



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$, девятый член равен $x + 3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \quad z \leq 9 \end{cases}$$

$y \geq 5$:

$y > -4 \quad y < 5$

$$y+4 + 4(y-5) = \sqrt{81-z^2}$$

$$y+4 + 4(5-y) = \sqrt{81-z^2}$$

$$5y-16 = \sqrt{81-z^2}$$

$$-4y+24 = \sqrt{81-z^2}$$

$$y = \frac{\sqrt{81-z^2} + 16}{5}$$

$$y = \frac{\sqrt{81-z^2} - 24}{-4}$$

$y < -4$:

$$-4-y + 4(5-y) = \sqrt{81-z^2} \Rightarrow 16-5y = \sqrt{81-z^2}$$

$$y = \frac{\sqrt{81-z^2} - 16}{-5}$$

Возведем первую строку в квадрат.

$$x+5 + 1-x-4z - 2\sqrt{(x+5)(1-x-4z)} + 8\sqrt{x+5} - 8\sqrt{1-x-4z} = 4(y-4x-x^2+z)$$

$$6-4z - 2\sqrt{(x+5)(1-x-4z)} + 8(\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z}) = 4y - 16x - 4x^2 + 4z$$

$$\begin{aligned} 6-8z - 4y + 16x + 4x^2 &= 2\sqrt{(x+5)(1-x-4z)} - 8(\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z}) = \\ &= \sqrt{x+5}(\sqrt{1-x-4z} - 8) + \sqrt{1-x-4z}(\sqrt{x+5} + 8) \end{aligned}$$

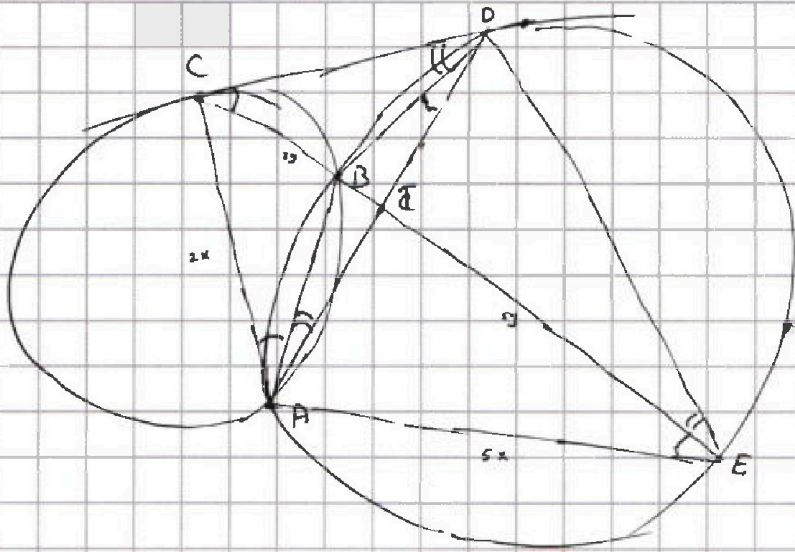


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CT}{TE} = \frac{2}{5}$$

$$\angle CAB = \frac{1}{2} \angle CB = \angle BCD, \text{ также } \angle BCD = \frac{1}{2} (\angle DE + \angle BD) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle CAD = \angle CAB + \angle BAD = \angle BCD + \angle BAD = \frac{1}{2} (\angle DE + \angle BD) + \frac{1}{2} \angle BD =$$

$$= \frac{1}{2} \angle DE = \angle DAE \Rightarrow AT - \text{биссектриса } \angle CAE \Rightarrow \frac{CT}{TE} = \frac{CA}{AE} \Rightarrow \frac{CA}{AE} = \frac{2}{5}$$

$$\text{Также } \angle CDB = \frac{1}{2} \angle DB = \angle BED \text{ и } \angle BDA = \frac{1}{2} \angle BA = \angle BEA \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle DEA = \angle CDA$$

$$\text{Тогда } \triangle AED \sim \triangle ADC \Rightarrow \frac{ED}{AD} = \frac{AE}{DC} = \frac{DA}{CA}$$

$$\text{Выразим } CA \text{ через } AE : CA = \frac{2}{5} AE \Rightarrow \frac{DA}{CA} = \frac{DA}{AE} \cdot \frac{5}{2} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{AD \left(\frac{AE}{AD} \right)^2}{AD} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{AE}{AD} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{Ответ: } \frac{ED}{CD} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

