



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \text{ десятый член равен } x+4, \text{ а двенадцатый член равен } \sqrt{(15x+6)(x-3)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⇒
По мере $\sqrt{\frac{75x+6}{(x-3)^3}} \cdot q^6 = x+4$, где
невозможно, но если $x = -22$ не подходит

при $x = 5$:

$$\sqrt{\frac{75x+6}{(x-3)^3}} = \sqrt{\frac{75 \cdot 5 + 6}{2^3}} = \sqrt{\frac{81}{8}} = \frac{9}{2\sqrt{2}}$$

$$x+4 = 9 \Rightarrow q^6 = 9 \cdot 2\sqrt{2} \Rightarrow q^2 = \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{\frac{75x+6}{(x-3)^3}} \cdot (x-3) = \sqrt{81 \cdot 2} = 9\sqrt{2} = (x+4) \cdot q^2 = 9 \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$$

$$\sqrt[3]{2} = \sqrt{2}, \text{ что верно} \Rightarrow x = 5 \text{ подходит}$$

при $x = -1$:

$$\sqrt{\frac{75x+6}{(x-3)^3}} = \sqrt{\frac{75 \cdot (-1) + 6}{-4^3}} = \sqrt{\frac{9}{-64}} = \frac{3}{4\sqrt{2}}$$

$$x+4 = 3 \Rightarrow q^6 = 2^3 \Rightarrow q^2 = 2$$

$$\sqrt{\frac{75x+6}{(x-3)^3}} \cdot (x-3) = \sqrt{-9 \cdot (-4)} = 3 \cdot 2 = (x+4) \cdot q^2 = 3 \cdot 2,$$

что верно $\Rightarrow x = -1$ подходит.

Ответ: -1; 5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{По условию } \frac{(75x+6)^2 (x-3)^2}{(x+4)^4} = (x-3)^2, x-3 \neq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{(75x+6)^2}{(x+4)^4} = 1$$

$$(75x+6)^2 = (x+4)^4$$

$$\begin{cases} 75x+6 = (x+4)^2 \\ -(75x+6) = (x+4)^2 \end{cases}$$

$$\text{а) } x^2 + 8x + 16 = 75x + 6$$

$$x^2 - 67x + 10 = 0$$

$$x_1 = \frac{67-3}{2} = \frac{64}{2} = 32$$

$$x_2 = \frac{67+3}{2} = \frac{70}{2} = 35$$

при $x=2$:

$$\sqrt{\frac{75x+6}{x-3}} = \sqrt{\frac{75 \cdot 2 + 6}{2-3}} = \sqrt{-\frac{36}{1}} \notin \mathbb{R} \Rightarrow x=2 \text{ не подходит}$$

при $x=-22$:

$$\sqrt{\frac{75x+6}{x-3}} > 0; x+4 = -22+4 = -18 < 0 \Rightarrow$$

$$\text{б) } x^2 + 8x + 16 = -75x - 6$$

$$x^2 + 83x + 22 = 0$$

$$x_3 = -1$$

$$x_4 = -22$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

43



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть квадратный корень равен q , тогда

$$\left\{ \begin{aligned} \sqrt{\frac{15x+6}{(x+3)^3}} \cdot q^8 &= \sqrt{(15x+6)(x-3)} \\ \cancel{\sqrt{(x+4)^2}} \cdot q^2 &= \sqrt{(15x+6)(x-3)} \end{aligned} \right. \text{из условия}$$

Получим, что $15x+6 \neq 0$, иначе $x = -\frac{6}{15}$ и среднему 0, что дает $x+4 = 0 \Rightarrow x = -4 = -\frac{6}{15}$.

что не дает смысла. Следовательно $x+4 \neq 0$.

Из первого равенства можно перейти к

$$\sqrt{15x+6}, \text{ получим}$$

$$\frac{q^8}{\sqrt{(x+3)^3}} = \sqrt{x-3}, \quad x-3 \neq 0$$

$$q^8 = (x-3)^2$$

из второго уравнения

$$q^2 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}, \text{ что дает}$$

$$q^8 = \frac{(15x+6)(x-3)^2}{(x+4)^4} = (x-3)^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Выводим на второе равенство:

$$\text{левая часть} \leq 75, \text{ что } 225 - z^2 \leq 75^2$$

Оценим правую часть снизу:

$$A = |y-20| + 2|y-35|$$

$$\text{при } y \leq 20: 2|y-35| \geq 2 \cdot 75 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A \geq 2 \cdot 75 = 30, \text{ что не бывает, что левая часть} \leq 75$$

$$\left(\text{при } 20 < y \leq 35: \right.$$

$$|y-20| = y-20, 2|y-35| = 2(35-y), \text{ что есть}$$

$$A = y-20 + 2(35-y) = 2 \cdot 35 - 20 - y = 50 - y \geq 75,$$

причем равенство достигается только при $y = 35$.

$$\left. \text{при } y > 35: \right) \uparrow$$

$$\& \quad |y-20| > 75 \Rightarrow A > 75, \text{ что не бывает}$$

Снова вывод, второе равенство может выполняться, только если обе части ≥ 75 .

$$\text{Но тогда } 225 - z^2 = 75^2 \Rightarrow z^2 = 0; z = 0, \text{ а}$$

$$y = 35 \text{ и } y \text{ подтверждены } \uparrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Предположим наибольшее значение в левой части.

