



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Умнож } 9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 2((x^2 - 2x)^2 - (6 - 9x)) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 0 = 2((x^2 - 2x)^2 - (6 - 9x)) - 9x^2 + (x^2 - 2x)^2 =$$
$$= 3x^4 - 12x^3 + 12x^2 - 9x^2 + 18x - 12 = 3x^4 - 12x^3 + 3x^2 +$$
$$+ 18x - 12, \text{ поделим на } 3 \quad x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

Спробуем заметить, что $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 =$

$$= (x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = (x-1)(x-1)(x^2 - 2x - 4) = 0$$

И.е. решения этого уравнения это 1 и корни

$x^2 - 2x - 4$, которые мы найдем по формуле

корней квадратного уравнения:

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{4 + 16}}{2} = 1 + \sqrt{5}$$

$$x_2 = \frac{2 - \sqrt{4 + 16}}{2} = 1 - \sqrt{5}$$

Таким образом, мы получили три ответа, каждый из которых подходит по условию задачи.

Доказательство $x=1, x=1+\sqrt{5}, x=1-\sqrt{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Докажем, в каком случае числа $6-9x$, $(x^2-2x)^2$ и $9x^2$ являются соответственно 4-ым, 6-ым и 10-ым членами арифметической прогрессии. Заметим, что тогда и только тогда, когда $4 \cdot 9x^2 - (x^2-2x)^2 = 2 \cdot ((x^2-2x)^2 - (6-9x))$. Действительно, пусть это так, тогда пусть $a = \frac{((x^2-2x)^2 - (6-9x))}{2}$, а $b = 6-9x-4a$. Тогда рассмотрим арифметическую прогрессию, где n -ый член равен $a+b$. Тогда легко заметить, что $4a+b = 6-9x$, $(x^2-2x)^2 = 2a + 6-9x = 6a+b$, $9x^2 - (x^2-2x)^2 + 4a = 10a+b$. Теперь докажем "в обратную сторону", т.е. пусть эти выражения являются членами прогрессии $a+b$ (формула n -ого элемента прогрессии), тогда равенство $\neq 1$ очевидно (левая часть = правая часть = $4a$). Таким, т.е. x - это решение уравнения $\neq 1$, причем все меньшие решения подпадают.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4.4) \quad x - 2y < 0 \Rightarrow 2y - x < 2$$

$$2x - y > 0 \Rightarrow 2x - y \leq 1$$

Сложим и получим, что $x + y \leq 3$. Кроме,

если $x > \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{8}{3} < y < 4$

$$\frac{8}{3} - y < 2x - y \leq 1 \Rightarrow \frac{8}{3} - y < 1 \Rightarrow y > \frac{5}{3}, \text{ но тогда}$$

$$x + y > \frac{4}{3} + \frac{5}{3} = 3 - \text{противоречие. Пусть } y > \frac{5}{3}, \text{ тогда}$$

$$\frac{10}{3} - x < 2y - x \leq 2 \Rightarrow \frac{10}{3} - x < 2 \Rightarrow \frac{4}{3} < x,$$

но тогда $x + y > 3$ - противоречие с #4.

$$\text{Д.е. } x \leq \frac{4}{3} \text{ и } y \leq \frac{5}{3} \Rightarrow 6x + 3y \leq 13.$$

Итак, во всех случаях $6x + 3y \leq 13$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4) \quad x \geq 0; \quad y \geq 0$$

Реш. Рассмотрим 4 неравенства

$$4.1) \quad \cancel{x - 2y \leq 2} \quad \#2: \quad x - 2y \geq 0 \Rightarrow x - 2y \leq 2$$

$$\cancel{2x - y \geq 0} \quad \#2: \quad 2x - y \geq 0 \Rightarrow 2x - y \leq 1$$

Получаем, что $x \geq 2y \Rightarrow 2x - y \leq 2x - \frac{x}{2} =$

$$= \frac{3}{2}x \leq 1 \Rightarrow x \leq \frac{2}{3}, \quad y \leq \frac{1}{3} \Rightarrow 6x + 3y \leq 5, a$$

y как есть пример на 13.

