновесие "стол-мши".
по условию мши покоится, $a_{мш} = 0$.



P_1, P_2 - вес бруса и шара соотв.

F_1, F_2 - веса, действ. на мши по III 3-му

мьютона от сил тяжести бруса и шара соотв.

пусть F_{3x} - сила трения, действ. на мши вправо по Ох.

для мши:

$$\vec{F}_1' + \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{F}_2' + \vec{F}_3 + \vec{N} + M\vec{g} = 0, \quad \begin{array}{l} N - \text{сила реакц. опоры} \\ \text{мши} \\ M\vec{g} - \text{сила тяжести} \\ \text{мши} \end{array}$$

Ох:

$$F_{3x} + F_2' \cos \alpha_2 - F_1' \cos \alpha_1 + P_1 \sin \alpha_1 - P_2 \sin \alpha_2 = 0.$$

$$F_2' = F_2; \quad F_1' = F_1; \quad P_1 = mg \cos \alpha_1; \quad P_2 = 5mg \cos \alpha_2$$

$$F_{3x} = P_2 \sin \alpha_2 - P_1 \sin \alpha_1 + F_1' \cos \alpha_1 - F_2' \cos \alpha_2.$$

$$F_{3x} = 5mg \cos \alpha_2 \sin \alpha_2 - mg \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 + \frac{16}{85} mg \cos \alpha_1 - \frac{64}{85} mg \cos \alpha_2$$

$$F_{3x} = mg \left(5 \cdot \frac{120}{289} - \frac{12}{25} \right) + \frac{16}{85} \cdot \frac{4}{5} \cdot mg - \frac{64}{85} \cdot \frac{15}{17} \cdot mg =$$

$$= \frac{5mg \cdot 120}{289} - \frac{12mg}{25} + \frac{16 \cdot 4}{25 \cdot 17} mg - \frac{64 \cdot 15}{5 \cdot 289} mg =$$

$$= mg \left(\frac{5 \cdot 120}{289} - \frac{3 \cdot 64}{289} + \frac{16 \cdot 4}{25 \cdot 17} - \frac{12}{25} \right) = mg \left(\frac{408}{289} + \left(-\frac{140}{25 \cdot 17} \right) \right)$$

$$= \frac{7 \cdot 120}{7 \cdot 225} mg = \frac{1544}{1445} mg$$

$$\text{Ответ: } F_1 = \frac{16}{85} mg; \quad F_2 = \frac{64}{85} mg; \quad F_3 = \frac{1544}{1445} mg.$$