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 \geq 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

Заменяем $35 - 2x - x^2 = -(x+7)(x-5) =$

$$> \cancel{(x+7)(x-5)} (x+7)(5-x)$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{(x+7)(5-x)} - 6$$

Заменяем $\begin{cases} x+7 \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [-7; 5]$,

проверим что для всех этих значений $(x+7)(5-x) \geq 0$.

Найдем все корни в абзаце.

$$(x+7) + (5-x) - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4\sqrt{(x+7)(5-x)} + 6^2 - 2 \cdot 2\sqrt{(x+7)(5-x)} \cdot 6$$

$$24\sqrt{(x+7)(5-x)} - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4(x+7)(5-x) + 24$$

$$22\sqrt{(x+7)(5-x)} = 2(x+7)(5-x) + 12$$

$$t = \sqrt{(x+7)(5-x)}$$

$$11t = \cancel{2t^2 + 2}, \quad 12 + 2t^2$$

$$2t^2 - 11t + 12 = 0$$

$$D = 121 - 4 \cdot 2 \cdot 12 = 121 - 96 = 25$$

$$t_1 = \frac{11-5}{2 \cdot 2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$t_2 = \frac{11+5}{2 \cdot 2} = \frac{16}{4} = 4$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(x+7)(5-x)} = \frac{3}{2}$$

$$(x+7)(5-x) = \frac{9}{4}$$

$$4(x+7)(5-x) = 9$$

$$4(-x^2 - 2x + 35) = 9$$

$$4x^2 + 8x - 35 \cdot 4 = -9$$

$$4x^2 + 8x - 131 = 0$$

$$D = 8^2 + 4 \cdot 4 \cdot 131 =$$

$$= 4^2(2^2 + 131) =$$

$$= 4^2 \cdot 135$$

$$x_3 = \frac{-8 - 4\sqrt{135}}{8} = -1 - \frac{3\sqrt{15}}{2}$$

$$x_4 = \frac{-8 + 4\sqrt{135}}{8} = -1 + \frac{3}{2}\sqrt{15}$$

$$-1 - \frac{3}{2}\sqrt{15} < -7$$

$$\frac{3}{2}\sqrt{15} < 6$$

$$\sqrt{15} < 4 \text{ верно}$$

$$\frac{3}{2}\sqrt{15} - 7 < 5$$

$$\frac{3}{2}\sqrt{15} < 6$$

целые дробные. (мало букв, очень)

x_1, x_2, x_3, x_4

$$\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4$$

$$(x+7)(5-x) = 16$$

$$-x^2 - 2x + 35 = 16$$

$$x^2 + 2x - 19 = 0$$

$$x^2 + 2x - 19 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 19 = 80$$

$$x_1 = \frac{-2 - 4\sqrt{5}}{2} = -1 - 2\sqrt{5}$$

$$x_2 = \frac{-2 + 4\sqrt{5}}{2} = -1 + 2\sqrt{5}$$

$$-1 - 2\sqrt{5} > -7$$

$$-1 + 2\sqrt{5} < 7$$

$$\sqrt{5} < 3;$$

$$-1 + 2\sqrt{5} < 5$$

$$2\sqrt{5} < 6$$

$$\sqrt{5} < 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 A &= \cos 3x = \cos x \cdot \cos 2x - \sin x \cdot \sin 2x = \\
 &= \cos x \cdot (2\cos^2 x - 1) - 2\sin x \cdot \cos x \cdot \sin x = \\
 &= 2\cos^3 x - \cos x - 2\sin^2 x \cdot \cos x = \\
 &= 2\cos^3 x - \cos x - 2(1 - \cos^2 x) \cdot \cos x
 \end{aligned}$$

$$A = 2\cos^3 x - \cos x + 2\cos^3 x - 2\cos x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$4\cos^2 x - 3\cos x + 6\cos x = 3(2\cos^2 x - 1) + p$$

$$4\cos^3 x - 2\cos^2 x + 3\cos x = p - 3$$

$$\cos x \in [-1; 1] \Rightarrow \text{монотонно}$$

найти минимальное и максимальное

значения функции $f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t$ на

$[-1; 1]$, найти функцию также критич

все промежуточные значения. Следует максимум!