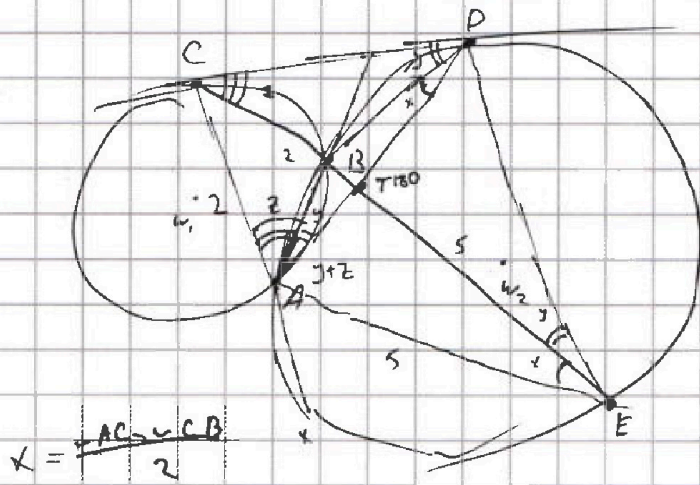


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CD}{CD} = \frac{CE}{CD}$$

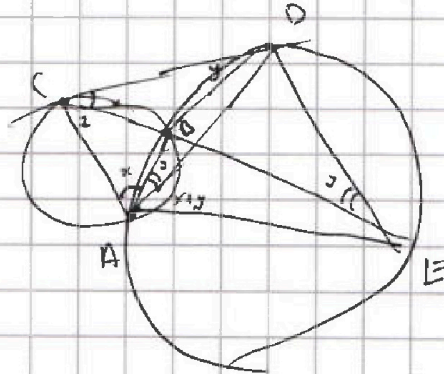
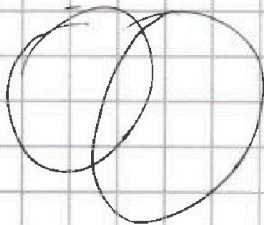
$$CD^2 = \frac{7}{2} \cdot CB \cdot CT$$

$$CE = \frac{7}{2} CT$$

$$CE = \frac{7}{2} CT$$

$\frac{CD}{DE} = \frac{CD}{DD}$

$$\frac{CD}{DE} = \frac{CD}{DD}$$



$$\frac{AE}{AC}$$

$$180 - 2x - 2y - z$$

1 4 5

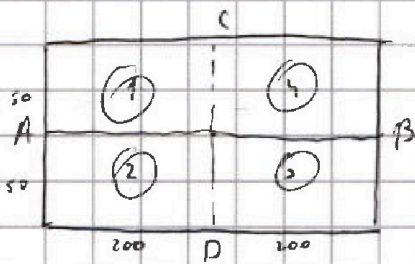


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Посчитаем кол-во способов расстановки

закрасить черными клетками части 1 и 2.

Т.к. мы ищем симметрию, то закрасим только

4 клетки:
$$\frac{20000 \cdot 19999 \cdot 19998 \cdot 19997}{4!}$$
 , относительно данной произведение на 2,

мы получим кол-во расстановок относительно центра и вертикальной прямой, также нужно учесть пересечение.

Два таких разбиения совпадают, только если в 1 и 2 клетки

были закрашены относительно AB, таких вариантов всего:

$$\frac{10000 \cdot 9999}{2} \Rightarrow \text{кол-во разбиений, когда клетки симметричны}$$

$$2 \cdot \frac{20000 \cdot 19999 \cdot 19998 \cdot 19997}{4!} \cdot \frac{10000 \cdot 9999}{2}$$

относительно центра и/или вертикальной средней линии." В этому

нужно прибавить кол-во раскрасок симметричных относительно

горизонтальной средней линии AB. без учета случаев симметрии

относительно центра или вертикальной прямой:

$$400 \cdot 50 = 20000 \cdot \frac{20000 \cdot 19999 \cdot 19998 \cdot 19997}{4!} - \frac{10000 \cdot 9999}{2}$$

