



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x - 35}{(x + 1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5 - x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x - 35)(x + 1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

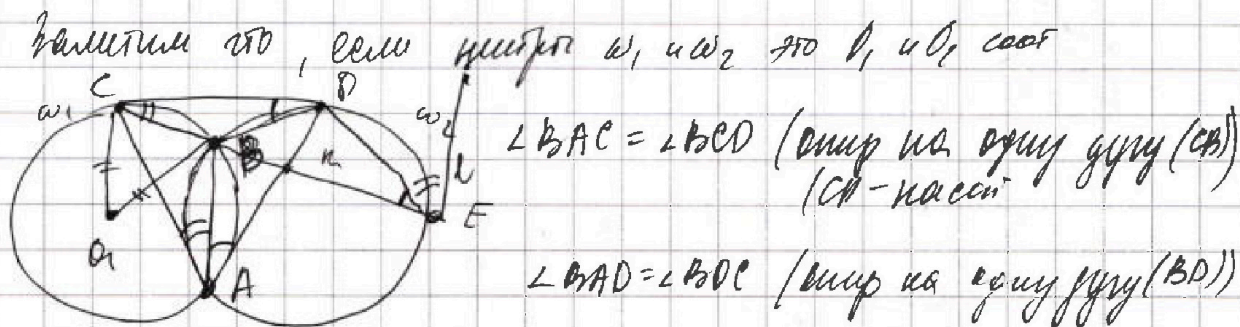
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что $O_1C \perp ED$ (CD касат) $O_2D \perp CD$
 $\Rightarrow \angle O_1CB + \angle BCD = 90^\circ$ ($\angle O_1CB = 90^\circ$) $\Rightarrow \angle O_1CB = \angle O_1CE$ ($O_1C = O_1K$)

и проведем AB до пересек с CD в точке M тогда $\triangle AMC \sim \triangle MBD$
 по двум углам ($\angle CMB = \angle BMD$ и $\angle CMA$ и $\angle BMD$) $\Rightarrow \frac{AC}{CB} = \frac{AM}{MB}$

Пусть K - пересек AB с CE $\Rightarrow \angle CDB = \angle DEB$ (один на одну дугу (BD))
 $\triangle CMD \sim \triangle DEB$ по двум углам ($\angle CDB = \angle DEB$ и $\angle DCB$ - общ.) \Rightarrow

$$\frac{CD}{AB} = \frac{CE}{ED} \quad \frac{CD}{BD} = \frac{CE}{DE} \quad \frac{CD}{DE} = \frac{CB}{BD} \quad \frac{CK}{KE} = \frac{3}{10}$$

$\angle DEB = \angle DAB$ (один на одну дугу (AD)) $\angle KCA = \angle DKE$ (верт) $\Rightarrow \triangle EKD \sim \triangle AKB \Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{DE}{EK} = \frac{AB}{AK}$

AB - хорда и ось ω_1 и $\omega_2 \Rightarrow$ точки на ней имеют равную степень точки $\Rightarrow MC = MD$, верь CD-касат, а ось ось точки M и $\omega_1 = CM^2$ и $\omega_2 = MD^2$

Если из E провести касательную ℓ к ω_1 , то $\angle DE$ и $\ell = \angle CAM$, то

$\angle KET$ (где T пересек ℓ с AD) = $\angle KAC$ ($\angle DET = \angle CAM$; $\angle BED = \angle BAD$)

и $\angle KCA = \angle TKE$ (верт.) $\Rightarrow \triangle KET \sim \triangle KAC$ по двум углам \Rightarrow

$$\frac{KE}{EK} = \frac{KA}{KC} \Rightarrow \frac{10x}{TK} = \frac{KA}{3x}$$



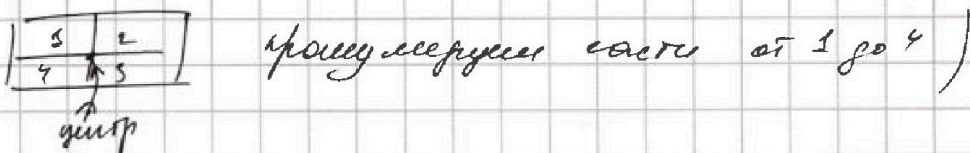
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что если \square диагональ симметричного относительно центра, то (симметричные пары на 4 прямоугольника ^{среди них} _{линейная} _{линия})