$$(4t^3 - 6t^2 + 3t)' = 4 \cdot 3t^2 - 6 \cdot 2t + 3 = 0$$

$$12t^2 - 12t + 3 = 0$$

$$4t^2 - 4t + 1 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D = 4^2 - 4 \cdot 4 = 0$$

$$k_1 = \frac{4}{2-4} = \frac{7}{2}, \text{ но с\textsubscript{т}ь кр\textsubscript{т} f = \frac{7}{2} \text{ достигается на } [-8; 7]$$

$$f\left(\frac{7}{2}\right) = 4 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^3 - 6 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 3 \cdot \frac{7}{2} = \frac{7}{2} - \frac{6}{4} + \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$$

Минимальное значение достигается в $k_2 = -1$,

$$\text{ибо } 4k^3 \geq 4 \cdot (-1)^3, \quad -6k^2 \geq -6 \cdot (-1)^2;$$

$$3k \geq 3 \cdot (-1)$$

$$f(-1) = 4 \cdot (-1)^3 - 6 \cdot 1 + 3 \cdot (-1) = -13$$

$$\text{Следовательно } -13 \leq f(k) \leq \frac{7}{2} \text{ на } k \in [-1; 7];$$

$$-10 \leq f(k) + 3 \leq \frac{7}{2} + 3 \text{ Равен } f(k) + 3 = p.$$

В с\textsubscript{т}ь кр\textsubscript{т} $p \in [-10; 2\frac{7}{2}]$ есть решение.

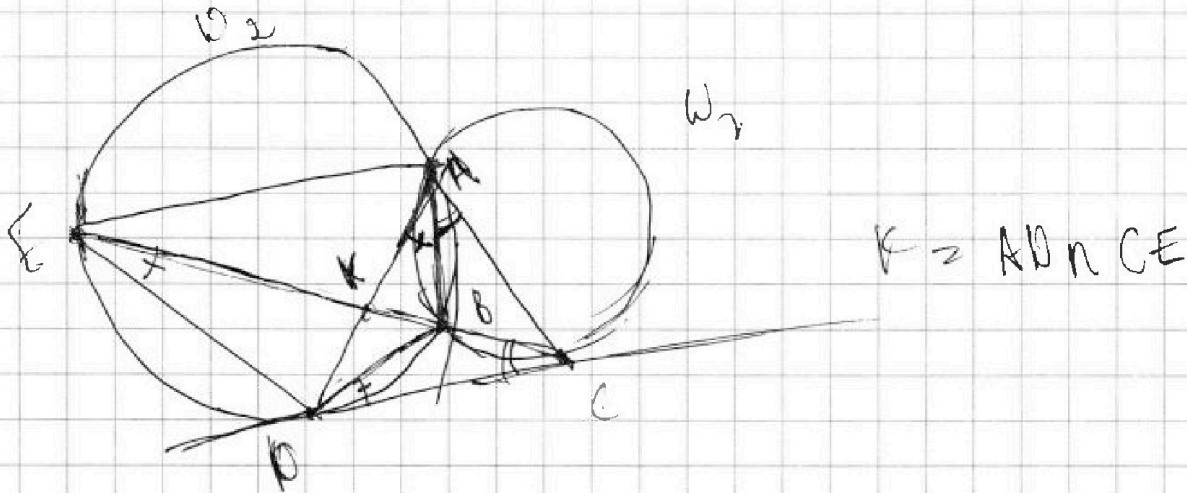


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$ABDE$ - вписанно $\Rightarrow \angle AED = \angle EBD$
 $\angle EAD = \angle EBD$

$\angle CPB = \angle BCD$, ибо CD - касательная к W_1 ,
 $\angle DAB = \angle BDC$, ибо DC - касательная к W_2

(мало было, $\angle EBD = \angle BCD + \angle CPB =$
 $\Rightarrow \angle DAB + \angle CAB = \angle DAC$

$\angle EBD = \angle DAC$ (но еще $\angle EAD = \angle DAC$.
 $\angle EAD$

$\angle AED = \angle ADC$, ибо DC - касательная к W_2 и секущая

$(\angle EAD = \angle DAC; \angle AED = \angle ADC) \Rightarrow \triangle EAD \sim \triangle DAC$

они подобны по двум углам с центром в А

Поэтому $\frac{ED}{DC} = \frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Способов выбрать 4 где один в одну
каверши для $C_{200-750}^2$

Применяем, что каждый способ, входящий
в $\{A \cap B\}$ также входит в $\{A \cap C\}$ и в
 $\{B \cap C\}$ и $\{A \cap B \cap C\}$ \Rightarrow входит и в
 $A \cap B \cap C$

Поэтому $|A \cap B| = |A \cap C| = |B \cap C| = |A \cap B \cap C|$, т.к.