таким образом мы посчитали кол-во разбиений с горизонтальной симметрией, т.к. всего $\frac{10000 \cdot 9999}{2}$, а всего разбиения, где 2 и 3

симметричны \Rightarrow вычли и разбиения где 3 симметрично 1 и

2 симметрично 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда суммарное кол-во необходимых раскрасок:

$$\frac{20000 \cdot 19999 \cdot 19998 \cdot 19997}{4!} \cdot 2 - \frac{10000 \cdot 9999}{2} + \frac{20000 \cdot 19999 \cdot \dots \cdot 19997}{4!}$$

$$- \frac{10000 \cdot 9999}{2} = \frac{20000 \cdot 19999 \cdot 19998 \cdot 19997}{4!} \cdot 3 - 10000 \cdot 9999 =$$

$$= C_{20000}^4 \cdot 3 - C_{10000}^2 \cdot 2$$

Вывод C_{10000}^2 в первый раз, а исключил ПОВТОРИКИЙ порогет вариантов, где симметрия происходит и относительно центра и относительно вертикальной прямой. Вывод C_{20000}^2 во второй раз а исключил из горизонтальной симметрии, всю вертикальную симметрию, а следовательно и центральную, т.е. центральная симметрия это вертикальное + горизонтальное отражение.

Ответ: $C_{20000}^4 \cdot 3 - C_{10000}^2 \cdot 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \end{cases}$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{(9-z)(9+z)}$$

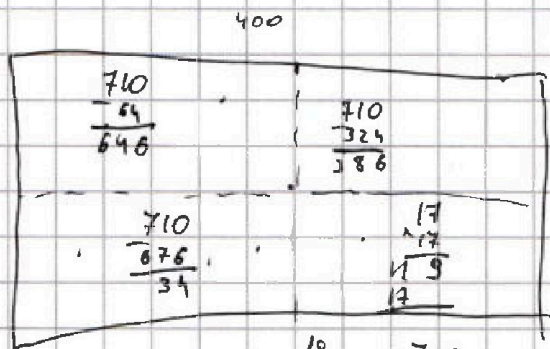
$$\begin{aligned} -9 &\leq z \leq 9 \\ -5 &\leq x \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ -27 \\ \hline 189 \\ 54 \\ \hline 228 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ 52 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 28 \\ \hline 224 \\ 56 \\ \hline 784 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ 52 \\ \hline 676 \end{array}$$

клеток

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 28 \\ \hline 224 \\ 56 \\ \hline 784 \end{array}$$

$$50 \cdot 200 =$$

$$10000 \quad \begin{array}{r} 710 \\ \times 288 \\ \hline 5672 \end{array}$$

$$710 - 764 =$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 171 \\ 152 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 710 \\ \times 361 \\ \hline 42610 \\ 24660 \\ 24660 \\ \hline 256360 \end{array}$$

$$40000 \cdot 39999 \cdot 39998 \cdot 39997$$

$$\frac{20000 \cdot 19999 \cdot 19998 \cdot 19997}{4!} \cdot 2$$

$$a(a+1) : 3$$

$$2000 \cdot$$

$$\frac{20000 \cdot 19999 \cdot 19998 \cdot 19997}{4!}$$

$$\frac{10000 \cdot 9999 \cdot 9998 \cdot 9997}{4!}$$

$$a^2 + a + p^2 = 711$$

$$a^2 + a = 2 \quad 3$$

$$b^2 \equiv 1$$

$$b^2 + 1 \equiv 2$$

$$\begin{aligned} &-(p^2 - b - 1)^2 = \\ &= p^2 + b^2 + 1 - 2p^2b - 2p^2 + 2b \\ &\quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a < b \quad b-a \not\equiv 3 \quad (a-c)(b-c) = p^2 \quad a^2 + b^2 = 710$$

$$a < 710 - a^2 \quad 710 - a^2 - a \not\equiv 3 \quad (a-c)(710 - a^2 - c) = p^2$$