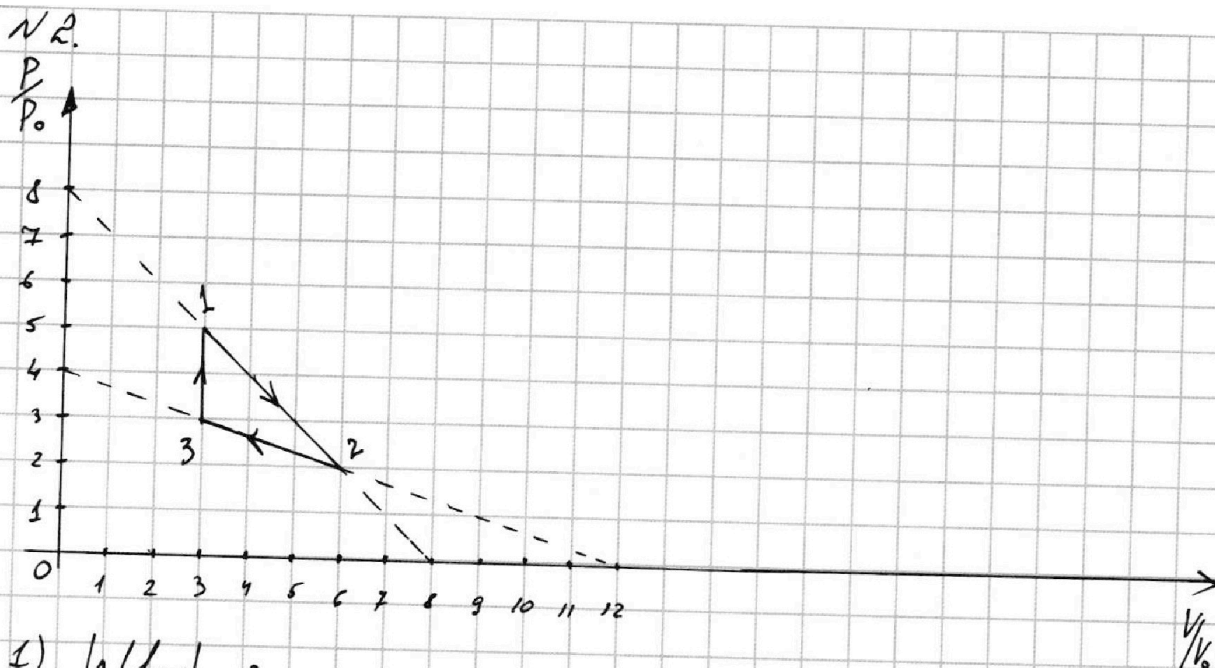


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1) \mu = \frac{|\Delta U_{3-1}|}{A} = ?$$

$$A = A_{13} + A_{12} + A_{23}; \quad A_{31} = 0. \quad V_{3-1} = \text{const}$$

$$A_{12} = \frac{(2 + 5)}{2} \cdot 3 p_0 V_0 = \frac{21}{2} p_0 V_0$$

$$A_{23} = -\frac{3 + 2}{2} \cdot 3 p_0 V_0 = -\frac{15}{2} p_0 V_0$$

$$A = \left(\frac{21}{2} - \frac{15}{2} \right) p_0 V_0 = \frac{6}{2} p_0 V_0 = 3 p_0 V_0$$

$$\begin{aligned} \Delta U_{3-1} &= \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{3-1}; \quad \Delta U_{3-1} = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_3) = \\ &= \frac{3}{2} \nu R \left(\frac{3 \cdot 5 p_0 V_0}{\nu R} - \frac{3 \cdot 3 p_0 V_0}{\nu R} \right) = \frac{3}{2} (15 - 9) p_0 V_0 = \\ &= \frac{3}{2} \cdot 6 p_0 V_0 = 9 p_0 V_0 \end{aligned}$$

$$\mu = \frac{|\Delta U_{3-1}|}{A} = \frac{9 p_0 V_0}{3 p_0 V_0} = 3 \Rightarrow \mu = 3.$$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение №2.

2) $\frac{T_M}{T_2} = ?$; T_M - максим. темпер. в процессе 1-2.

$$T_2 = \frac{12 p_0 V_0}{\nu R}; \text{ ~~темпер.~~ темпер. газа в 2.}$$

уравнение прями 1-2.

$$\frac{p}{p_0} = \alpha \cdot \frac{V}{V_0} + \beta$$

$$\begin{cases} 8 = \alpha \cdot 0 + \beta \Rightarrow \beta = 8 \\ 0 = 8 \cdot \alpha + \beta \Rightarrow \alpha = -5 \end{cases} \Rightarrow \frac{p}{p_0} = -\frac{V}{V_0} + 8$$

$$p = \left(-\frac{V}{V_0} + 8\right) p_0$$

$$p \cdot V = \nu R T \Rightarrow T = \frac{pV}{\nu R} \Rightarrow p = \frac{\nu R T}{V}$$

$$\frac{\nu R T}{V} = \left(-\frac{V}{V_0} + 8\right) p_0 \Rightarrow T = \frac{p_0}{\nu R} \left(-\frac{V^2}{V_0} + 8V\right)$$

максим. темпер. будет когда $\frac{dT}{dV} = 0$

$$dT = \frac{p_0}{\nu R} \left(-\frac{2V}{V_0} + 8\right) dV \Rightarrow \frac{dT}{dV} = \frac{p_0}{\nu R} \left(-\frac{2V}{V_0} + 8\right) = 0$$

$$V = 4V_0 \Rightarrow \text{максим.}$$

температ.

будет, когда $V = 4V_0$.

$$T_M = \frac{16 p_0 V_0}{\nu R}$$

$$\frac{T_M}{T_2} = \frac{16 p_0 V_0 \nu R}{\nu R 12 p_0 V_0} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$

$$\boxed{\frac{T_M}{T_2} = \frac{4}{3}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение №2.