группы шаров нем. $|A \cap B| = C_{200-750}^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow |A \cup B \cup C| = 3 \cdot C_{200-750}^2 - 2 \cdot C_{200-750}^2$$

$$+ C_{750-200}^2 = 3 \cdot C_{200-750}^2 - 2 \cdot C_{200-750}^2 =$$

$$= 1 \cdot C_{200-750}^2 - 2 \cdot C_{50-750}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

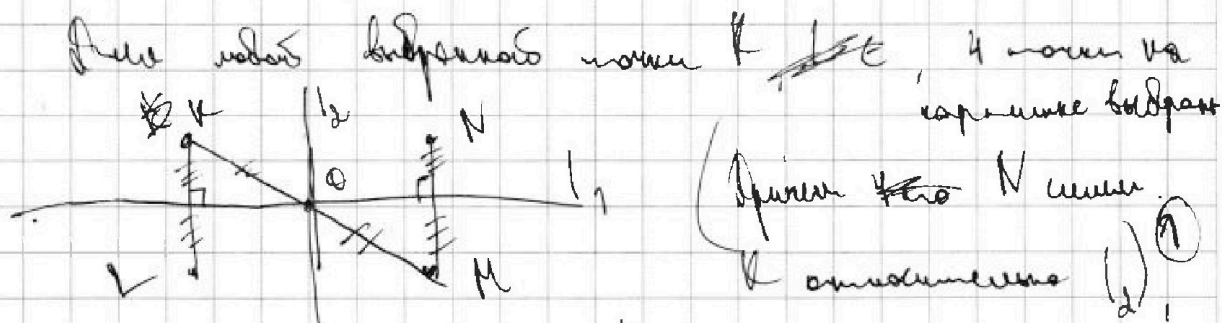
СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

* Кадром mn -го, n -го уровня в B , содержат
4 точки слева от l , 4 точки справа от l ,
две точки и симметричная им от l находит
на l разных сторон от l . По условию на 4 точки
слева симметрично лежат 4 точки справа \Rightarrow
 $\Rightarrow |B| = C_{200-750}^4$

$$\text{аналогично } |C| = C_{200-750}^4$$

Ищем $|A \cap B|$:



K, L, M, N расположены в
разном направлении, на l_1 разобьем дугу $l_1 = -$;

$$l_2 = |$$

По две ~~на l_1~~ на l_1 по две симметричные точки



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Длина A - количество мн-в из 8 элементов на дороге, симметричных центральному элементу.

B - (количество мн-в из 8 элементов на дороге), симметричных элементу.

C - (---), симметричных элементу.

горизонтальная
4 элемента

Далее

$$|A \cup B \cup C| = (|A| + |B| + |C| - (|A \cap B| + |A \cap C| + |B \cap C|) + |A \cap B \cap C|)$$

но др-е вычисления не подходят

Пример 4 $|A \cup B \cup C|$ - ответ к задаче, число комбинаций способ мн-в элементов в этом числе равно 7 раз.

Итак, количество $|A|$

Любое мн-во, выходящее в A , содержит 4 точки выше —, 4 точки ниже —, причем по 4 точки, симметричные выше —, симметричные ниже —

повышения 4 точки ниже — из 8-б центрального элемента.

Итак, ответ $|A| = C_4^{200-150} = 2$

Итак, ответ $|B|$ - она равна



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

↗

$$a, b, c \in \mathbb{R}; \quad a > b;$$

$$(a-c)(b-c) = p^2, \quad \text{где } p \in \mathbb{P} \text{ - простое}$$

$a-c > b-c \Rightarrow$, применим лемму Ферма-Схоора
лемма p^2 в виде 2 ~~слагаемых~~ ^{слагаемых}:

$$p^2 = p^2 \cdot 1^2 = p \cdot p = (-p) \cdot (-p) = (-p^2) \cdot (-1).$$

Итак, найдем первый и последний варианты:

$$1) \begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$a-b = p^2 - 1 \quad \text{если } p \neq 3, \text{ то } p^2 - 1 \text{ не делится на } 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{в первом случае } p^2 - 1 \equiv 3, \quad a-b \equiv 3, \text{ что не делится на } 3.$$

$$\text{значит, } p \equiv 3 \Rightarrow p = 3.$$

$$a-b = 3^2 - 1 = 8 \quad \Rightarrow a = b + 8$$

$$b^2 + a = b^2 + b + 8 = 920$$

$$b^2 + b + 8 = 920$$

$$b^2 + b - 912 = 0$$

$$b = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 912}}{2} = \frac{-1 \pm 61}{2} = 30$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_1 = \frac{-7 - 57}{2} = -20; \quad a_1 = -27; \quad c_1 = b_1 - 7 = -20$$