$$4.2) \quad x - 2y < 0 \Rightarrow 2y - x \leq 2$$

$$\#3: \quad 2x - y < 0 \Rightarrow y - 2x \leq 1$$

Получаем из $\#3$, что $y > 2x \Rightarrow 2y - x \leq$

$$\leq 2y - \frac{y}{2} = \frac{3}{2}y \leq 2 \Rightarrow y \leq \frac{4}{3}; \quad x \leq \frac{2}{3} \Rightarrow$$

$$6x + 3y \leq 4 + 4 = 8, a \quad y \text{ как есть пример на 13.}$$

$$4.3) \quad \left. \begin{array}{l} x - 2y \geq 0 \Rightarrow x \geq 2y \\ 2x - y < 0 \Rightarrow y > 2x \end{array} \right\} \Rightarrow x + y > 2(x + y),$$

т.к. $(x + y) > 0$, то $x + y > 2(x + y) \Rightarrow 1 > 2$, что неверно.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 13 $x = \frac{4}{3}; y = \frac{5}{3}$ ~~не подходит~~
~~не подходит~~

$$|x - 2y| = \left| \frac{4}{3} - \frac{10}{3} \right| = |-2| \leq 2$$

$$|2x - y| = \left| \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \right| = |1| \leq 1$$

$$6x + y = 8 + 5 = 13.$$

Решение: рассмотрим 4 случая:

1) $x < 0; y < 0$.

Равно, что $6x + 3y < 0$, а y как есть пример на 13

2) $x < 0; y \geq 0$.

Доб., что $x - 2y < 0 \Rightarrow 2y - x \leq 2$, т.к. $x < 0$,
то $2y < 2 \Rightarrow y < 1 \Rightarrow 6x + 3y < 3y < 3$,
а y как есть пример на 13.

3) $x \geq 0; y < 0$

Доб., что $2x - y > 0 \Rightarrow 2x - y \leq 1$, т.к. $y < 0$,
то $2x < 1 \Rightarrow x < \frac{1}{2} \Rightarrow 6x + 3y < 6x < 3$, а y как
есть пример на 13.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on a grid background, including several systems of linear inequalities and their solutions:

$$\begin{cases} 0 < x - 2y \leq 2 \\ 0 \leq 2x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2y \\ x \leq 1 \\ y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \leq 2y - x \leq 2 \\ 0 \leq y - 2x \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq 2 \\ x + y \leq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \leq 2y - x \leq 2 \\ 0 \leq x - 2y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > \frac{5}{3} \\ y < 8 \end{cases}$$

Additional notes and calculations include:

- $\frac{5}{3}$ and $\frac{4}{3}$ (written vertically)
- 13
- $x + 2$
- $2y - 2$
- $2 = x + 2y$
- $1 = y - x$
- $x \leq \frac{4}{3}$
- $y > \frac{5}{3}$
- $y < \frac{5}{3}$
- $y - 2x = 2$
- $2x > 8$
- $y < 8$
- $y > \frac{5}{3}$
- $y < 8$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $A = (m+2n)(m+2n-7)$, а $B = mn(m+2n+9)$. Заметим, что $4 \mid A$ и $4 \mid B$. A и B делятся на 2, т.к. $m+2n$ и $m+2n-7$ разнятся на нечетное \Rightarrow одно из этих чисел четное \Rightarrow произведение четное. B делится на 2, т.к. если m или n четное, то очевидно, что $B = mn(m+2n+9) \equiv 2$, т.е. $m \times 2$ и $n \times 2 \Rightarrow m \equiv 1, n \equiv 1 \pmod{2} \Rightarrow m+2n+9 \equiv 1+0+1 \pmod{2} \equiv 0$, т.е. $B \equiv 2$, т.к. $B \equiv m+2n+9 \pmod{2}$, а $m+2n+9 \equiv 2$. Также образом $5 \mid 9^2$ и $11 \mid p^2$ тогда оба делятся на 2 $\Rightarrow p=q=2$, т.к. p и q простое и $\equiv 2 \pmod{2}$ (т.к. $(11, 2) = 1$ и $(5, 2) = 1$)
 Тогда $mn(m+2n+9) = 11 \cdot 2^2 = 44$. Заметим, что т.к. $m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow m, n \geq 1 \Rightarrow m+2n+9 \geq 12$, а т.к. это делитель 44, то это либо 22, либо 44, если это 44, то $mn=1 \Rightarrow m=n=1$, но $1+1 \cdot 2+9 \neq 44$, если это 22, то $mn=2 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 & n=2 \\ m=2 & n=1 \end{cases}$
 но в обоих случаях $m+2n+9 \leq 14 < 22$. Т.е.
 $(m+2n)(m+2n-7) = 44$, а $mn(m+2n+9) = 300$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если обозначить $m+2n=a$, то $a(a-7)=44$, т.е.