если ставим клетку в 1 область то для симметрии поставим в 3; если в 2 \Rightarrow в 4, если в 3 \Rightarrow в 1 или в 4 \Rightarrow в 2. Тогда у нас по 4 диагонали клеток в 1+2 области и в 3+4 \Rightarrow нужно оставить и посчитать различные варианты расстановки 4х клеток в области 1+2, верь в 3+4 ставится симметрично:

$$\text{Таких способов} \frac{250 \cdot 200}{2} \cdot \left(\frac{250 \cdot 200}{2} - 1 \right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{250 \cdot 200}{2} - 3 \right) = \left(\frac{250 \cdot 200}{2} \right)! \div \left(\frac{250 \cdot 200}{2} - 4 \right)!$$

Заметим что для горизонтальной симметрии у нас будут 1+4 и 2+3 области сверху и опять получим такое же пол-во; для вертикальной симметрии будут сверху 1+2 и 3+4 области опять же получим то же пол-во. (Для горизонтальной симметрии 1+2 с 3+4 областями и будем ставить 4 клетки в 1+2, а в 3+4 ставится симметрично.) (Аналогично для вертикальной симметрии 1+4 с 2+3).

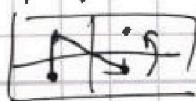
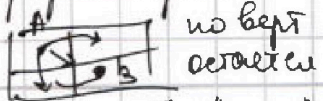
Но мы посчитали 3 раза варианты когда раскраска и симметрия относительно центра и симметрия по горизонтальной и вертикальной.

Примем заметим, что если есть хотя бы 2 из 3 осей симметрии, то 3-я ось симметрии тоже есть.

горизонтальная + вертикальная

горизонтальная + центр

центр симметрии (сохраняет)



вертикальная + горизонтальная по вы 1+2
горизонтальная центр и по вы 3+4
вертикальная центр и по вы 1+2.

симметрия относительно центра
и по горизонтальной.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a > b$ $a - b \not\equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow a \not\equiv b \pmod{3}$ Тогда же если p -простое
 $(a-c)(b-c)$ - квадраты простого и $p \neq 3 \Rightarrow p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3}$
 \Downarrow верно если $p-1 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3}$
 либо оба делителя это p если $p-2 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3}$
 либо оба $-p$ $p \equiv 1 \pmod{3} \quad p^2 \equiv 1^2 \pmod{3}$
 либо одна из делителей $= 1$, а вторая $= p^2$ (либо одна -1 и вторая $-p^2$) $p \equiv 2 \pmod{3} \quad p^2 \equiv 4 \equiv 1 \pmod{3}$

I $a-c = p^2 \Rightarrow b-c = 1 \Rightarrow a-b = a-c-b+c = p^2 - 1$ или
 $p \neq 3$, то $a-b \not\equiv 0 \pmod{3}$ противоречие $\Rightarrow p=3 \Rightarrow a-b = 9-1 = 8$
 $b = a-8 \quad a+b^2 = a+(a-8)^2 = 560 \quad a = b+8$
 $b+8+b^2 = 560 \quad b^2+b-552 = 0 \quad \sqrt{D} = \sqrt{1+4 \cdot 552} = \sqrt{1809}$

II $a-c = -p^2 \Rightarrow b-c = -1 \quad a-b = (-p^2) - (-1) = -(p^2-1)$ или
 наоборот только $p=3 \Rightarrow a-b = -8 \quad a+8=b \quad a=b-8$
 $b-8+b^2 - 560 = 0 \quad \sqrt{D} = \sqrt{1+4 \cdot 568} = \sqrt{2273}$ - нецелое $\Rightarrow a$ нецелое
 противоречие.

III $a-c = 1 \Rightarrow b-c = p^2 \quad a-b = 1-p^2$
 IV $a-c = -1 \Rightarrow b-c = -p^2 \quad a-b = -1+p^2$
 еще были такие варианты

V $a-c = p \quad b-c = p \Rightarrow a-b = 0 \pmod{3}$
 VI $a-c = -p \quad b-c = -p \Rightarrow a-b = 0 \pmod{3}$
 не подходит из условия

I* $a-c = p^2 \Rightarrow b-c = 1 \quad a-b = a-c-b+c = p^2 - 1$ если $p \neq 3 \Rightarrow$
 $a-b \not\equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p=3 \quad a-b = 8 \quad a = b+8 \quad a+b^2 = b+8+b^2 = 560$
 $b^2+b-552 = 0 \quad \sqrt{D} = \sqrt{1+4 \cdot 552} = \sqrt{2209} = \sqrt{47^2} = 47$