$$b_2 = \frac{-7 + 57}{2} = 28; \quad a_2 = b_2 + 8 = 36; \quad c_2 = 27$$

$$2) \quad \begin{cases} a - c = -7 \\ b - c = 27 \end{cases}$$

$$a - b = 27 - 7 = 20, \text{ аналогично } b = 27;$$

$$a - b = 20$$

$$b_3 = -20; \quad a_3 = b_3 + 8 = -27; \quad c_3 = a_3 + 7 = -20$$

$$b_4 = 28; \quad a_4 = 36; \quad c_4 = 27$$

Вариант 2, ответ: $(a_i, b_i, c_i) \in \mathbb{Z}^3$
 $1 \leq i \leq 4$

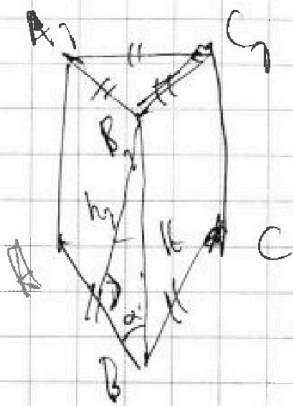
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} & \begin{cases} \approx S_1 \\ \approx S_2 \end{cases} \\ & \begin{cases} AA_1B_1C_1 \approx S \\ BB_1C_1C \approx S \end{cases} \\ & \begin{cases} \approx S_1 \\ \approx S_2 \end{cases} \\ & \begin{cases} \approx S_1 \\ \approx S_2 \end{cases} \\ & S_{ACC_1A_1} \approx S \end{aligned}$$

$AA_1B_1C_1, BB_1C_1C; C_1CBB_1$ - параллельно
параллельно $\Rightarrow S_1 = h_1 \cdot a; S_2 = h_2 \cdot a;$

$S_3 = h_3 \cdot a$, где $a = 2$ - основание, h_i - высота,
~~высота~~ высота основания.

$$h_1 \approx h_2 = \frac{S}{2}; \quad h_3 = 2$$

Высоты, это расстояния от B_1 на AB и BC
равны $\Rightarrow B$ лежит на биссектрисе угла $\angle ABC$
или $\angle ABC$, но тогда $AA_1 \perp AC; C_1C \perp CB \Rightarrow$
 $\Rightarrow AA_1C_1C$ - прямоугольник $\Rightarrow AA_1 = h_1 = 2 = AC_1$,
но если AA_1C_1C - квадрат.

~~Но тогда $h_1 = 2$~~ $BB_1 = AA_1 = 2$, ~~но $h_1 = 2$~~

~~$h_1 = \frac{S}{2}$~~ , тогда $\sin \alpha = h_1 \sin \alpha = \frac{h_1}{BB_1} = \frac{S}{2} \Rightarrow$

Косе. \Rightarrow h_1 - все найдем, что $\sin \alpha = 1$,
но \neq найдем все \sin $\sin \alpha < 1$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin \alpha = \frac{h_1}{k}$$

$$KM^2 = KL^2 - LM^2 = KN^2 + NM^2$$

$$MN \perp NL \Rightarrow LM^2 = 2NL^2, \text{ так как } \angle NLM = 90^\circ,$$

и отсюда все выразимся

$$LM = 2NL.$$

$$KM = \sqrt{KL^2 - LM^2} = \sqrt{KL^2 - 4NL^2}, \text{ а}$$

KL, PL — константы, а все мы знаем.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\cos 3x = \cos x \cdot \cos 2x - \sin 2x \cdot \sin x$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\left(\cos x \cdot (2\cos^2 x - 1) - 2\sin^2 x \cdot \cos x \right) + 6\cos x = 3(2\cos^2 x - 1) + p$$

$$\left(2\cos^3 x - \cos x - 2(1 - \cos^2 x) \cdot \cos x \right) + 6\cos x = 6\cos^2 x - 3 + p$$

$$8\cos^3 x - 2\cos x - 2\cos^3 x \cos x + 6\cos x = 6\cos^2 x - 3 + p$$

~~27~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

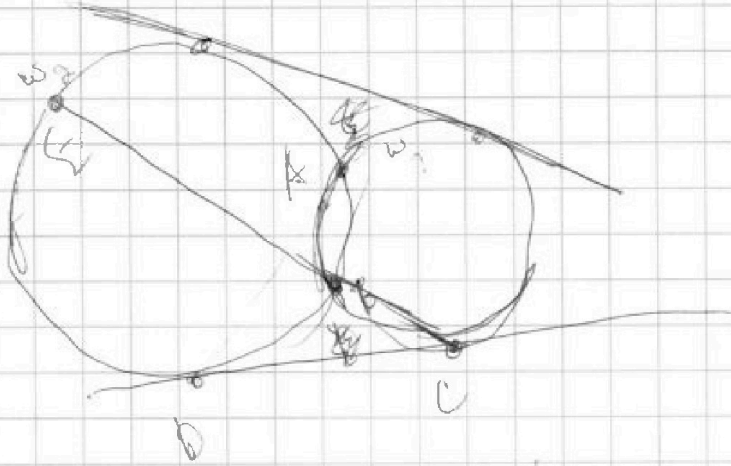
- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

