



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}, \text{ девятый член равен } x + 3, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть d - шаг профессии
Тогда

$$\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = d^6 \cdot \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$d^6 = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^4}}$$

1) $x-6 > 0$ ~~$25x-9 > 0$~~
 $d = \sqrt[4]{\frac{1}{x-6}}$

Тогда $\sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot d^2 = x+3$

$$\sqrt{25x-9} = x+3$$

$$25x-9 = x^2 + 6x + 9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$x = 1 \quad x = 18$$

7. $x-6 > 0$: $x = 18$.

2) $x-6 < 0 \Rightarrow 25x-9 < 0 \Rightarrow$
 $x < \frac{25}{9}$

Аналог $d = \sqrt[4]{\frac{1}{6-x}}$

Аналогично п. 1

$$\sqrt{-(25x-9)} = x+3 \quad x > -3$$

$$-25x+9 = x^2 + 6x + 9$$

$$x^2 + 31x = 0$$

$$x = 0 \quad x = -31, \text{ так как } x > -3$$

 $x = 0$

Ответ: $x_1 = 18 \quad x_2 = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 2

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}$$

$$81-z^2 \leq 81 \Rightarrow \sqrt{81-z^2} \leq 9$$

1) $y \geq 5$

$$y+4+4y-20 = 5y-16 \geq 25-16 \geq 9 \geq \sqrt{81-z^2}$$

2) $y = 5$

$$y+4+4y-20 = 9 \geq \sqrt{81-z^2}$$

3) $-4 < y < 5$

$$y+4-4y+20 = 24-3y \geq 24-15 \geq 9 \geq \sqrt{81-z^2}$$

4) $y \leq -4$

$$-y-4-4y+20 = 16-5y \geq 36 > 9 \geq \sqrt{81-z^2}$$

Значит вариантов только 1 $y = 5 \Rightarrow \sqrt{81-z^2} = 9 \quad z = 0$

Имеем $\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(x-1)(5+x)}$$

$$-(x-1)(5+x) \geq 0 \Rightarrow (1-x)(5+x) \geq 0, \text{ если это } x+5 \geq 0 \text{ и } 1-x \geq 0$$

($\sqrt{1-x}$ и $\sqrt{x+5}$)

Значит $\rightarrow 2$ корня $f(x) = (1-x)(5+x) \geq 0$
 Проверим $x_1 = 1: \sqrt{6} - 0 + 4 = 2\sqrt{6}$ — не подходит
 $x_2 = -5: 0 - 2 + 4 = 2\sqrt{0}$

При $x \in [-5; 1]$ имеем: $\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(x+5)(1-x)}$ и
 $\sqrt{1-x} \leq \sqrt{4} < 4 \Rightarrow \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 > 0$

Введем обе части в квадрат: $x+5+1-x+16+2(4\sqrt{x+5}-4\sqrt{1-x}-\sqrt{x+5}\sqrt{1-x}) =$

=
 Имеем: $\sqrt{x+5} + 4 = 2\sqrt{(x+5)(1-x)} + \sqrt{1-x}$
 $x+5+8\sqrt{x+5}+16 = 4(x+5)(1-x) + 4(1-x)\sqrt{x+5} + 1-x$
 $x+5+8\sqrt{x+5}+16 = 20-16x-4x^2+4\sqrt{x+5}-4\sqrt{x+5}+1-x$
 $2x+4\sqrt{x+5} = -16x-4x^2-4x\sqrt{x+5}$
 $18x+4x^2 = -4\sqrt{x+5} - 4x\sqrt{x+5}$
 $18x+4x^2 = -4\sqrt{x+5}(-1-x)$
 $18x+4x^2 = -4\sqrt{x+5}(x+1)$
 $9x+2x^2 = -2\sqrt{x+5}(x+1)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$$3x + 2x^2 = -2\sqrt{x+5}(x+1)$$~~