Араман
Сискуи



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b^2 + b - 552 = 0 \quad \sqrt{D} = 47 \quad b_1 = \frac{-1 + 47}{2} = \frac{46}{2} = 23 \Rightarrow a = 23 + 8 = 31$$

$$c = b - 1 \quad (b - c = 1) \quad c = 23 - 1 = 22 \quad (31; 23; 22) = a, b, c$$

$$b_2 = \frac{-1 - 47}{2} = \frac{-48}{2} = -24 \quad a = -24 + 8 = -16 \quad c = b - 1$$

$$c = -24 - 1 = -25$$

$$a, b, c = (-16; -24; -25)$$

* IV
$a - c = -1 \quad a - b = 8 \quad \text{или} \quad b = 23 \Rightarrow a = 31 \Rightarrow c = a + 1$
 $c = 32$

$$a, b, c = (31; 23; 32)$$

$$\text{или} \quad b = -24 \Rightarrow a = -16 \quad c = -16 + 1 = -15$$

$$a, b, c = (-16; -24; -15)$$

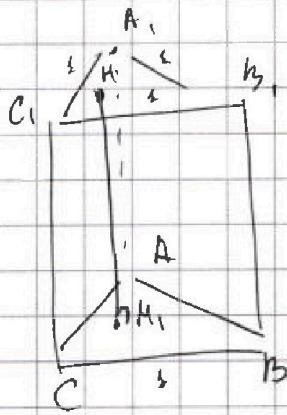
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

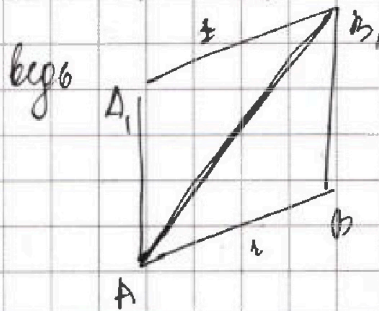
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



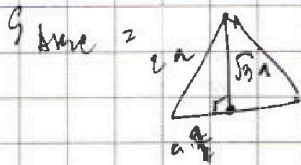
$\triangle A_1 H_1 B_1$ - равнобедрен.

$$S_{C A_1 B_1} = 3 \quad \text{если } S_{A C A_1} \text{ и } S_{A B B_1} = 4 \text{ и}$$

$$C A_1 = A_1 B_1 = C A = A B = 1 \Rightarrow C A_1 = A B_1$$



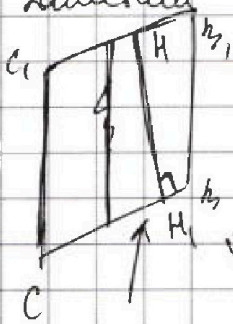
H_1 - высота
вписанной



$$\sqrt{3} a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3} a^2 \quad \text{где } a^2 = \frac{1}{2} \quad \frac{\sqrt{3}}{4}$$

(ведь $C A_1 = A B_1$ и $C A_1 = C B_1 = 1$)

Заметим что $\Rightarrow C A_1 B_1$ - параллелограмм $\Rightarrow C_1 B_1 \parallel C B$ и $C_1 C \parallel B_1 B$.



тогда внутри него есть наша высота H_1 ,
иными $S = 3$ $C B_1 = C_1 B_1 = 1$

$$S = \frac{1}{2} (C B_1 + C_1 B_1) \cdot h = 3 \Rightarrow h = 3$$

наша
высота
вписанной



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b \quad a - b \neq 3 \Rightarrow a \equiv b \pmod{3}$$

$$(a-c)(b-c) - \text{квадрат простого} \Rightarrow a-c \stackrel{\pm}{=} p^2 \quad b-c \stackrel{\pm}{=} 1 \text{ либо}$$

$$a-c \stackrel{\pm}{=} 1 \quad b-c \stackrel{\pm}{=} p^2$$

без квадрата простого
делится только на $4p^2$ и 1

и выше либо
на 4 и 1 либо
на 4 и 1 — переп

составили.

$$a + b^2 = 560$$

$$a > b \Rightarrow \sqrt{a + a^2} > 560 \Rightarrow a^2 + a - 560 > 560 \Rightarrow \sqrt{1 + 4 \cdot 560} = \sqrt{2241}$$

$$\text{I: } a - c \stackrel{\pm}{=} p^2 \quad b - c \stackrel{\pm}{=} 1$$

$$\text{если } a - c = p^2 \Rightarrow b - c = 1 \Rightarrow a - b = a - c - b + c = p^2 - 1$$

$$\text{если } p \neq 3 \quad p^2 \equiv 1 \pmod{3} \quad \left(\begin{array}{l} \text{если } p \text{ имеет окт } 1 \Rightarrow p^2 \equiv 1 \\ p \text{ имеет окт } 2 \Rightarrow p^2 \equiv 1 \end{array} \right)$$