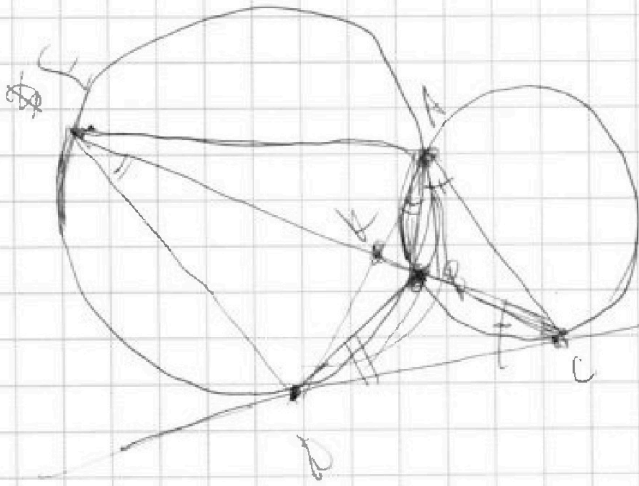
~~1/6~~



$$AO^2 = AE \cdot \sqrt{2}$$

$$AO^2 = AC \cdot AO^2$$

$$= AE \cdot AO^2$$



$$\frac{AC}{AE} = k = \frac{2}{25}$$

$$AC = AC \cdot k$$

$$AE = AE \cdot k$$

$$\triangle ACD \sim \triangle ADE$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{AD}{AC}$$

$$\frac{EP}{CO} = \frac{AE}{AO} = \frac{AO}{AC}$$

$$\frac{EP}{CO} = \frac{AE}{AO} = \frac{AO}{AC}$$

$$\frac{EP}{CO} = \frac{AE}{AO} = \frac{AO}{AC}$$

$$\frac{CH}{KE} = \frac{9}{25}$$

$$\frac{CH}{KE} = \frac{AC}{AE}$$

$$\frac{2}{25} = \frac{9}{25}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~f(x) = 4(3 - 6x^2 + 3x) при -1 ≤ x ≤ 1~~

~~f(x) = 4(3 - 6x^2 + 3x)~~

~~f'(x) = 6^2 - 4 \cdot 4 \cdot 2 < 0~~

~~4(3x^2 - 6x + 3) = 0~~

~~3x^2 - 2x + 1 = 0~~

~~3x^2 - 4x + 1 = 0~~

~~x^2 - 4x + 1 = 0~~

~~x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2}~~

при $x = \frac{7}{2}$ значение максимума

при $x = -1$ значение минимума

$4(-1)^3 - 6(-1)^2 + 3(-1) = -4 - 6 - 3 = -13$

$4\left(\frac{7}{2}\right)^3 - 6\left(\frac{7}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{7}{2}\right) = 4 \cdot \frac{343}{8} - 6 \cdot \frac{49}{4} + 3 \cdot \frac{7}{2} = \frac{343}{2} - \frac{147}{2} + \frac{21}{2} = \frac{217}{2}$

$= \frac{217}{2} = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2(x+2)(5-x) = 3$$

$$2(-x^2 - 2x + 10) = 3$$

$$2(x^2 + 2x - 10) = -3$$

$$2x^2 + 4x - 20 = -3$$

$$2x^2 + 4x - 17 = 0$$

$$x^2 + 2x - 8.5 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 34}}{2} = -1 \pm \frac{\sqrt{38}}$$

$$\cos 3x = \cos 2x - \sin x \cdot \sin x =$$

$$= \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x) - \sin x \cdot 2 \sin x \cos x =$$

$$= \cos x (2\cos^2 x - 1) - 2\cos x (1 - \cos^2 x) =$$

$$= 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x + 2\cos^3 x$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x = 3\cos x \Rightarrow 4\cos^3 x - 6\cos x = 0$$

$$2\cos x (2\cos^2 x - 3) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_1 = -20$$

$$a = -20 + 8 = -12$$

$$c = -30$$

$$b_2 = 28$$

$$a = 28 + 8 = 36$$

$$c = 27$$

$$a - c = -p^2$$

$$b - c = -1$$

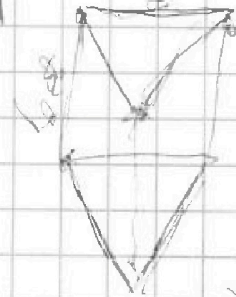
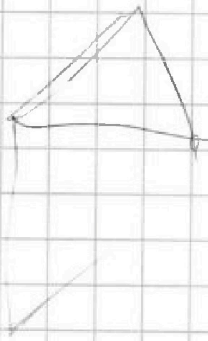
$$a - b = -p^2 + 1$$

$$b - a = p^2 - 1$$

$$b - a = 8$$

$$b = 8 + a \Rightarrow b > a$$

$$p = 3$$



$$h_1 = 5$$

$$h_2 = \frac{5}{2}$$

$$h_3 = 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+z} - \sqrt{5-x-3z}$$