$$a(a+1) < 710 \quad \begin{cases} a-c = 1 & \text{и} & 710 - a^2 - c = p^2 \\ a-c = -p^2 & \text{и} & 710 - a^2 - c = -1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} b-a \not\equiv 3 \\ \parallel \\ 710 - a^2 - a = p^2 - 1 \\ \parallel \\ 710 - a^2 - a = p^2 - 1 \\ \parallel \\ b-a \not\equiv 3 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} p^2 - 1 \Rightarrow p \not\equiv 3, \text{ т.к. } 1 \equiv 1 \pmod{3} \text{ и } 2 \equiv 1 \pmod{3} \\ \parallel \\ 711 - a^2 - a = p^2 \\ \parallel \\ 711 \div 3, p^2 \div 3 \Rightarrow a^2 + a \div 3 \Rightarrow \\ \parallel \\ p^2 \not\equiv 3 \Rightarrow p \div 3 \end{matrix} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a(a+1) \div 3 \Rightarrow a \div 3 \text{ или } a+1 \div 3$$

$$a^2 + b = 710 \text{ и } b > a \Rightarrow a \in [-27; 27], \text{ т.к. при } |a| > 27$$

$$28^2 + (-28+x) > 710 \quad (28+x)^2 - (28+x) > 710$$

$$a \in [-27; 27], \text{ значит } \left\{ \begin{array}{l} \text{это отрезок } a \div 3 \text{ или } a+1 \div 3 \end{array} \right.$$

$$a \div 3 \quad) \quad -27; -18; -9; 0; 9; 18; 27$$

$$a+1 \div 3 \quad) \quad -28; -19; -10; -1; 8; 17; 26 \quad \text{для каждого } a \text{ из } a^2 + b = 710 \text{ найдем } b$$

$$(-28; -74); (-27; -19); (-18; 386); (-19; 349); (-10; 610); (0; 710); (-1; 709);$$

$$(8; 646); (9; 629); (-9; 629); (18; 386); \cancel{(27; 19)}; (26; 34); (17; 421)$$

$27 > 19$, поэтому данная пара была зачеркнута.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-c)(b-c) = p^2 \Rightarrow a-c = 1 \text{ или } b-c = -1, \text{ где каждая пара}$$

подберет два варианта c:

$$(-28; -74) - c = -28; -73 \quad \begin{array}{l} -74 + 28 = -46 \neq p^2 \\ -28 + 73 = 45 \neq p^2 \end{array}$$

$$(-27; -19) - c = -28; -18 \quad \begin{array}{l} -19 + 28 = 9 = 3^2 \\ -27 + 18 = -9 = -3^2 \end{array} \quad \boxed{\begin{array}{l} (-27; -19; -28) \\ (-27; -19; -18) \end{array}}$$

$$(-18; 386) - c = -19; 387 \quad \begin{array}{l} 386 + 19 = 405 \neq p^2 \\ -18 - 387 = -405 \neq -p^2 \end{array}$$

$$(-19; 349) - c = -20; 350 \quad \begin{array}{l} 349 + 20 = 369 \neq p^2 \\ -19 - 350 = -369 \neq -p^2 \end{array}$$

$$(-10; 610) - c = -11; 611 \quad \begin{array}{l} 610 + 11 = 621 \neq p^2 \\ -10 - 611 = -621 \neq -p^2 \end{array}$$

$$(0; 710) - c = -1; 711 \quad \begin{array}{l} 710 + 1 = 711 = p^2 \\ 0 - 711 \neq -p^2 \end{array}$$

$$(-1; 709) - c = -2; 710 \quad \begin{array}{l} 709 + 2 = 711 \neq p^2 \\ -711 \neq -p^2 \end{array}$$

$$(8; 646) - c = 7; 647 \quad \begin{array}{l} 646 - 7 = 639 \neq p^2 \\ 8 - 647 = -639 \neq -p^2 \end{array}$$

$$(9; 629) - c = 8; 630 \quad \begin{array}{l} 629 - 8 = 621 \neq p^2 \\ 9 - 630 = -621 \neq -p^2 \end{array}$$