~~$$4x^4 + 36x^3 + 81x^2 = 2(x+5)(x^2 + 2x+1)$$~~

~~$$4x^4 + 36x^3 + 81x^2 = 2(x^3 + 2x^2 + x + 5x^2 + 10x + 5)$$~~

~~$$4x^4 + 36x^3 + 81x^2 = 2x^3 + 4x^2 + 2x + 10x^2 + 20x + 10$$~~

$$4x^4 + 34x^3 + 67x^2 - 22x - 10 = 0$$

Пусть $x+5 = t$
 $t \in [0; 6]$

Умножим: $\sqrt{t} + \sqrt{6-t} + 4 = 2\sqrt{t(6-t)}$

$\sqrt{t} - \sqrt{6-t} + 4$ возрастает при $t \in [0; 6]$, а $2\sqrt{t(6-t)}$

$2\sqrt{t(6-t)} \leq 6$ значит $\sqrt{t} - \sqrt{6-t} \leq 2$

$$\sqrt{t} + 4 = 2\sqrt{t(6-t)} + \sqrt{6-t}$$

$$t + 8\sqrt{t} + 16 = 4t(6-t) + 4(6-t)\sqrt{t} + 6-t$$

$$(\sqrt{t} + 4)^2 = 4(6-t)(1 + \sqrt{t})$$

$$2t + 8\sqrt{t} + 10 = 4(6-t)(1 + \sqrt{t})$$

$$4 + 8\sqrt{t} + 5 = (12 - 4t)(1 + \sqrt{t})$$

$$4 + 8\sqrt{t} + 5 = 12 + 12\sqrt{t} - 4t^2 - 2\sqrt{t} +$$

$$5 = 11t + 8\sqrt{t} - 2t^2 - 2\sqrt{t}$$

$$2t^2 + 2\sqrt{t} - 11t - 8\sqrt{t} + 5 = 0$$

$$2t + 8\sqrt{t} + 10 = 24t - 4t^2 + 24\sqrt{t} - 4 + 5t$$

$$t + 4\sqrt{t} + 5 = 12t - 2t^2 + 12\sqrt{t} - 2\sqrt{t}$$

$$2t^2 + 24\sqrt{t} - 11t - 8\sqrt{t} + 5 = 0$$

Пусть $\sqrt{t} = a$, тогда $a \in [0; \sqrt{6}]$

$$2a^4 + 2a^3 - 11a^2 - 8a + 5 = 0$$

↑ нечетная

при $a = 0$ $2a^4 + 2a^3 - 11a^2 - 8a + 5 > 0$

при $a = 1$ $2a^4 + 2a^3 - 11a^2 - 8a + 5 < 0$ ($4 - 19 + 5$)

Значит корни есть на промежутке $a \in (0; 1)$

$$t \in (0; 1)$$

$$x+5 \in (0; 1)$$

$$x \in (-5; -4)$$

Ответ: x $y=5$ $z=0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7.6 $t \in [-1; 1]$

$\sqrt[3]{p}$
 $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}$$

если $p \in (-\infty; -7]$ $\cos x < 0$
если $p \in [1; +\infty)$ $\cos x > 0$

$$x = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$ если $p \in (-\infty; -7]$:

$$x = \arccos \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

если $p \in [1; +\infty)$ $x = \arccos \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

если $p \in (-7; 1)$ решение нет



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3p \cos x + 12 \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos x = 12 \cos^2 x + 4$$

$$4p \cos^3 x - 4 = 12 \cos^2 x - 12 \cos x$$

$$4(p \cos^3 x - 1) = 12 \cos x (\cos x + 1)$$

$$p \cos^3 x - 1 = 3(\cos^2 x - \cos x)$$

$$\text{или } \cos^3 x - \cos x = t \quad t \in [-1; 1]$$

$$\text{или } p \cdot t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$(t-1)^3 + t^3(p-1) = 0$$

$$t^3(p-1) = (1-t)^3$$

$$t \sqrt[3]{p-1} = 1-t$$

$$t = \frac{1 + t(1 + \sqrt[3]{p-1} + 1)}{p-1} = 1$$

$$t = \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \quad p \neq 0$$

$$\text{или } p \geq 1 \quad \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \leq \frac{1}{1} \quad \sim \quad \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} > 0$$