$$A = |y-20| + 2|y-35|$$

при $y \leq 20$ $A = 2 \cdot 35 - 2y = 70 - 2y = 30$

при $20 \leq y < 35$

$$y - 20 = k \quad |y - 35| = 35 - y$$

$$y + 20 + 2(35 - y) = 2 \cdot 35 - 20 - y =$$

$$= 50 - y \geq 75 \quad \text{получим наименьшее}$$

$$y \leq 25$$

при $y \geq 35$

при $y > 35$:

$$(|y-20| > 75, \text{ минимальное значение } > 75) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A > 75$$

$$\Rightarrow A \geq 75$$

$$A = 75 \quad \text{наименьшее}$$

$$\Rightarrow A \geq 75 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{285 - 2z^2} \geq 75$$

$$z^2 \geq 0; z \geq 0$$

$$y = 35$$

$$\sqrt{x+z} - \sqrt{5-x-3z} \quad \& G = 2\sqrt{y-2x-x+z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

переименование $\& \text{longe}$:

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-x-x^2}$$

$$x^2 + x - 35 = 0$$

$$\cancel{2x+7-35=69}$$

$$35-x+4=2x+7$$

$$\begin{aligned} (x+7) + (5-x) - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} &= 4 \cdot (35-x-x^2) + \\ + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 2\sqrt{35-x-x^2} \end{aligned}$$

$$x^2 + x - 35 = 0$$

$$\begin{matrix} x^2 & 5 \\ \uparrow & \\ x & -5 \end{matrix} ; \quad x = -7$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)}$$

$$x+7 \geq 0$$

$$x \in [-7; 5]$$

$$5-x \geq 0$$

$$\begin{aligned} (x+7) + (5-x) - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} &= 4 \cdot (-x+7)(x-5) + \\ + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 2\sqrt{-(x+7)(x-5)} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$72 - 2\sqrt{(x+7)(s-x)} = 4(-(x+7)(s-x)) + 36 -$$

$$- 2 \cdot 6 \cdot 2\sqrt{(x+7)(s-x)}$$

~~$$24 \sqrt{(x+7)(s-x)} =$$~~

$$24\sqrt{(x+7)(s-x)} - 2\sqrt{(x+7)(s-x)} = 24 + 4(x+7)(s-x)$$

$$22\sqrt{(x+7)(s-x)} = 24 + 2(x+7)(s-x)$$

$$11\sqrt{(x+7)(s-x)} = 12 + (x+7)(s-x)$$

$$9x^2 - 11x + 12 = 0$$

$$D = 121 - 4 \cdot 9 \cdot 12 = 121 - 96 = 25 = 5^2$$

$$x_1 = \frac{11-5}{2 \cdot 9} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{11+5}{2 \cdot 9} = \frac{16}{18} = \frac{8}{9}$$

$$(x+7)(s-x) = 4$$

$$-x^2 - 2x + 28 = 24$$

$$x^2 + 2x - 38 = -4$$

$$x^2 + 2x - 11 = 0$$

~~$$x = 11$$~~

$$\sqrt{12} \geq -6$$

$$\sqrt{2} \leq 6$$

$$-d = \sqrt{2}$$

$$d = -\sqrt{2}$$

$$\geq -7$$

$$11 \cdot 11 = 121$$

$$= 4 \cdot 28 = 112$$

$$= 28$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (75x+6) = (x+1)^2 \\ -(75x+6) = (x+1)^2 \end{cases} \quad \neq \quad \leftarrow$$

$$x^2 + 76 + 8x = 75x + 6$$

$$x^2 + 9x + 76 = -75x - 6$$

$$x^2 - 7x + 70 = 0$$

$$x^2 + 22x + 82$$

$$D = 49 - 70 \cdot 4 = \ominus$$

$$\frac{x^2 - 7}{7}$$

$$x_1 = \frac{7-3}{2} = 2 \quad x_2 = \frac{7}{2} = 3.5$$

$$x_2 = -22 \quad \times$$

$$x_2 = \frac{7+3}{2} = 5$$

при $x_2 = 2$

$$\sqrt{75}$$

$$\frac{75x+6}{(x-3)^2} < 0$$

при $x_1 = 5$

$$\neq \quad 9^2 = (2-3)^2$$

$$9^2 = (5-3)^2 = 2^2$$

$$9^2 = \frac{\sqrt{(75x+6) \cdot 2}}{9} = \sqrt{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N_7 \quad \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} = \sqrt{\frac{15x+6}{x-3}} \cdot \frac{1}{x-3}$$

~~$$\frac{15x+6}{(x-3)^3}$$~~

$$\frac{\sqrt{15x+6}}{\sqrt{x-3}} \cdot \frac{1}{x-3} = \sqrt{15x+6} \cdot \frac{1}{(x-3)^2}$$

$$\frac{1}{(x-3)^2} = \sqrt{15x+6}$$

$$q^8 = (x-3)^2$$

$$(x+4) \cdot q^2 = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$q^2 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}$$