$a - b \equiv 3$ противоречие

$$\text{если } a - c = -p^2 \Rightarrow b - c = -1 \Rightarrow a - c - b + c = -p^2 + 1$$

$$a - c = -(p^2 - 1) \quad p^2 - 1 \text{ делится на } 3 \text{ кроме } p = 3.$$

$$\text{если } p = 3 \Rightarrow a - b = \frac{1}{3} \text{ и так как } a > b \Rightarrow a = b + 3$$

$$b = a - 3$$

$$a + (a - 3)^2 = 560 \Rightarrow a^2 + a^2 - 6a + 9 = 560 \Rightarrow 2a^2 - 6a - 551 = 0$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{36 + 8 \cdot 551} \text{ — нецелое число } \Rightarrow a \text{ — целое противоречие.}$$

$$\text{если } p = 3 \quad a - b = -3 \quad a + 3 = b$$

$$a + (a + 3)^2 = 560$$

$$2a^2 + 6a + 9 - 560 = 0$$

дискриминант
тоже не целое
противоречие

$$\begin{array}{r} \times 452 \\ 4 \\ \hline 1808 \\ 16 \\ \hline 1808 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43 \ 1809 \\ \times 43 \\ \hline 129 \\ 12 \\ \hline 16 \\ \hline 1809 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 560 \\ 4 \\ \hline 224 \\ 22 \\ \hline 224 \\ 21 \\ \hline 21 \\ 9 \end{array}$$

69

Противоречие



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть a_i - это i элемент последовательности, а d - ее

шаг прогрессии $\Rightarrow a_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$ $a_{13} = 5-x$ $a_{15} = \sqrt{\frac{(13x-35) \cdot \sqrt{(x+1)^3}}{\sqrt{(x+1)^3}}}$

ОДЗ: $(x+1)^3 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$

$a_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$

$\frac{13x-35}{(x+1)^3} \geq 0$ $(13x-35)(x+1) \geq 0$ ($13x-35 \neq 0$, иначе шаг прогрессии $(a_{15}) = 0 \Rightarrow$ также не может быть прогрессией.)

Теперь заметим, что $\frac{a_{13}}{a_7} = d^6$ $\frac{a_{15}}{a_{13}} = d^2$ $5-x \neq 0$
 $5 \neq x$

$d^6 = \frac{5-x}{\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}}$

$d^2 = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x}$

Пусть $t = \frac{5-x}{\sqrt{13x-35}} \Rightarrow d^6 = t \cdot \sqrt{(x+1)^3}$ $d^2 = \frac{\sqrt{(x+1)}}{t}$

$d^6 = t \sqrt{(x+1)^3} = (d^2)^3 = \frac{(\sqrt{(x+1)})^3}{t^3}$ \Downarrow $\frac{1}{t^3} = 1$ $t^3 = 1$ $t = 1$ $t^3 \neq 0$, берем $5-x \neq 0$ и $\sqrt{13x-35} \neq 0$ \Rightarrow $t^4 = 1 \Rightarrow t^2 = \pm 1$ и так как t действителен, берем x - действителен $\Rightarrow t = \pm 1$

$\frac{5-x}{\sqrt{13x-35}} = 1 \Rightarrow 5-x = \sqrt{13x-35} \Rightarrow 25 - 10x + x^2 = 13x - 35 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 - 23x + 60 = 0$ $\sqrt{D} = \sqrt{23^2 - 4 \cdot 60} = \sqrt{289} = 17$

$x_1 = \frac{23+17}{2} = \frac{40}{2} = 20$ $x_2 = \frac{23-17}{2} = \frac{6}{2} = 3$ \Rightarrow оба корня подходят по ОДЗ \Rightarrow

$(13 \cdot 20 - 35 > 0 \quad 5 - 20 \neq 0)$
 $20 + 1 > 0$

$(13 \cdot 3 - 35 > 0 \quad 5 - 3 \neq 0)$
 $3 + 1 > 0$

Ответ: $x = 20; 3$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пира при горю и верт симметрично по горю из $1 \Rightarrow 4$, а по верт из $4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1 \Rightarrow 5$ сеть или (верт или горю).

При горю + верт: горю $1 \Rightarrow 3$ горю $3 \Rightarrow 2 \Rightarrow 1 \Rightarrow 2$ (верт.)

При верт + горю: горю $1 \Rightarrow 3$ верт $3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 1 \Rightarrow 4$ (горю.)