$$\text{или } p \in (0; 1): \quad \sqrt[3]{p-1} \in (-1; 0) \Rightarrow 1 + \sqrt[3]{p-1} \in (0; 1) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} > 1$$

$$\text{или } p \in (-7; 0): -2 < \sqrt[3]{p-1} < 0 \quad -1 < 1 + \sqrt[3]{p-1} < 1 \Rightarrow \left| \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \right| > 1$$

$$p \in (-\infty; -7]: \sqrt[3]{p-1} < -2 \quad 1 + \sqrt[3]{p-1} < -1 \Rightarrow$$

$$0 > \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \geq -1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

а) Если симметрично по каким-то 2-м параметрам из 3 одновременно, то и по 3-му тоже).

б) Если симметрично по всем вершинам, средним линиям и центр. клетке, то в каждой четверти по 2 клетки

и где 2х клеток из 3-х любых 2х клеток из одной четверти однозначно строится множество.

подсчитаем где 2х клеток из 4-х. Тогда кол-во способов: C_{10000}^2 (достаточно подсчитать где 1х клеток из 1-й четверти).

Эти варианты подсчитаны трижды, а должны 4 раза. Значит имеем

Всего вариантов: $6 \cdot C_{10000}^4 + 3(2 \cdot C_{10000}^1 \cdot C_{10000}^3 + (C_{10000}^2)^2) -$

$$- 2 \cdot C_{10000}^2 = 6 \cdot C_{10000}^4 + 6 \cdot C_{10000}^1 \cdot C_{10000}^3 + 3(C_{10000}^2)^2 - 2 \cdot C_{10000}^2$$

$$= 6 \cdot C_{10000}^4 + 6 \cdot C_{10000}^1 \cdot C_{10000}^3 + 3(C_{10000}^2)^2 =$$

$3 \cdot C_{20000}^4$, т.к. это все варианты выбора 4 клеток из 2х четвертей ($2 \cdot C_{10000}^4 \leftarrow 4$ из 16 кв. $2 \cdot C_{10000}^1 \cdot C_{10000}^3 \leftarrow 1$ и 3 $(C_{10000}^2)^2$ — по 2.

Тогда получаем ответ $3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{10000}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~5

I	II
III	IV

Пусть есть 4 четверти (полученные разрезанием по средним линиям) каждая: прямоугольник 50×200

Заметим, что для клеток в одной четверти ~~любая~~ пара симметричных клеток находится в разных четвертях (симметричных относит. центра или ср. линии)

Возьмем любую клетку I четверти. Она может быть в множестве с одной из 3х симметрий

1) Относительно

Найдем кол-во способов выбрать множество с центральной симметрией

Заметим, что клетки подходящего множества могут лежать в 2х или 4х различных четвертях.

1) Пусть клетки множества лежат в 2х разл. четвертях.

Тогда где-то каждая пара в каждой из этих четвертей ровно 4 точки клетки. Рассмотрим для I четверти:

Способов выбрать 4 клетки $C_{10,000}^4$, и есть 3 варианта, в какую четверть эти клетки образовать. То есть всего $3 \cdot C_{10,000}^4$ вариантов. Так где каждой четверти

Всего $4 \cdot 3 \cdot C_{10,000}^4$ вариантов, но каждой почитаем дважды (из I в IV и из IV в I) $\Rightarrow$ всего вариантов

$$6 \cdot C_{10,000}^4$$

Если клетки лежат во всех 4х четвертях. Допустим, симметрично относительно горизонт. ср. линии. Тогда надо выбрать по 2 точки в I и II четверти $\Rightarrow$ вариантов

$$2 \cdot C_{10,000}^2 \cdot C_{10,000}^2 + C_{10,000}^1 \cdot C_{10,000}^1 \quad (по 2 или 1 и 3) \quad (\text{клетки в I и IV})$$

Аналогично с симметрией относит. вертик. ср. линии, и

с симметрией относительно центральной точки.