$a-7a-44=0$ - решим квадратное уравнение,

то получим, что $a=m+2n \geq 3$. Получим

2 корня $x_1 = \frac{7 + \sqrt{49 + 4 \cdot 44}}{2} = 11$ и $x_2 = \frac{7 - \sqrt{49 + 4 \cdot 44}}{2} =$

-4 , но т.к. $x_2 < 0$, то $a = x_1$, т.е.

$$m+2n=11 \Rightarrow mn(m+2n+9) = mn \cdot 20 = 300 \Rightarrow$$

$mn \leq 15$. Переберем:

$$m=1 \quad n=15 \Rightarrow m+2n=31 \neq 11$$

$$m=3 \quad n=5 \Rightarrow m+2n=13 \neq 11$$

$$m=5 \quad n=3 \Rightarrow m+2n=11$$

$$m=15 \quad n=1 \Rightarrow m+2n=17 \neq 11$$

Итак, заметим, что при $m=5$,

$n=3$ условие выполняется, а при остальных значениях нет.

Ответ: $m=5, n=3$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$h \neq 0$, т.к. h — это высота $\triangle ABC \Rightarrow$
 $\Rightarrow h \perp Z \Rightarrow \angle AZZ = 90^\circ \Rightarrow \angle AZZ = 180^\circ - 2\alpha$. Теперь, применим
т. Косинусов для $\triangle AZZ$:

$$ZZ^2 = AZ^2 + AZ^2 - 2AZ \cdot AZ \cos \angle AZZ$$

$$16 = 9 + 9 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos(180 - 2\alpha) = 18 + 18 \cos(2\alpha)$$

$$\text{(т.к. } \cos(180 - \beta) = -\cos \beta)$$

$$-2 = 18 \cos(2\alpha)$$

$$-\frac{1}{9} = \cos(2\alpha)$$

Теперь применим т. Косинусов для $\triangle ABC$
и BC :

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AB \cdot AC \cos \angle CAB$$

~~$$BC^2 = 36 + 144 - 2 \cdot 6 \cdot 12 \cos(2\alpha) = 180 + 16 = 196$$~~

$$BC^2 = 129$$

$$BC = \sqrt{129}$$

$$BC^2 = 36 + 144 - 2 \cdot 6 \cdot 12 \cos(2\alpha) = 180 + 16 = 196$$

$$BC^2 = 196$$

$$BC = 14$$

Ответ: $BC = 14$.

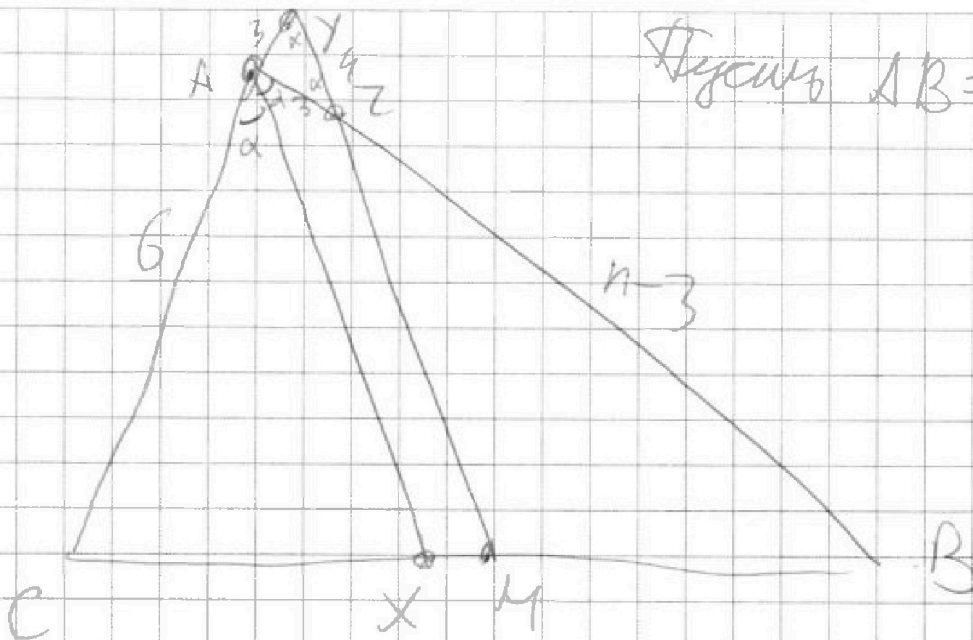
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что угол $\angle XAZ = \angle AZY \stackrel{\alpha}{=} \angle YAZ$ и $AX \parallel ZY$ или
секущая AZ. $\angle YAZ = 180 - 2\gamma \Rightarrow$ и $\triangle AZY$