$$(-9; 629) - c = -10; 630 \quad \begin{array}{l} 629 + 10 = 639 \neq p^2 \\ -9 - 630 = -639 \neq -p^2 \end{array}$$

$$(18; 386) - c = 17; 387 \quad \begin{array}{l} 386 - 17 = 369 \neq p^2 \\ 18 - 387 = -369 \neq -p^2 \end{array}$$

$$(26; 34) - c = 25; 35 \quad \begin{array}{l} 34 - 25 = 9 = 3^2 \\ 26 - 35 = -9 = -3^2 \end{array} \quad \boxed{\begin{array}{l} (26; 34; 35) \\ (26; 34; 25) \end{array}}$$

$$(17; 421) - c = 16; 422 \quad \begin{array}{l} 421 - 16 = 405 = p^2 \\ 17 - 422 = -405 \neq -p^2 \end{array}$$

Итого все подходящие тройки обведены.

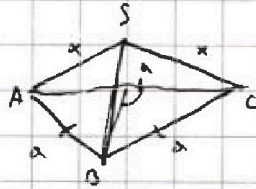
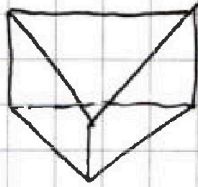


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{ABC} = 1$$

$$S_{ABS} = S_{OSC} = 3$$

$$S_{ASC} = 2$$

Найдем ab , т.к. $\triangle abc$ - правильный, то $1 = \sqrt{1,5a(0,5a)^2} = x$

$$\Rightarrow 1,5 \cdot 0,5^2 \cdot a^3 = 1 \Rightarrow 1,5a^3 = 8 \Rightarrow a^3 = 8 \cdot \frac{2}{3} = \frac{16}{3} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{16}{3}}$$

$$SA = SC = x, \text{ тогда: } \left(\frac{\frac{2}{\sqrt{3}} + 2x}{2} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} + x = p$$

$$\sqrt{p(p-a)(p-x)^2} = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + x \right) \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 \left(x - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = 4$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{3}} + x \right) \left(x - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = 4 \cdot \sqrt{3}$$

$$x^2 - \frac{1}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3} \Rightarrow x^2 = \frac{12}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{13}{\sqrt{3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{\frac{13}{\sqrt{3}}}$$

$$S_b = y \quad p = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}} + 2\sqrt{\frac{13}{\sqrt{3}}} + y}{2}$$

$$S = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{\frac{13}{\sqrt{3}}} + y}{2} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{\frac{13}{\sqrt{3}}} + y}{2} \right) \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{\frac{13}{\sqrt{3}}} - y}{2} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что проекция S на ABC лежит на биссектрисе из A ABC . соответственно катета y , и по той же причине отношение в котором проекция делит высоту y того будет итаться объем.