Пира можно считать пол-во раскрасок симметрично по 3 вариантам, заметим 250 или по раскрас 1 область, то 2, 3, 4 области раскраски симметрично \Rightarrow

можно поставить 2 метки в область $\frac{250 \cdot 200}{4}$:

$$\frac{250 \cdot 200}{4} \cdot \left(\frac{250 \cdot 200}{4} - 1 \right) = \frac{250 \cdot 200!}{4} \cdot \left(\frac{250 \cdot 200}{4} - 2 \right)! \quad \leftarrow \text{использовано 3 page}$$

$$\text{Ответ: } 3 \cdot \left(\frac{250 \cdot 200!}{2} \cdot \left(\frac{250 \cdot 200}{2} - 4 \right)! \right) - 2 \cdot \left(\frac{250 \cdot 200!}{4} \cdot \left(\frac{250 \cdot 200}{4} - 2 \right)! \right)$$

$$3 \cdot \frac{250 \cdot 100!}{(250 \cdot 100 - 4)!} - 2 \cdot \frac{(250 \cdot 50)!}{(250 \cdot 50 - 2)!}$$



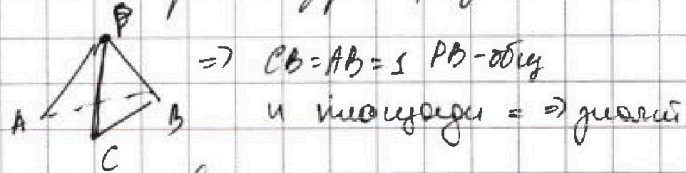
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

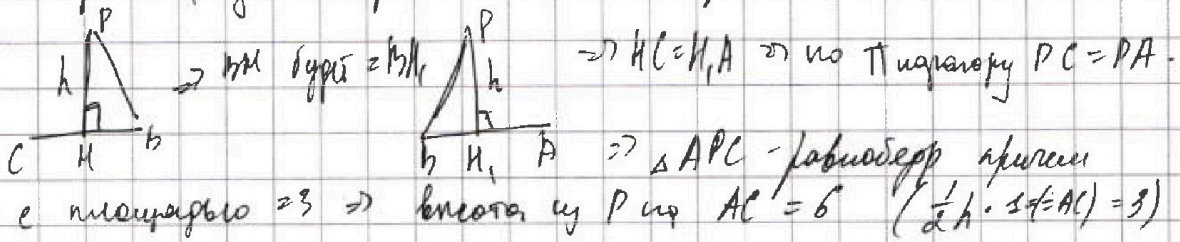
СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

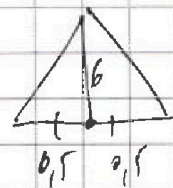
Найти то ρ в боковых сторонах есть равнобедрен Δ , верш Δ площади $S = 4$.



Δ равно, верш Δ стороны и $\angle PBC = \angle PBA$ равны \Rightarrow $PC = PA$

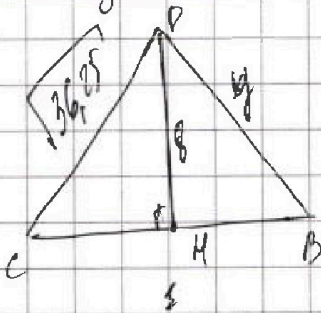


Полн высота = медиана \Rightarrow



Полн $PH = PH_1 = 8$ $(\frac{1}{2} \cdot h \cdot s = 4)$ тогда ΔPBC

$$CH = x \Rightarrow HH_1 = 1 - x \quad CH^2 = 36,25 - PH^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x+x^2+z}$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} = \sqrt{(13-z)(13+z)}$$

DP3: $x+3 \geq 0$ $4-x-z \geq 0 \Rightarrow 4-z \geq x$

$$y+x+x^2+z \geq 0 \Rightarrow y+z \geq x^2-x = x(x-1)$$

$$169-z^2 \geq 0 \Rightarrow 13 \geq |z|$$

Пусть $y \geq -1$ и $y \leq 12 \Rightarrow$

$$(y+1) + 3|y-12| = y+1 + 3(12-y) = 37-2y$$

$$37-2y = \sqrt{169-z^2} \Rightarrow 1369 - 148y + 4y^2 = 169 - z^2$$

$$1200 - 148y + 4y^2 + z^2 = 0 \quad 1200 + 4y^2 + z^2 = 148y$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{4y^2 - 16 \cdot 1200 + 16 \cdot z^2} = \sqrt{54 \cdot 4y^2 - 19200 - 16z^2} =$$