$$\angle AZY = 180 - \angle YAZ - \angle AZY = 180 - 180 + 2\gamma - \gamma = \gamma \Rightarrow$$

$\Rightarrow \triangle AZY$ - равнобедренный и $AZ = AY = 3$.

Теперь по золотому сечению в-вед. рассмотрим AX

$$\frac{BX}{AX} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{CX}{BX} = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{n} \Rightarrow n \cdot CX = 6 \cdot BX \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CX = \frac{6}{n} BX \Rightarrow CX + BX = \frac{6}{n} BX + BX = \frac{6+n}{n} BX \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MB = \frac{BC}{2} = \frac{6+n}{2n} \cdot BX$$

$$\Rightarrow \frac{MB}{BX} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{6+n}{2n} = \frac{n-3}{n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6n + n^2 = 2n^2 - 6n \Rightarrow n^2 - 12n = 0 \Rightarrow n(n-12) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.1) Два узла лежат в ^{одной} зоне.
 Каких соседей $4 \cdot C_{30}^2$ (в каждой зоне 30 узлов), но заметим, что при 4-х поворотах ($0^\circ, 90^\circ, 270^\circ, 180^\circ$) мы получаем 4 различных способа (т.к. всегда узлы лежат в одной зоне), которые на самом деле являются $1 \cdot C_{30}^2$ узлами, т.е. разделим $\frac{4 \cdot C_{30}^2}{4} = C_{30}^2$

2.2) Узлы лежат в соседних зонах, тогда при поворотах так же всегда разные способы (в одной зоне лежат в 1 и 2-ой, в другой в 2 и 3-ей, в 3-ей 4-ой и 1 и 4-ой зонах) т.е. общее кол-во способов

$4 \cdot C_{30}^2 \cdot C_{30}^2$ (выбираем пару сосед. зон и выбираем 1-ый узел в одной, потом 2-ой узел в другой) в итоге на 4 и остается $30 \cdot 30 = 900$ способов.

2.3) Узлы лежат в противоположных зонах.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Венера, ~~может~~ имеет 2 поделку:

2.3.1) Если при повороте получаем только 2 разл. раскраски. Это значит, что при повороте на 180° получаем то же самое, что и при пов. на 0° и повороте на 90° и 270° совмещаются одна с другой. ~~Есть~~ Также способов 2-30 (выбираем первую противоположную зону, выбираем одной из зон угол, второй определяем ориентацию (нам надо, чтобы при повороте на 180° они совместились) поворотом на 180° , симм. центра квадрата) и делим на 2, ~~чтобы~~ ~~считать~~ ~~имею~~ 30 вариантов.

2.3.2) Если при повороте 4 раскраски получаем. Также способов 2-30 = 29 (2-мя способами выбираем первую противоположную зону, 30-ю выбираем



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

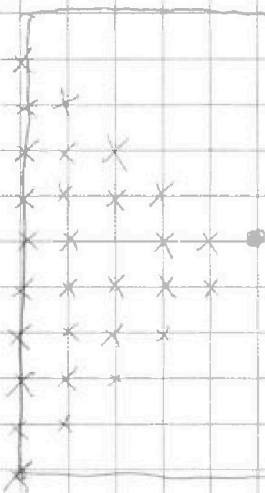
СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим 2 случая:

1) Один из ^{двух} узлов в центре. Тогда для 2-го ^{двух} узлов 120 вариантов, но заметим, что каждой вершиной, мы можем повернуть на 90° , 180° и 270° , таким образом ~~все время~~ ~~каждый~~ ~~раз~~ 120 вариантов делится на 4-ки одинаковых итого получается \odot 30 различных вариантов.