~~$$q^8 = \sqrt{15x+6}$$~~

$$(15x+6)^2 = (x+4)^4 \cdot \frac{(15x+6)^2 \cdot (x-3)^2}{(x+4)^4}$$

~~$x+4 \neq 0$~~
 ~~$x-3 \neq 0$~~
 ~~$15x+6 \neq 0$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~№6~~ $a > b$

$\sqrt{3240} = 2 \cdot 57$

№6 $(b-c)(b-c) = p^2$

$a-c > b-c > 0$

$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$ $a-c = p^2 - 1$

$0 > a-c > b-c$ $b-c = -p^2$, $a-c = -1$

Решим $a-c = p^2$

$b-c = 1$

$a-b = p^2 - 1$, при $p < 3$, $p^2 = 1 \Rightarrow$

$p = 3$

$a-b = 3(3^2 - 1) = 8$

$a-b = 8$ $a = 8+b$

$a+b^2 = b^2 + b + 8 = 920$

$b^2 + b = 912$ $b^2 + b - 912 = 0$ $D = 1 + 4 \cdot 912 = 3649$

$b_1 = \frac{-1 + \sqrt{3649}}{2}$

$b_2 = \frac{-1 - \sqrt{3649}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

15

$$|A \cup B \cup C| = (|A| + |B| + |C|) - (|A \cap B| + |A \cap C| + |B \cap C|) + |A \cap B \cap C|$$

A - число компаний, принадлежащих к группе

B - число авто

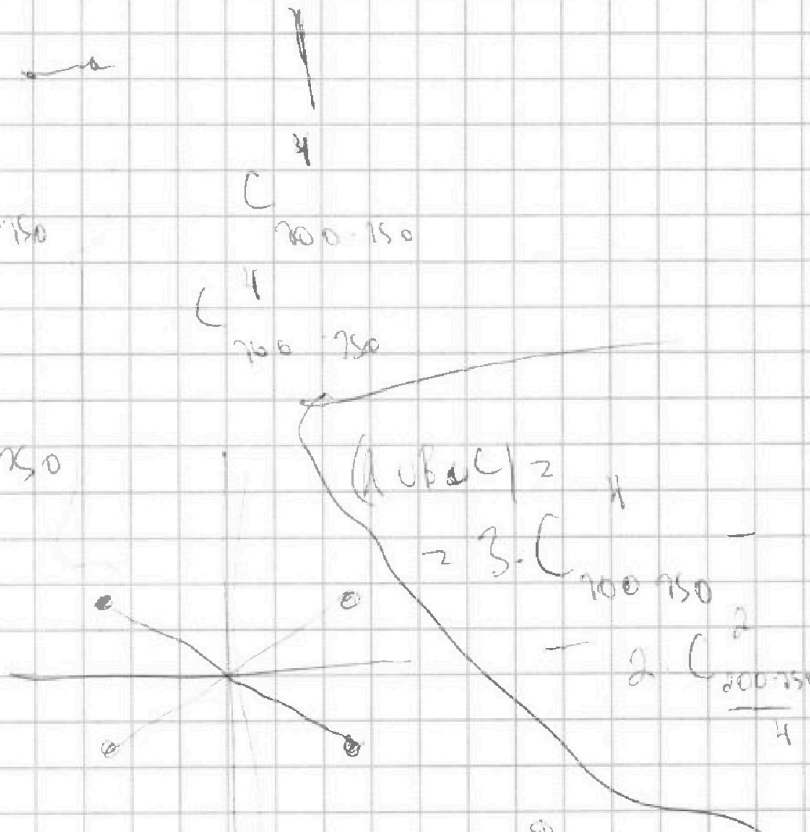
C - число машин

$|A| = 2 \cdot 200 = 400$

$|B| = 2 \cdot 200 = 400$

$|C| = 2 \cdot 200 = 400$

$|A \cap B| = 2$



$$|A \cup B \cup C| = 400 + 400 + 400 - 2 - 2 - 2 + 2 = 1196$$

$|A \cap B| = 2$

$(1500 - 100) \cdot \frac{200 - 150}{4}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит, что $\frac{AE}{AC} < DAC = \angle EAD \Rightarrow$

$\Rightarrow AK$ - биссектриса в $\triangle EAC \Rightarrow \frac{CE}{AE} = \frac{AC}{AE}$

$\frac{CE}{AE} = \frac{3}{25} = k$, тогда $\frac{AC}{AE} = k$; $AC = k \cdot AE$

Из $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$ следует $AD^2 = AE \cdot AC = AE \cdot k \cdot AE$

но еще $AD = AE \sqrt{k}$, что все верно ≥ 0

$$\frac{ED}{DC} = \frac{AE}{AD} = \frac{AE}{AE \sqrt{k}} = \frac{1}{\sqrt{k}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{25}}} = \frac{5}{3}$$