$$= \sqrt{(44y - 42)(74y + 42) - 19200} \geq 0 \leftarrow \text{если есть решение}$$

$$1200 - 148y + 4y^2 + z^2 \geq 1200 - 148y + 4y^2$$

значит всегда $\geq 0 \Rightarrow \neq 0$

$$\sqrt{2} = \sqrt{44^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1200}$$

$$44^2 < 160 \cdot 1200 \Rightarrow \text{нет решений.}$$

Пусть $y \leq -1 \Rightarrow y \leq 12$

$$|y+1| + 3|y-12| = -1-y + 36-3y = 35-4y = \sqrt{169-z^2}$$

$$35^2 - 8 \cdot 35y + 16y^2 = 169 - z^2 \Rightarrow 1225 - 169 - 8 \cdot 35y + 16y^2 + z^2 = 0$$

$$1056 - 280y + 16y^2 + z^2 = 0$$

$$\begin{array}{r} \times 52 \\ \times 52 \\ \hline 104 \\ 10 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 551 \\ \times 551 \\ \hline 4908 \\ 36 \\ \hline 4954 \end{array}$$

cos 3x + 3(cos 3x cos x - sin 3x sin x) + 16 cos x = 9
cos x + 3 - 3 sin 2x + 16 cos x = 9
2241
cos 3x cos x
cos 3x/4 ... 6/



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = ? \quad a_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$a_{13} = 5-x$$

$$a_{15} = \sqrt{(13x-35)/(x+1)}$$

$$d^6 = \frac{5-x}{\sqrt{(13x-35)(x+1)^3}}$$

$$d^2 = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x}$$

$$\frac{5+x}{\sqrt{13x-35}} = t$$

$$\begin{aligned} \sin 2x &= 2 \cos x \sin x \\ \cos 2x &= 2 \cos^2 x - 1 \end{aligned}$$

$$d^6 = \frac{1}{t} \cdot \sqrt{(x+1)^3}$$

$$d^2 = \frac{\sqrt{(x+1)}}{t}$$

$$4.70 = 280$$

$$d^6 = t \sqrt{(x+1)^3} = (d^2)^3 = \frac{\sqrt{(x+1)}^3}{t^3}$$

$$\sqrt{d^3} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$(x+1) \neq 0 \Rightarrow t = \frac{1}{t^3}$$

$$t^2 = \pm 1$$

$$t = \pm 1$$

$$5-x = \pm \sqrt{13x-35}$$

$$25+x^2-10x = 13x-35$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$x = \frac{23 \pm 17}{2}$$

$$\frac{23-17}{2} = 3 \checkmark$$

$$D = \sqrt{23^2 - 4 \cdot 60} = \sqrt{289} = 17$$

$$\frac{23+17}{2} = 20 \checkmark$$

$$\begin{aligned} \sin 2x &= \cos x \sin x + \sin x \cos x = 2 \cos x \sin x \\ \cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x \end{aligned}$$

$$4 \cos^2 x \sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$4 \sin^2 x = \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x}$$

$$\cos^2 2x = \sqrt{1 - 4 \cos x \sin x}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

II
 $a-c = \pm 1$ $b-c = \pm p^2$

если $a-c = 1 \Rightarrow b-c = p^2$ $a-b = 1-p^2 = -(p^2-1)$

аналогично только

$p=3$

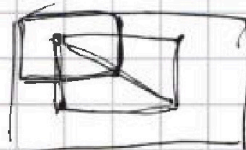
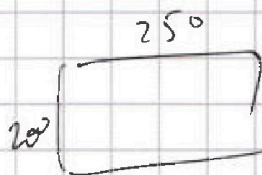
$$\begin{array}{r} \times 552 \\ 4 \\ \hline 2208 \\ 2208 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 53 \\ 53 \\ \hline 159 \\ 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 47 \\ \hline 48 \\ 28 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 568 \\ 4 \\ \hline 2032 \\ 24 \\ \hline 2152 \\ 2259 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 98 \\ 98 \\ \hline 64 \\ 32 \\ 52 \\ \hline 2304 \end{array}$$

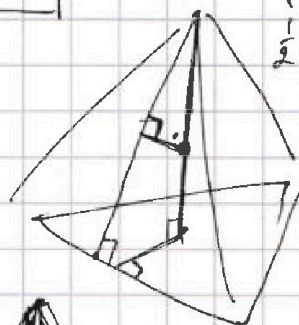
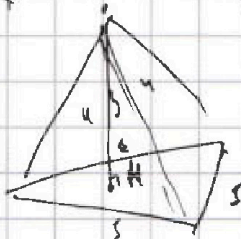
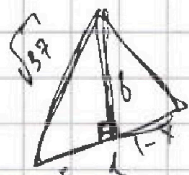