2) Ни один из 5-узлов не в центре. Рассмотрим квадрат на 4 зоны:



x - узлы 1-ой зоны

2-ая, 3-ая, 4-ая зоны

концентрация поворотов 1-ой зоны \odot 90° , 180° и 270° . Тогда

заметим, что при повороте на 90° 1-ая \rightarrow 2-ая, 2-ая \rightarrow 3-ая,

3-ая \rightarrow 4-ая, 4-ая \rightarrow 1-ая.

Теперь рассмотрим ещё \odot подслучай:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1-ый угол, а ~~в~~ 2-ой 29-го макс, что ~~был~~
 от не совм с повернутом на 180° 1-ый
 углом) и др. м.к. ~~В итоге~~
 каждой способ ~~повышает~~ ч. раба
 итого $15 \cdot 29 = 435$

$$\text{Итого } 30 + (30 + 900 + 30 + 435 =$$

$$= 30 + 435 + 900 + 30 + 435 = 1800 + 30 = 1830$$

Ответ: 1830

Комментарий: при ч-х поворотах
 в подматрице 2.1 и 2.2^{2.4}, а также
 при повороте на 90° в стр. 2.3.1 и 2.3.2
 получаются разные раскладки, м.к.
 набор зон, ~~которые~~ в которых имеют
 5 углов различаются и м.к. ~~состав~~ состав
 своего состава ~~на сколько~~ на сколько раз
~~они ~~различаются~~ различаются~~ ~~они ~~различаются~~ различаются~~
используются разные способы

$$\text{Итого } 30 + (30 + 900 + 30 + 435 = 1830$$

Ответ: 1830.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(m+2n)(m+2n-1) = 75q^2 \quad q=7$$

$$mn(m+2n+q) = 11p^2$$

$$11 \cdot 4 = 4q^2 \rightarrow 11p$$

$10 \sqrt{3}$
 $\sqrt{3} < 2$

$$(m+2n)(m+2n-1) = 300$$

~~3 4 5 6 10 15 20 25 30 60~~

$$3 \cdot 2 \cdot 5^2 \quad 15 \cdot 20$$

$11 \cdot 4$ 20
15
12

$$x(x-1) = 300$$

$$x^2 - x - 300 = 0$$

$$49 + 49 = 300 = 9$$

$$x(x-1) = 44$$

$$x^2 - x - 44 = 0$$

$m=3$
 $n=5$
 $m=5$
 $n=3$

$$11 \cdot 225$$

$$7+15$$

$$m+2n=11$$

$$x=11$$

$$mn=15$$

$$mn(m+2n+q) = 75q^2$$

300



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 74n$$

~~$$(m+2n)^2 - 7(m+2n)$$~~

$$(m+2n)(m+2n-7)$$

$$a \quad a-7 \quad a+9$$

$$7 \cdot 25 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 9^2$$

$$m \cdot n = 19 \cdot 75$$

$$11p^2 = 11 \cdot p \cdot p$$

$$m \cdot n \cdot (m+2n+9) = 45$$

$$2n+19=22 \quad n=6$$

$$m(n+11)$$

$$m=1$$

$$\begin{cases} m+1 & n+1 \\ m+1 & n+1 \\ n+1 & n+1 \end{cases}$$

$$p=2$$

$$n=6 \quad m=1$$

~~$$(m+2n)(m+2n-7) = 75 \cdot 9^2$$~~

$$m+2n-7=2$$

~~$$11p^2$$~~

$$m+2n=11$$

$$11p^2 \quad 1 \quad -$$

$$p^2$$

$$11 \quad p^2 \quad -$$

$$p^2 \quad 11 \quad -$$

$$2 \cdot 3 \cdot 9^2$$

$$7 \cdot 9$$

$$7$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~2x^4 - 9x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0~~ $x^2(x-2)$ $x=1$ $(x-2)^2 = 8$

~~2x^4 - 9x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0~~ $4 + 4 \cdot 4 = 20$

$z \pm \sqrt{20}$ $z^2 - 4z^2 + 4z^2$

$4 + 4 \cdot 4 = 20$

$z \pm \sqrt{20}$ $2 \pm 2\sqrt{5}$

$(x-2)^2 - 8 = 0$
 $(x-2)^2 = 8$
 $x-2 = \pm 2\sqrt{2}$

$1 \pm \sqrt{5}$

$1 - 4 + 1 + 6 - 4 = 4x + 4$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 & x-1 \\ \hline x^3 - x^2 & x^2 - 2x + 4 \\ \hline -2x^2 - 2x + 4 & \\ -2x^2 + 2x + 4 & \\ \hline -4x + 4 & \\ -4x + 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$x = 2 \pm 2\sqrt{2}$

$$\begin{array}{r|l} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 & x-1 \\ \hline x^4 - x^3 & x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \\ \hline -3x^3 + x^2 + 6x - 4 & \\ -3x^3 + 3x^2 + 0 & \\ \hline -2x^2 + 6x - 4 & \\ -2x^2 + 2x & \\ \hline 4x - 4 & \\ 4x - 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$