3) η - ? - КПД

$$\eta = \frac{A}{Q_n}; \quad A - \text{все работы} \\ Q_n - \text{получ. кол-во теплоты}$$

$$A = 3 p_0 V_0 \quad (\text{из пункта 1}) \quad (A = 3 p_0 V_0)$$

$$Q_n = Q_{n1} + Q_{n2}; \quad Q_{n1} - \text{получен. кол-во теплоты в 1-2.}$$

$$Q_{n2} - \text{получ. кол-во теплоты в 1-3.}$$

Q_{n1} :

рассмотр. процесс 1-2.

$$\begin{cases} dQ = dA + dU \Rightarrow dQ = p dV + \frac{3}{2} \nu R dT \\ pV = \nu R T \\ dpV + p dV = \nu R dT \Rightarrow \end{cases} \rightarrow dQ = p dV + \frac{3}{2} p dV + \frac{3}{2} dpV (1)$$

с т. 1 до какого-то момента, тело получает тепло, а потом с того момента тепло начинает уходить до т. 2.

$$(\text{из пункта 2}): p = \left(-\frac{V}{V_0} + 8\right) p_0 \\ dp = -\frac{dV}{V_0} p_0$$

$$\text{в (1): } dQ = \frac{5}{2} dV \left(-\frac{V}{V_0} + 8\right) p_0 - \frac{3}{2} \frac{dV}{V_0} V p_0$$

нужно найти объем V' , при котор. $\frac{dQ}{dV} = 0$.

$$\frac{dQ}{dV} = \left(-\frac{5}{2} \frac{V p_0}{V_0} + \frac{5}{2} \cdot 8 p_0 - \frac{3}{2} \frac{V}{V_0} p_0\right) = 0$$

$$4 p_0 V_0 = 8 p_0 V \Rightarrow V = V' = 5 V_0 \rightarrow$$

$\rightarrow$ с т. 1 до $V' = 5 V_0$ - газ получает тепло.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение N2.

$$Q_{n.1} = \int_{3V_0}^{5V_0} \left(-\frac{5}{2} \frac{p_0}{V_0} V dV + 20 p_0 dV - \frac{3}{2} \frac{p_0}{V_0} dV \cdot V \right)$$

$$= \int_{3V_0}^{5V_0} 20 p_0 dV - \int_{3V_0}^{5V_0} 4 \frac{p_0}{V_0} V dV = 40 p_0 V_0 - 4 \frac{p_0 V_0^2}{V_0 \cdot 2} (25 - 9) =$$

$$= 40 p_0 V_0 - 2 p_0 V_0 \cdot 16 = 8 p_0 V_0$$

$$= 8 p_0 V_0$$

$$Q_{n.2} = Q_{n.3} \quad \text{ (из пункта 1) } \quad \text{ и } Q_{1.3} = 9 p_0 V_0$$

$$\eta = \frac{A}{Q_{n.2} + Q_{n.1}} = \frac{3 p_0 V_0}{17 p_0 V_0} = \frac{3}{17}$$

$$\text{Ответ: } \eta = 3 = \frac{|Q_{n.3}|}{A}$$

$$2) \quad \frac{T_M}{T_2} = \frac{4}{3}$$

$$3) \quad \eta = \frac{3}{17}$$



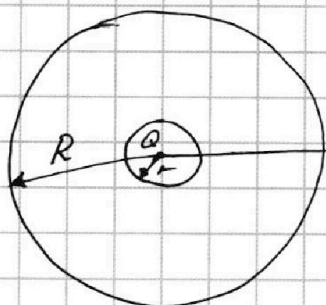
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3.



1) $g \text{ or } (0, 0 \text{ to } 5):$

$$E = \frac{kQ}{x^2}$$

$$\varphi = \frac{kQ}{x}$$

от $\frac{1}{2}R$ до R : ($r < x < R$):

$$E \cdot 4\pi(x^2 - r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{kQ}{\epsilon x^2} \rightarrow d\varphi = -E dx \Rightarrow d\varphi = -\frac{kQ}{\epsilon x^2} dx$$

$$\varphi = \int \frac{kQ}{\epsilon x^2} dx = \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{x} \right) \Big|_{\frac{1}{2}R}^R = \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\frac{1}{2}R} \right)$$

$$\varphi = \frac{kQ}{3\epsilon R} (3R - 4r)$$

2) ~~при $x = \frac{2R}{3}$~~ при $x = \frac{2R}{3}$: $\varphi_1 = \frac{kQ}{\epsilon} \cdot \frac{3}{2R} \cdot \frac{1}{3}$

$$\varphi_1 = \frac{kQ}{2\epsilon R} (2R - 3r)$$

(из формулы $r = \frac{R}{6}$).