$\frac{1}{2} \cdot h \cdot S = V$

V

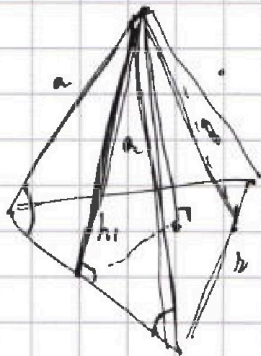
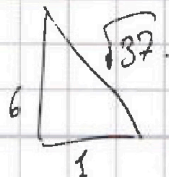
$$\begin{array}{r} 6,5 \\ \times 6,5 \\ \hline 325 \\ 30 \\ \hline 2100 \\ \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5 \cdot 2 = V \end{array}$$

$h_1 \cdot \frac{1}{2} = 4$
 $h_2 = 8$



$g^2 = x^2 = 9$

$\sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-9} = \sqrt{-8}$
 $\sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-9} = \sqrt{-8}$
 $\sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-9} = \sqrt{-8}$



$h_1 \cdot \frac{1}{2} = 9$
 $h_1 = 9 \cdot \frac{1}{2} = 9$
 $h_1 = 6$

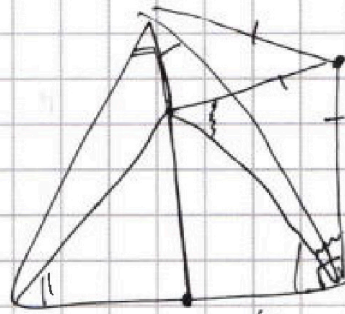
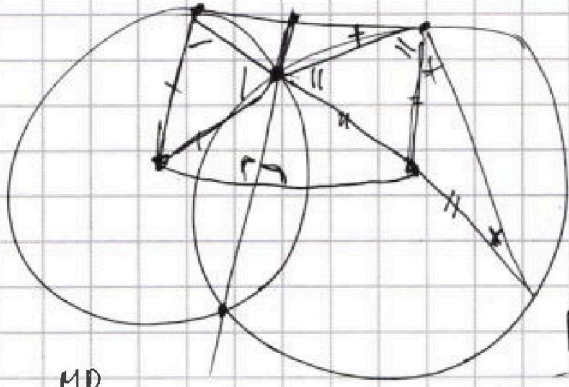


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AM}{MD} = \frac{MD}{MD}$$

$$MD^2 = AM \cdot MD$$

$$AM \parallel DM \parallel MB \quad AD = \frac{DB}{MM}$$

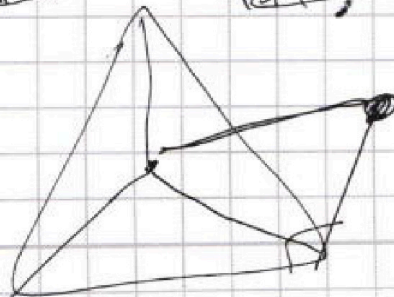
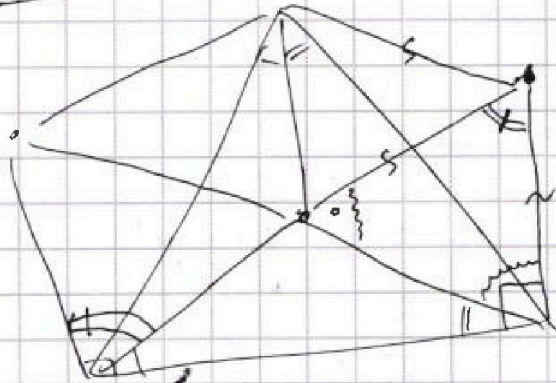
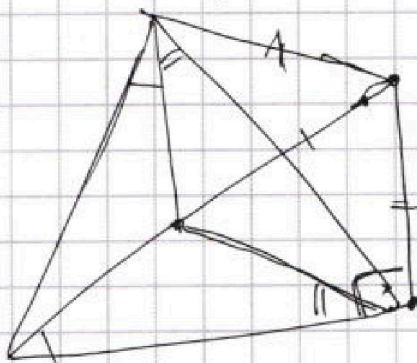
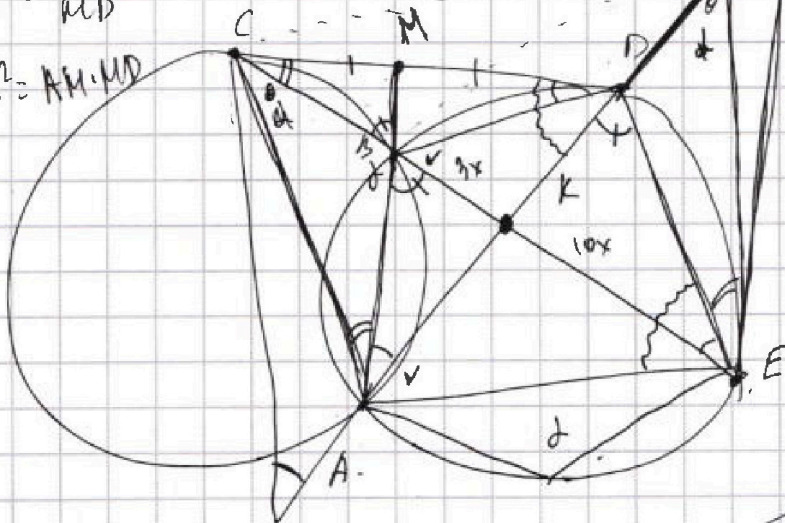
$$\frac{BD}{CD}$$