$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$

$(x^3 - 3x^2 - 2x + 4)(x-1)$

$(x^2 - 2x - 4)(x-1)^2$

~~3x~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4-y \quad 5-9x$$

$$5-y(x^2-2x)^2$$

$$9x^2$$

$$x^2(x-2)^2$$

$$9x^2$$

β

$a+\beta$

$2a+\beta$

$3a+\beta$

$$3+2-1$$

$$3a+\beta = 6-9x$$

$$5a+\beta = (x^2-2x)^2 = x^4 - 4x^3 + 4x^2 = x^2(x-2)^2$$

$$9a+\beta = 9x^2$$

$$x^2(x^2-4x+4)$$

$$x^2(x-2)^2$$

$$6a = 9x^2 + 9x - 6$$

$$2a = 3x^2 + 3x - 2$$

$$5x^2 + 5x - 4$$

$$9x^2 - 9x + 6$$

$$4a = x^2 \cancel{9x^2} (9 - (x-2)^2)$$

$$x^2(x+1)(5-x)$$

$$a = -x^2 + 4x + 5$$

$$\rightarrow 9(x^2 - x + \frac{2}{3})$$

$$5x - x^2 + 5 - x$$

$$5x^2 + 5x - 4 = x^2(x+1)(5-x)$$

$$5x^2 + 5x - 4 = -x^4 + 4x^3 + 5x^2$$

$$\rightarrow x^4 - 4x^3 + x^2 + 5x - 4 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\max(3y+6x)$$

13

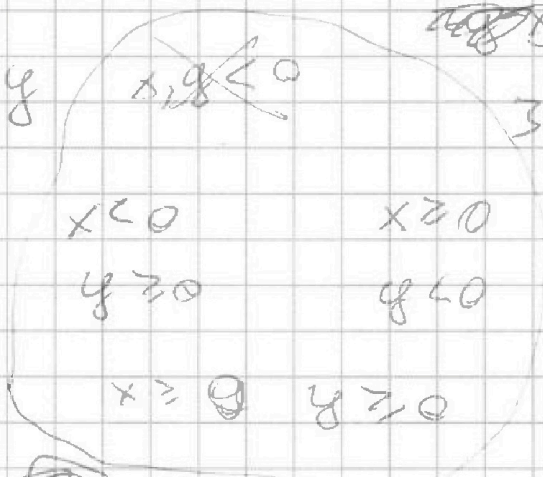
$$\begin{cases} y \leq 1 \\ 2y \leq 2 \\ 2y-x \leq 2 \end{cases}$$

$$x-2y \geq 0$$

$$x \geq 2y \quad 2x \geq y$$

$$2x-y \geq 0$$

$$-3 \geq -2 \cdot 2$$



4

$$\textcircled{1} \begin{cases} x-2y \leq 2 \\ 2x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$3(x-y) \leq 3$$

$$(x-y) \leq 1$$

$$x = -1$$

$$y = -y$$

$$3y + 6x \leq -3y - 6x$$

$$6(y+2x) \leq 0$$

$$\begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = \frac{5}{3} \end{cases}$$

13

$$\begin{cases} x < 1 \\ y = \frac{8}{3} - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-y=1 \\ y=2x-1 \end{cases}$$

$$x-2(2x-1) = -2$$

$$\begin{cases} x-4x+2 = -2 \\ -3x = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y \leq 2 \\ x \leq 2 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1 + \sqrt{5}$$