$$\varphi_0 = \frac{kQ(x-R)}{xR} \Rightarrow \varphi_1 = 5\varphi_0; \varphi_1 = \frac{kQ}{2\epsilon R} \left(2 - \frac{1}{6} \right) R$$

$$= \frac{6 \cdot 3}{4 \cdot \epsilon R} kQ = \frac{9kQ}{2\epsilon R}$$

$$\Rightarrow \varphi_0 = \frac{45}{2} \frac{kQ}{\epsilon R} = \frac{kQ}{R} (x-R)$$

$$\frac{45}{2\epsilon} = 1 - \frac{R}{x} \Rightarrow \frac{R}{x} = \frac{2\epsilon - 45}{2\epsilon} \Rightarrow x = \frac{2\epsilon R}{2\epsilon - 45}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☒☐☐☐☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение №3.

при $x = \frac{R}{3}$

$$\varphi_2 = \frac{hQ}{\varepsilon r R} \cdot \frac{(R-3r)}{3} = \frac{hQ}{\varepsilon r R} \cdot (R-3r) =$$

$$= \frac{6hQ R}{\varepsilon R^2 \cdot 2} = \frac{3hQ}{\varepsilon R}$$

$$\varphi_2 = 8\varphi_0 \Rightarrow \frac{3hQ}{\varepsilon R} = 8 \cdot \frac{hQ}{2\varepsilon R^2} (2\varepsilon R - 2\varepsilon R + 45R)$$

=

Ответ: 1) $\varphi = \frac{hQ}{3\varepsilon r R} (3R - 45)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

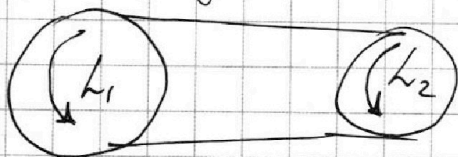
N4.

$$1) \begin{cases} \mathcal{E}_{\text{г}} = - \frac{ndB_0 S}{dt} = -L \cdot \frac{dI}{dt} \text{ — индукция } L_1 \\ \mathcal{E}_{\text{с}} = - \frac{(L_1 + L_2) dI}{dt} \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{dS \cdot n}{10L} \end{cases} \text{ — самоиндукция.}$$

2)

$$\mathcal{E}_{1i} = - \frac{ndB_1 S}{dt} = \frac{nB_0 S}{3 \cdot t} \text{ — у первой } (L_1) \text{ катушки.}$$

$$\mathcal{E}_{2i} = - \frac{3ndB_2 S}{dt} = \frac{3nB_0 S}{4t} \text{ — у второй катушки вг сверху}$$



$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{г}} + \mathcal{E}_{2i} &= + (L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} \\ \frac{nB_0 S}{3} + \frac{3nB_0 S}{4} &= 10L \cdot (I - 0) \end{aligned}$$

$$\boxed{I = \frac{13nB_0 S}{120L}}$$

Ответ: 1) $\frac{dI}{dt} = \frac{dB_0 n}{10L}$,

2) $I = \frac{13nB_0 S}{120L}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5.

1) $S_3 - ?$

$$F = 2h$$

$$\triangle SAO' \sim \triangle SOZ$$

$$OZ = 2r$$

$$\triangle ABK \sim \triangle ACM$$

$$\frac{BK}{CM} = \frac{F}{2r}, \text{ так как } CM = r$$

$$BK = \frac{r}{2} \Rightarrow 2BK = \frac{3}{2}r$$

$$S_3 = S_0 - S \Rightarrow S_0 = 4\sqrt{5}r^2; S = \frac{9}{4}\sqrt{5}r^2$$

$$S_3 = 4\sqrt{5}r^2 - \frac{9}{4}\sqrt{5}r^2 = \frac{7}{4}\sqrt{5}r^2 \Rightarrow S_3 = \frac{7}{4} \cdot 4\sqrt{5}(\text{см}^2) \Rightarrow \boxed{S_3 = 7\sqrt{5}(\text{см}^2)}$$

$$2) S_C - ? \Rightarrow S_C = S_2 - S_1; S_2 = 16\sqrt{5}r^2;$$

$$S_1 = 9\sqrt{5}r^2 \Rightarrow S_C = 16\sqrt{5}r^2 - 9\sqrt{5}r^2 = 7\sqrt{5}r^2 = 28\sqrt{5}(\text{см}^2)$$