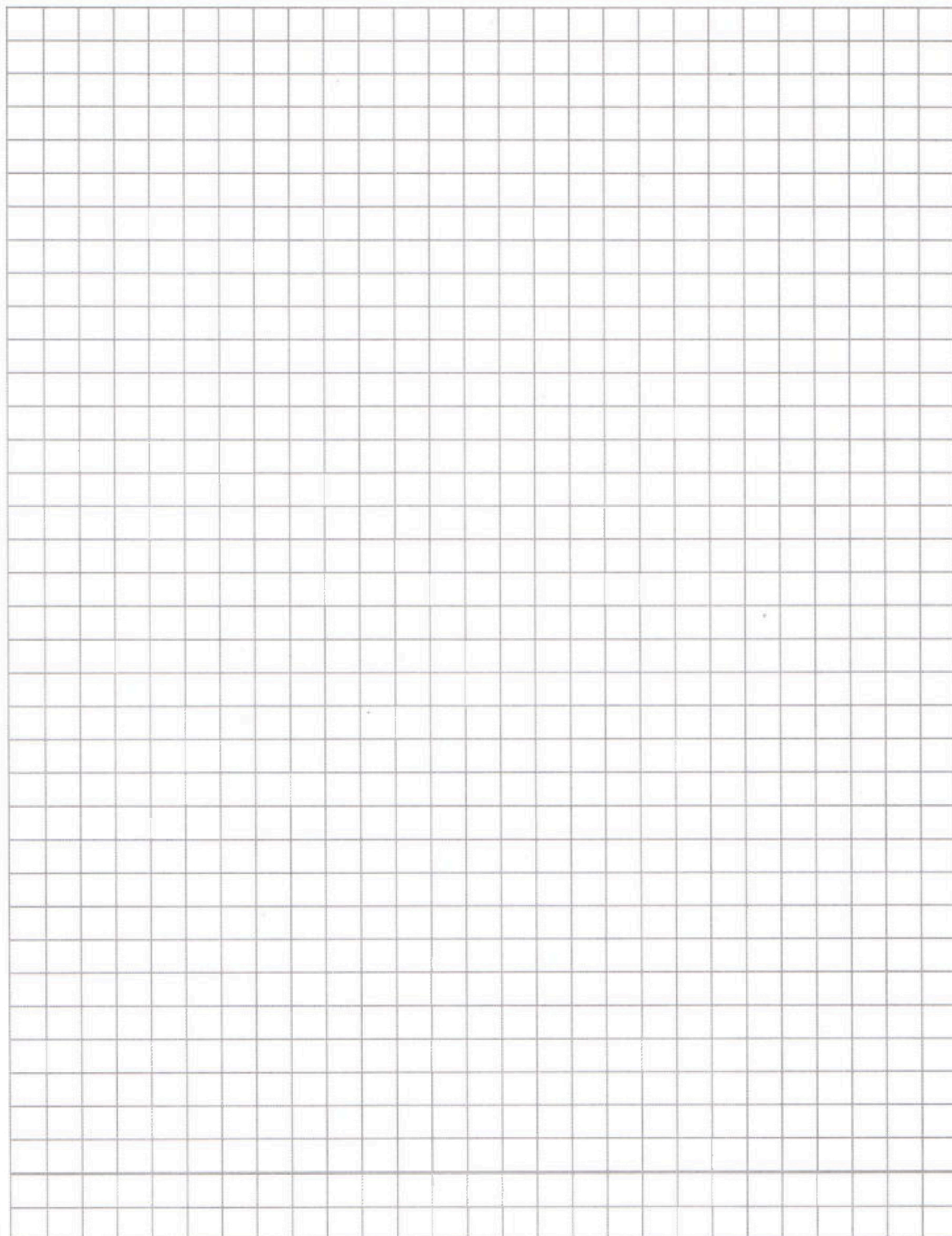


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a < b \quad b-a \not\equiv 3 \quad (a-c)(b-c) = p^2 \quad a^2 + b = 710$$

Решение задачи:

Заметим, что т.к. $a < b$, то $a-c \neq b-c$ и $a-c < b-c \Rightarrow$

1: $a-c=1$

$$\Rightarrow a-c=1, \text{ а } b-c=p^2 \Rightarrow p^2-1=b-c-a+c=b-a \Rightarrow p^2-1 \not\equiv 3$$

$$p^2+1=a+b-2c \quad \text{и} \quad p^2-1=b-a \Rightarrow 2a-2c=2 \Rightarrow a-c=1 \Rightarrow a=c+1$$

$$p^2-1 \not\equiv 3 \Rightarrow p^2 \not\equiv 1 \pmod{3}, \text{ а остатки } 1 \text{ и } 2 \text{ по модулю } 3$$

$$b \text{ квадратов дают } 1 \Rightarrow p \equiv 3 \Rightarrow b-c \equiv 3, \text{ а } b-a \not\equiv 3$$

$$b=710-a^2 \Rightarrow 710-a^2-c \equiv 3 \Rightarrow 710-(c+1)^2-c=710-c^2-3c-1 \equiv 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 709-3c-c^2 \equiv 3 \Rightarrow c^2 \equiv 3 \Rightarrow c \equiv 3 \quad a^2+b=710 \Rightarrow a < 27$$

$$1,5a \cdot 0,5a \cdot 0,5a \cdot 0,5a = 1 \Rightarrow a^4 \cdot 0,5^3 = 1 \quad a^4 = 8 : 1,5 = 6 \quad 8 \frac{3}{2} = a^4$$

$$b = p^2 + c = p^2 + a - 1 \Rightarrow a^2 + b = a^2 + p^2 + a - 1 = 710 \Rightarrow a^2 + a + p^2 = 711$$

$$711 \not\equiv 3 \quad 709 \equiv 1 \pmod{3} \quad p^2 \equiv 3 \Rightarrow a^2 + a \equiv 1 \Rightarrow (a)(a+1) \equiv 1 \pmod{3}$$