$$a \quad b \quad c$$

$$1 + 2\sqrt{5} + 5$$

$$a - b = 2(b - c)$$

$$6 + 2\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5} - 4$$

$$54 + 18\sqrt{5}$$

~~200~~

~~200~~

$$(x - 1)^2 = 5$$

$$6 + 2\sqrt{5}$$

$$1 + \sqrt{5}$$

$$1 + \sqrt{5}$$

$$6 - 9 - 9\sqrt{5}$$

$$4^2 \quad 16$$

$$-3 - 9\sqrt{5}$$

$$6 + 2\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5}$$

$$16$$

$$\frac{19 + 9\sqrt{5}}{2}$$

$$54 + 18\sqrt{5}$$

$$\frac{38 + 18\sqrt{5}}{4}$$

$$24 + 12\sqrt{5}$$

$$12 + 6\sqrt{5}$$

~~200~~

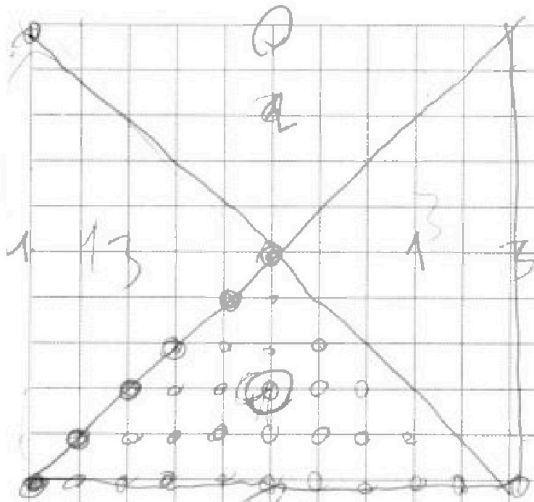


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$2(1 + \dots + 5)$$

$$\frac{5 \cdot 6}{2} = 30$$

$$\frac{4 \cdot C_{30}^2}{4}$$

$$\frac{4 \cdot C_{30}^2 \cdot C_{30}^2}{4}$$

$$\frac{2 \cdot C_{30}^2}{2}$$

$$\frac{2 \cdot C_{30}^2 \cdot C_{30}^2}{4}$$



$$\begin{array}{r} 40 \\ \times 15 \\ \hline 145 \\ 29 \\ \hline 435 \end{array}$$

$$C_{30}^2 + C_{30}^2 \cdot C_{30}^2 + C_{30}^2$$

$$+ \frac{\quad}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t^6 + 3t^2 + 2t =$$
$$t(t^5 + 3t + 2)$$
$$2$$
$$t(t^5 + 3t + 2)$$

$x^2 - 2$
 $y^2 - 4 \geq 0$ $x^2 \geq 0$
 $14 + 5x - 4y^2 \geq 0$

58

~~14~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

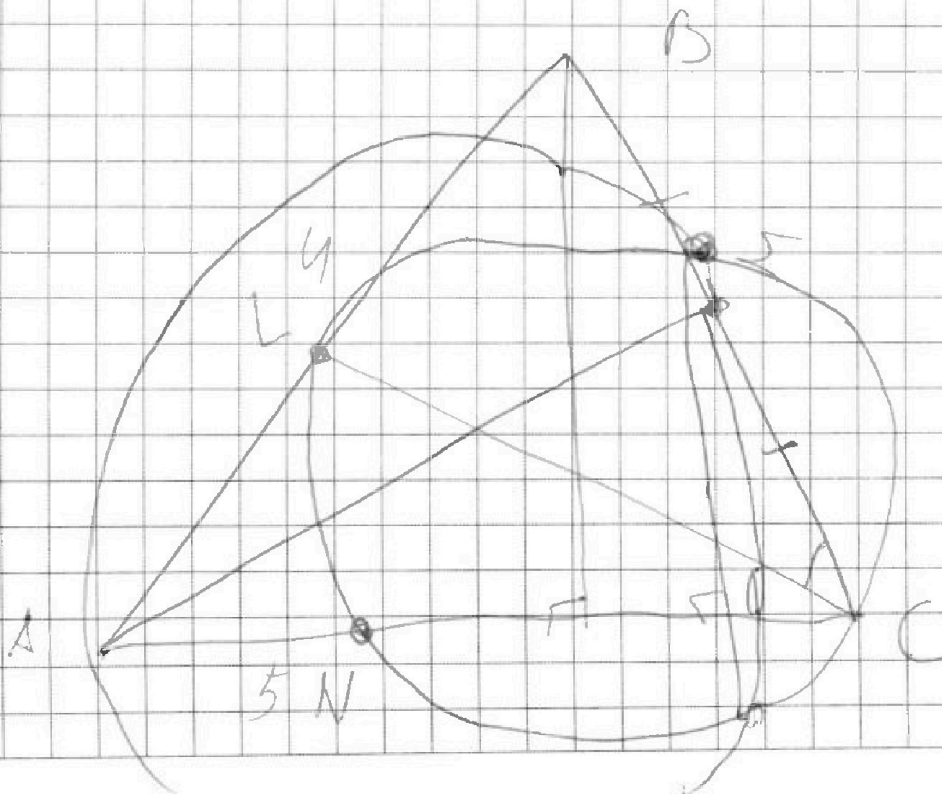
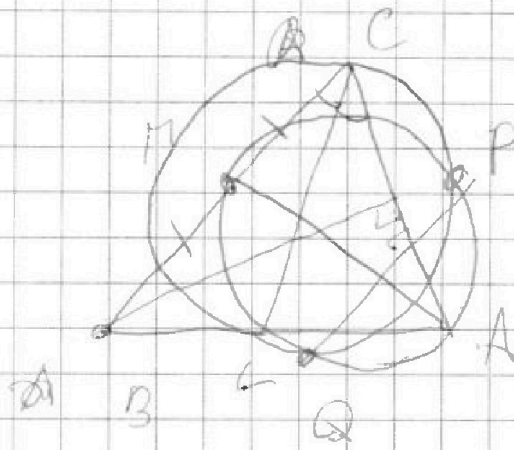
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{4-y} + 7 = 2\sqrt{4+5x-y^2}$$