Ответ: 1) $S_3 = 7\sqrt{5}(\text{см}^2)$

2) $S_C = 28\sqrt{5}(\text{см}^2)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

1) $S_3 - ?$

$$F = 2h$$

$$\triangle ABK \sim \triangle ACM$$

$$\triangle SAO' \sim \triangle SOZ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow OZ = 2r$$

$$\frac{BK}{CM} = \frac{r}{2r}; CM = r$$

$$BK = \frac{r}{2} \Rightarrow ZB = \frac{3}{2} r^2$$

$$S_3 = S_0 - S$$

$$S_0 = 4\pi r^2; S = \frac{9\pi r^2}{4}$$

$$S_3 = 4\pi r^2 - \frac{9\pi r^2}{4} = \frac{(16-9)\pi r^2}{4} = \frac{7}{4}\pi r^2$$

$$S_3 = \frac{7}{4} \cdot 4\pi = 7\pi \text{ (см}^2\text{)}$$

2) $S_c - ?$

$$S_c = S_2 - S_1$$

$$S_2 = 4^2 \pi r^2 = 16\pi r^2$$

$$S_1 = 36\pi r^2$$

$$S_c =$$



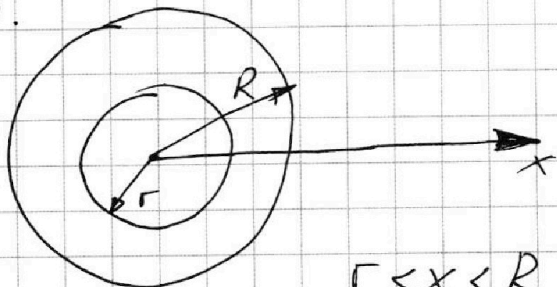
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3.



1) φ - ?

$r > x > 0$:

$$\varphi = \frac{kQ}{x}$$

$r < x < R$:

$$E = \frac{kQ}{\epsilon_0 (x^2 - r^2)}$$

$$E = \frac{kQ}{\epsilon_0 (x^2 - r^2)} \Rightarrow d\varphi = -E dx \Rightarrow d\varphi = -\frac{kQ dx}{\epsilon_0 (x^2 - r^2)}$$
$$\varphi = \int \frac{kQ dx}{\epsilon_0 (x^2 - r^2)}$$

$$= \frac{kQ}{2\epsilon_0 r} \left(\ln \frac{x+r}{r} - \ln \frac{x-r}{r} \right) = \frac{kQ}{2\epsilon_0 r} \cdot \ln \frac{x+r}{x-r}$$

$$\varphi = \frac{kQ}{2\epsilon_0 r} \cdot \ln \frac{3R+4r}{3R-4r}$$

$$\left(3R - \frac{2R}{3} \right) = \frac{4}{9}$$

$$\frac{4 \cdot 2}{9 \cdot 9} = \frac{14}{81}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$Q = A + pV$$

$$p dV + \frac{3}{2} p dV + \frac{3}{2} dp V = dQ$$

$$\frac{p}{p_0} = \alpha \cdot \frac{V}{V_0} + \beta$$

$$\begin{cases} 5 = \alpha \cdot 3 + \beta \\ 2 = \alpha \cdot 6 + \beta \end{cases} \Rightarrow \ominus$$

$$\begin{aligned} 3 &= -3\alpha \\ \beta &= 8 \end{aligned}$$

$$\frac{p}{p_0} = -\frac{V}{V_0} + 8 \Rightarrow p = \left(-\frac{V}{V_0} + 8\right) p_0$$

$$\frac{5}{2} p dV + \frac{3}{2} dp V = dQ$$

$$-\frac{5}{2} \frac{V}{V_0} dV p_0 + 20 p_0 dV + \frac{3}{2} \frac{p_0 dV}{V_0} V = dQ$$

$$-5 V p_0 + 40 p_0 V_0 - 3 p_0 V = 0$$

$$40 p_0 V_0 = 8 p_0 V \Rightarrow V = 5 V_0$$

$$pV = \gamma R T$$

$$\frac{\partial R T}{\partial V} = \left(-\frac{V}{V_0} + 8\right) p_0$$

$$T = \frac{p_0}{\gamma R} \left(-\frac{V^2}{V_0} + 8V\right)$$

$$T' = 0 \Rightarrow -\frac{2V}{V_0} + 8 = 0 \Rightarrow V = 4 V_0$$

$$\varphi = \frac{h Q}{\epsilon}$$

$$\frac{\gamma p}{\gamma p} \gamma = 5 \cdot p = 5 \cdot \frac{\gamma p}{\gamma p} = 5$$