$$\frac{AM}{AD} = \frac{DM}{MD}$$

$$\frac{CK}{KE} = \frac{5}{10}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AM}{DM} = \frac{BD}{PB}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{BD}{CB}$$



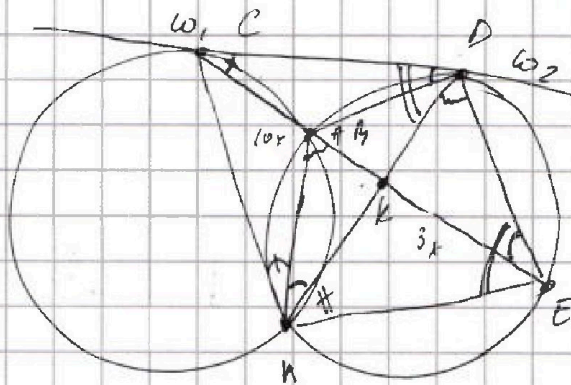


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{ED}{CD} = ?$$

Пусть K - пересек AD и CE \Rightarrow

$$\frac{CK}{KE} = \frac{10}{5} \text{ пусть } CE = 13x$$

$\angle BED = \angle BDC$ (на одной дуге)

$$\frac{CD}{CB} = \frac{CB}{CE} \Rightarrow$$

$\triangle CKD \sim \triangle CDE$ по 2 углам $\angle C$ общ и $\angle BED = \angle BDC \Rightarrow$

$$\Rightarrow CD^2 = CB \cdot CE = 10x \cdot 13x = 130x^2 \Rightarrow CD = \sqrt{130x^2} \quad \frac{CD}{DE} = \frac{CK}{KD}$$

$\angle BAD = \angle BED$ (дуга на одной дуге) $\angle ABE = \angle ADE$ (дуга на одной дуге)

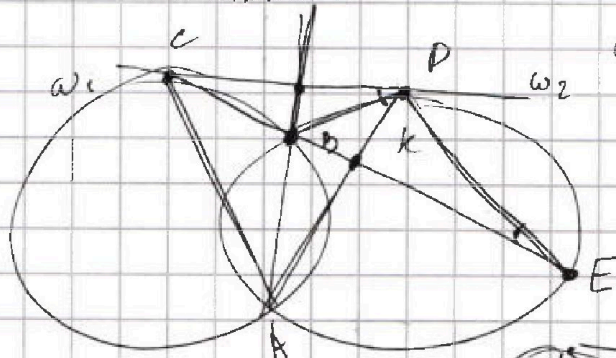
$\Rightarrow \triangle ABK \sim \triangle EDK$ по 2 углам ($\angle BAD = \angle BED$ и $\angle ABE = \angle ADE$) \Rightarrow

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BK}{KE} \Rightarrow DE = \frac{AB \cdot KE}{BK}$$

$\angle CDA = \angle DEA$ (дуга на одной дуге) ~~$AB \perp CD$ / $AB \perp$~~

$$\angle ECD (= \angle CAB) + \angle CDA (= \angle CDA) + \angle ADE + \angle DEC (= \angle BAD) = 180^\circ$$

$$\angle DCR + \angle CDA + \angle DAC + \angle CA = 180^\circ \Rightarrow \angle ACK = \angle ADE - \angle CAB \text{ (вспомогательная)}$$



$$\frac{CK}{KE} = \frac{3}{10}$$