Но, часть вариантов, полученных отражением относительно есть варианты, когда симметрия одновременно по нескольким всем 3м параметрам (по обеим ср. линиям и по центральной точке)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Если $c < a < b$: ~ 6 $(a-c)(b-c) = p^2$ и $a-c > 0$ и $b-c > 0$

Также $(a-c) \in \mathbb{N}$ и $(b-c) \in \mathbb{N}$ т.к. p - простое и

$(b-c) > (a-c)$ $(b-c) = p^2$ $a-c = 1$

$(b-c) - (a-c) = p^2 - 1$

$b-a = p^2 - 1$ Заметим, что $p^2 \equiv 1 \pmod{3}$
 или $p^2 \equiv 0 \pmod{3}$

значит $p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3}$ или $p = 3$

т.к. $(b-a) \nmid 3$ $p = 3$ Тогда $b = a + 8$

$a^2 + b = 710 \Rightarrow a^2 + a + 8 = 710$

$a^2 + a + 702 = 0$

$a_1 = 26$

$a_2 = -27$

$b_1 = 34$

$b_2 = -19$

$c_1 = 25$

$c_2 = -28$

2) Если $a < c < b$, то $(a-c)(b-c) < 0$, но $(a-c)(b-c) = p^2 > 0$
 невозможно

3) Если $a < b < c$, то $(a-c) < 0$ и $(b-c) < 0$ и $(b-c) > (a-c)$
 аналогично н. 1 (значит $b-c = -1$ $a-c = -p^2$)

$(b-c) - (a-c) = b-a = p^2 - 1$ аналогично н. 1 $b-a = 8$

аналогично н. 1

$a_3 = 26$

$a_4 = -27$

$b_3 = 34$

$b_4 = -19$

$c_3 = 35$

$c_4 = -18$

Подстановкой под условие задачи можно убедиться, что все варианты подходят. Других случаев упорядочивания a, b и c нет, т.к. $a < b$

Ответ $(a_1 = 26, b_1 = 34, c_1 = 25)$ $(a_2 = -27, b_2 = -19, c_2 = -28)$

$(a_3 = 26, b_3 = 34, c_3 = 35)$ $(a_4 = -27, b_4 = -19, c_4 = -18)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

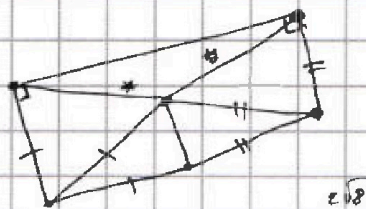
СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{4} - \sqrt{6-t} + 4 = 2\sqrt{t(6-t)}$$

62727



$$a_2 \cdot d^3 = a_{15}$$

$$\frac{a_{15}}{a_2} = d^3$$

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\sqrt{\frac{1}{(x-6)^2}}$$

$$t(6-t) \geq 4$$

$$\cos(2x+x) = \cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x$$

$$2\cos^2 x - \cos x = 2\cos^2 x \sin x$$

$$\frac{1}{(x-6)^2} = d^3$$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4$$

$$d = 4\sqrt{\frac{1}{x-6}}$$

$$p \cos 3x + 3p \cos x + 12 \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$5-4x-x^2$$

$$-(x+5)(x-1)$$

$$x=5$$

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \sqrt{\frac{1}{(x-6)^2}} = \sqrt{25x-9} = x+3$$