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{V^2 - 5^2} &= \frac{1}{(x+5)(x-5)} \\ &= \frac{A}{x+5} - \frac{B}{x-5} \\ A(x-5) - B(x+5) &= 1 \\ Ax - 5A - Bx - 5B &= 1 \\ (A-B)x - 5(A+B) &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A-B &= 0 \\ -5(A+B) &= 1 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} A &= B \\ -10A &= 1 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} A &= -\frac{1}{10} \\ B &= -\frac{1}{10} \end{aligned}$$

$$\frac{\gamma p}{5 p} = \frac{\gamma p}{\gamma p}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten calculations and diagrams on grid paper.

Top Left: Calculations involving $\frac{17}{85}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{17}$, $\frac{51-35}{85}$, and $\frac{16}{85}$.

Top Right: Logarithmic equations: $\ln \frac{R+35}{R-35} = \ln 3$, $\ln \frac{2R+35}{2R-35}$, and $3mg \sin \alpha_2 + F_2 \sin \alpha_2$.

Center: A diagram of a circle with forces F_2 and mg acting on it. Below it, a calculation: $F_2 = 5 \cdot \frac{8}{17} + \frac{5 \cdot 8}{25} = \frac{425}{25}$.

Bottom Left: A diagram of a triangle with forces. Calculations include $\frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$, $\frac{12}{5} mg$, and $25 - 17 = 8$.

Bottom Right: A diagram of a triangle with forces. Calculations include $5mg \sin \alpha_1 = \frac{5 \cdot 3}{5} = 3mg$, $mg \cdot \frac{12}{25}$, $5 \cdot \frac{8}{17} \cdot \frac{15}{17}$, and $408/289$.

Bottom Center: A diagram of a triangle with forces. Calculations include $\frac{408}{289}$, $\frac{140}{25 \cdot 17}$, and $\frac{140}{25 \cdot 17}$.

Bottom Right: A diagram of a triangle with forces. Calculations include $\frac{1544}{1445}$, $\frac{4420}{5}$, $\frac{1445}{5}$, and $\frac{1445}{5}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{3R}{4}$$

$$\frac{304}{180} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{20/3}{10,6}$$

$$\varphi = \frac{kQ}{r^2}$$

$$\frac{R}{6}$$

$$\frac{5R}{6}$$

$$\frac{F}{G} = - \frac{4\varphi}{5}$$

$$F \cdot 4\pi r^2 = \frac{G \cdot Q}{\epsilon_0}$$

$$F = \frac{kQ}{\epsilon r^2}$$

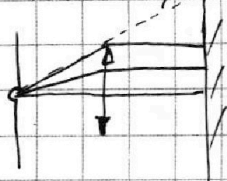
$$4\varphi = \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = \frac{kQ}{\epsilon} \frac{(r_1 - r_2)}{r_1 r_2}$$

$$F = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0} = \frac{kQ}{\epsilon_0^2 - 90 \cdot 8}$$

$$\varphi = \frac{kQ}{r^2} - 90 \cdot 8$$

$$E' = \frac{F}{\epsilon} = \frac{kQ}{(R^2 - r^2)\epsilon}$$

$$-E' d\varphi = d\varphi \Rightarrow d\varphi = \frac{kQ}{x^2 - r^2} \cdot dx$$



$$2 \frac{R}{3} + \frac{R}{6} = \frac{4R}{6} = \frac{2}{3} R$$

$$\varphi_1 = \frac{kQ(x_2 - r)}{\epsilon x_1 x_2} = \frac{kQ 3 \left(\frac{R}{3} - x \right)}{\epsilon r \cdot R} = \frac{kQ}{\epsilon r} \cdot \frac{R - 3x}{R}$$

$$\varphi_2 = \frac{kQ}{\epsilon r} \cdot \frac{2R - 3r}{2R}$$

$$\frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{2R - 3r}{2(R - 3r)} = \frac{1}{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