$$x^3 + 3x + \sqrt{2x} = 3y + \sqrt{4-y}$$





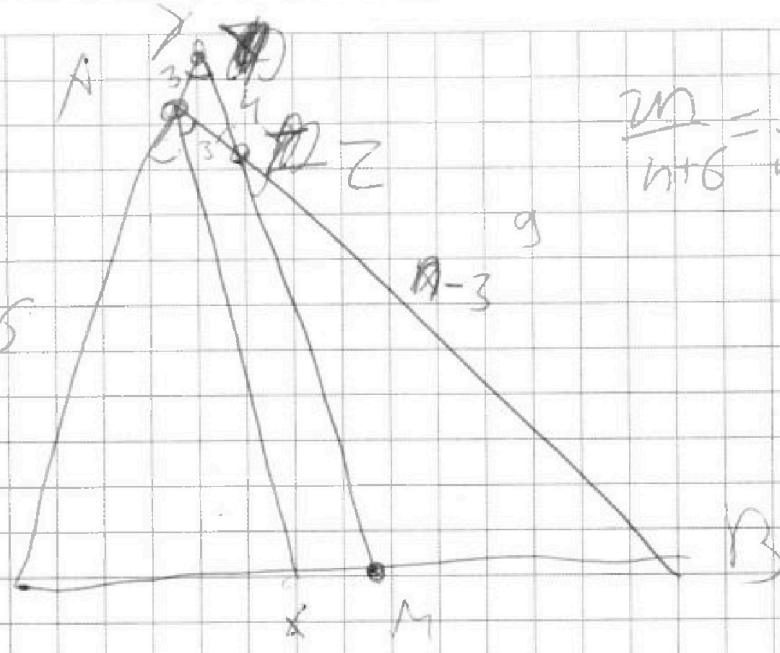
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 129 \overline{) 143} \\ \underline{12} \\ 9 \\ \underline{43} \\ 1 \\ \underline{14} \\ \times 14 \\ \hline 56 \\ \underline{14} \\ \hline 6 \end{array}$$



$$\frac{2n}{n+6} = \frac{n}{n-3}$$

$$x > 6$$

$$\frac{CX}{BX} = \frac{6}{n}$$

$$\frac{6BX}{n} = \frac{n \cdot CX}{\cancel{6(CX+BX)}}$$

$$\frac{BX}{BC} = \frac{6}{n}$$

$$n^2 - 6n = n^2 + 6n$$

$$n^2 - 12n = 0$$

$$\frac{2BX}{BC} = \frac{2n}{n+6}$$

$$\frac{6+n}{n} BX = BC$$

$$n(n-12) = 0$$

$$\frac{BX}{BC} = \frac{n}{n+6}$$

$$\frac{n-3}{3} = \frac{2n}{n+6}$$

$$9 + 4 \cdot 18 = 2n + 9 = 81$$

$$n^2 + 6n - 3n - 18 = 0$$

$$\frac{3+9}{2}$$

$$n^2 - 3n - 18 = 0$$

$$\cancel{2n + 9 = 81}$$