это возможно только при $a=0 \Rightarrow b=710 \Rightarrow c=-1 \Rightarrow$

$\Rightarrow 711 = p^2$, это не квадрат. Тогда при $a-c=1$, троек нет 28*

Решение 2: 2: $a-c = -p^2$.

$$\Rightarrow a-c = -p^2, \text{ а } b-c = -1 \Rightarrow -p^2 + 1 = a-c-b+c = a-b \Rightarrow$$

по рассуждениям из первого вхождения $p \equiv 3 \Rightarrow a-c \equiv 3 \text{ и } a-b \equiv 3$

$$b-c = -1 \Rightarrow b = c-1 \quad a-c = -p^2 \Rightarrow a = -p^2 + c = -p^2 + b + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = a + p^2 - 1$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ +18 \\ \hline 36 \\ +18 \\ \hline 54 \\ +18 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 710 \\ -324 \\ \hline 386 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ +27 \\ \hline 54 \\ +27 \\ \hline 81 \\ +27 \\ \hline 108 \\ +27 \\ \hline 135 \\ +27 \\ \hline 162 \\ +27 \\ \hline 189 \end{array}$$

$$729 - 27$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ +25 \\ \hline 50 \\ +25 \\ \hline 75 \\ +25 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7118 \\ -6378 \\ \hline 740 \end{array} \quad \frac{3a}{2}$$

$$26$$

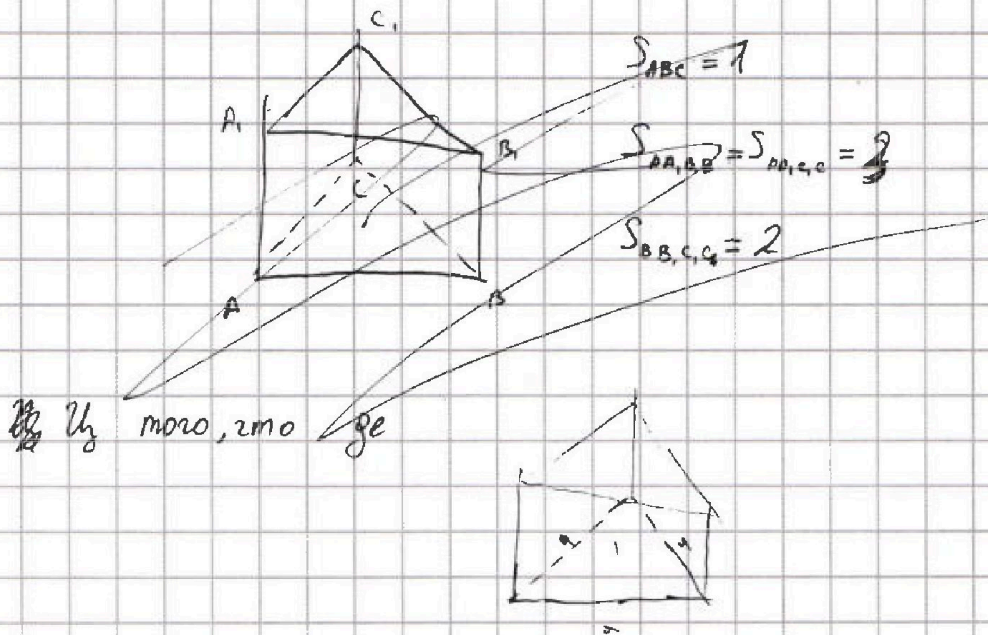


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a < b$$

$$b = a \cdot 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a^2 + b = 710$$

\Leftrightarrow

$$a-c + b-c \Rightarrow a-c = 1 \quad b-c = p^2$$

и

$$a-c$$