$$(1-x)(x+5)$$

$$p(\cos 3x + 3\cos x)$$

$$12\cos^2 x + 4$$

$$-1 = -4 + 3$$

$$(x-1)(x-16)$$

$$x+5 - x^2 - 5x =$$

$$= 5 - 4x - x^2$$

$$p \cdot 4\cos^3 x + 12\cos x = 12\cos^2 x + 4$$

$$2\cos^3 x - \cos x - 2\cos^2 x \sin x$$

$$1 + \sqrt[3]{p-1} \geq 1$$

$$4p^3 - 12t^2 + 12t + 4 = 0$$

$$a-6 = 2(2-\sqrt{a^2})$$

$$2\cos^3 x - \cos x \quad (1-x)(x+5) \geq 0$$

$$\sqrt[3]{p-1} \geq 0$$

$$p \geq 1$$

$$2\cos^3 x (\cos(\frac{2\pi}{3}-x))$$

$$a+4 = 2\sqrt{a^2} + 6$$

$$\cos \frac{\pi}{3} = 4 \cdot \cos^3(\frac{\pi}{3}) - 3 \cos \frac{\pi}{3}$$

$$1 + \sqrt[3]{p-1} \leq -1$$

$$a \geq 6$$

$$-1$$

$$\sqrt[3]{p-1} \leq -2$$

$$p^3 - 3t^2 + 3t - 4 = 0$$

$$4 \cdot \frac{1}{8} - \frac{3}{2}$$

$$|y+4| + 4|y-5|$$

$$+a(t-1)^3 + t(p-1) = 0$$

$$y \geq 5$$

$$y+4+4y-20 \geq 9$$

$$p=1$$

$$\sqrt[3]{p-1} \leq -2$$

$$p-1 \leq -8$$

$$p \leq -7$$

$$y < 5$$

$$p > 1$$

$$p \leq 1$$

$$y+4+20-4y \quad p < 0$$

$$2t^2 - 11t +$$

$$2+5t$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-42}$$

$$+4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+2}$$

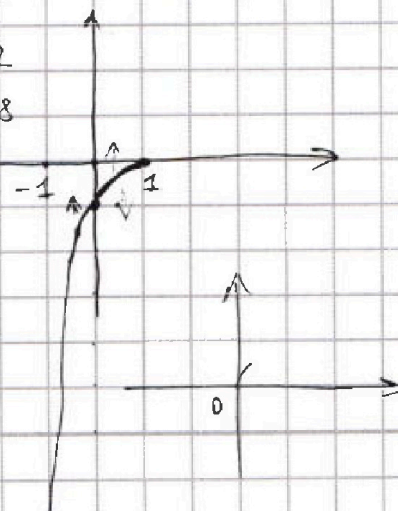
$$-y-4-4y+20$$

$$2t^2 - 11t = t(2t-11)$$

$$16-5y$$

$$2t^2 - 11t$$

$$2x^3 - 8x + 5$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

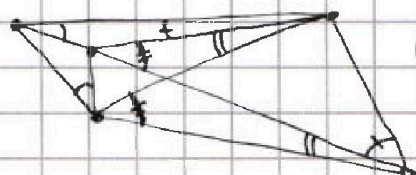
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a < b$$

$$1 + 1' = 2'$$

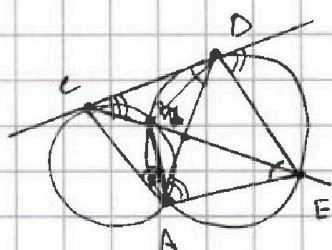


$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$p \cdot p \quad p^2 = 1$$

$$b - a = 3a + 1$$

$$b - a = 3k + 1$$



$$k \in \mathbb{N} \quad k \geq 0$$

$$b - a = 1$$

$$b = a + 1$$

$$a^2 + a + 709 = 0$$



$$1) \quad c < a < b$$

$$a - c = 1$$

$$b - c = p^2$$

$$b - a = p^2 - 1$$

$$p^2 = 1 \quad p$$

$$1) \quad p = 3$$

$$\frac{1}{3}$$

$$b - a = 8$$

$$a^2 + a + 8 = 710$$

$$a^2 + a - 702 = 0$$

$$D = 1 +$$

$$a_1 = -27$$

$$a_2 = 26$$

$$\begin{array}{r} \times 26 \cdot 22 \\ \hline 572 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 702 \\ \hline 2808 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ + 52 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$2809$$

$$\begin{array}{r} 702 \overline{) 26} \\ \underline{52} \\ 182 \end{array}$$

$$2) \quad a < b < c$$

$$a < b < c$$

$$b - c = -p^2 - 1$$

$$a - c = -p^2$$

$$b - a = 8$$

$$b - a = 1 - p^2 - 1$$