



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$a_3 = a_1 + 2d = 3x + 3$$

$$a_5 = a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 3x^2$$

⇓

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 3x + 3 & (1) \\ a_1 + 4d = x^2(x^2 + 4x + 4) & (2) \\ a_1 + 8d = 3x^2 & (3) \end{cases}$$

$$(3) - (1): \quad a_1 + 8d - (a_1 + 2d) = 3x^2 - 3x - 3$$

$$6d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$2d = x^2 - x - 1$$

$$4d = 2x^2 - 2x - 2$$

подставим в (1) $a_1 + x^2 - x - 1 = 3x + 3$

$$a_1 = -x^2 + 4x + 4$$

подставим в (2):

$$-x^2 + 4x + 4 + 2x^2 - 2x - 2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

Заметим, что при $x = -1$ $x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x -$

$$-2 = 1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0$$

$x = -1$ — корень уравнения.

Теперь разложим уравнение по м. Безу:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r}
 x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\
 - x^4 + x^3 \\
 \hline
 3x^3 + 3x^2 \\
 - 3x^3 + 3x^2 \\
 \hline
 -2x - 2 \\
 - -2x - 2 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad \left| \begin{array}{l}
 x+1 \\
 \hline
 x^3 + 3x^2 - 2
 \end{array} \right.
 \quad (x = -1 - \text{корень})$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = (x+1) \cdot (x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$x = -1$ является корнем $x^3 + 3x^2 - 2 = 0$
 $(x^3 + 3x^2 - 2 = -1 + 3 - 2 = 0)$

Докажем $x^3 + 3x^2 - 2$ по т. Безу.

$$\begin{array}{r}
 x^3 + 3x^2 - 2 \\
 - x^3 + x^2 \\
 \hline
 2x^2 - 2 \\
 - 2x^2 + 2x \\
 \hline
 -2x - 2 \\
 - -2x - 2 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad \left| \begin{array}{l}
 x+1 \\
 \hline
 x^2 + 2x - 2
 \end{array} \right.$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = (x+1) \cdot (x+1) \cdot (x^2 + 2x - 2) = 0$$

$x = -1 \quad x = -1$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

Ответ: $x = -1; -1 + \sqrt{3}; -1 - \sqrt{3} = -1 \pm \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

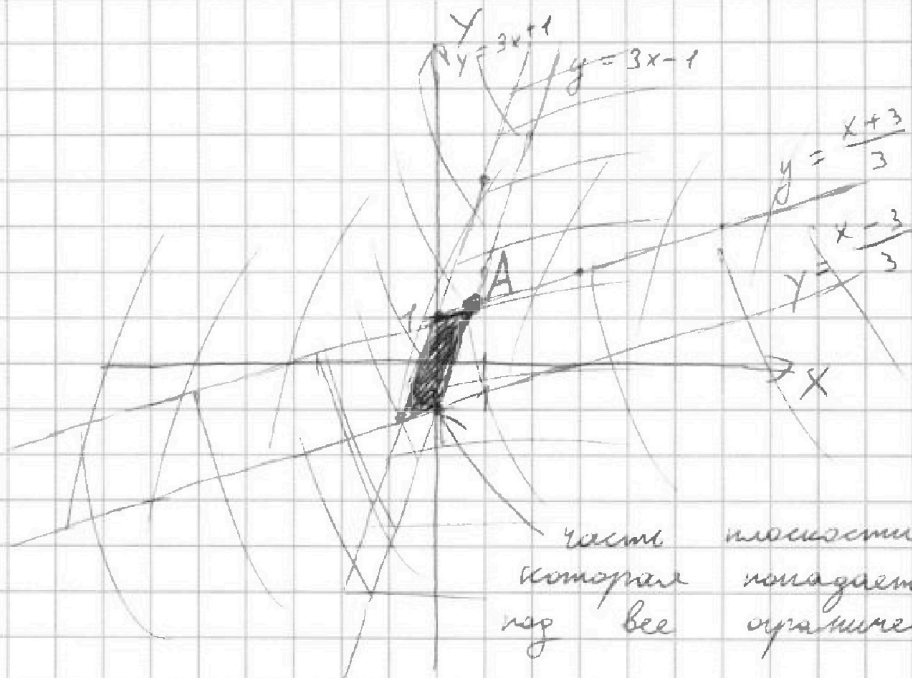
w2

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 & (1) \\ |3x - y| \leq 1 & (2) \end{cases}$$

$$4y + 6x \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x - 3y \leq 3 \\ x - 3y \geq -3 \\ 3x - y \leq 1 \\ 3x - y \geq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq 3x - 1 \\ y \leq 3x + 1 \\ y \geq \frac{x-3}{3} \\ y \leq \frac{x+3}{3} \end{cases}$$

Отобразим эти ограничения на координатной плоскости



Заметим, что у закрашенной части плоскости точка максимума x и максимума y совпа-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

дает и находится в т. А. (в любой другой точке принадлежащей закрашенной части плоскости одновременно и X и Y меньше чем в т. А \Rightarrow в т. А будет максимум $4y + 8x$ т.к эта функция неотрицательно зависит от обеих переменных).

т. А - точка пересечения $y = 3x - 1$ и

$y = \frac{x+3}{3} \Rightarrow$ находится т. А:

$$3x - 1 = \frac{x+3}{3}$$

$$2\frac{2}{3}x = 2$$

$$x = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow y = \frac{3-3}{4} - 1 = \frac{5}{4}$$

$$A\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right) \quad x_{\max} = \frac{3}{4} \quad y_{\max} = \frac{5}{4}$$

$$4y + 8x \rightarrow \max$$

$$4 \cdot \frac{5}{4} + 8 \cdot \frac{3}{4} = 5 + 6 = 11$$

Ответ: максимальное значение $4y + 8x$ при данных ограничениях 11.

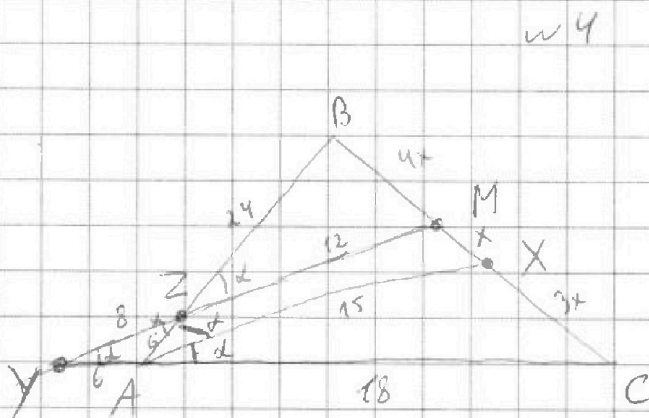
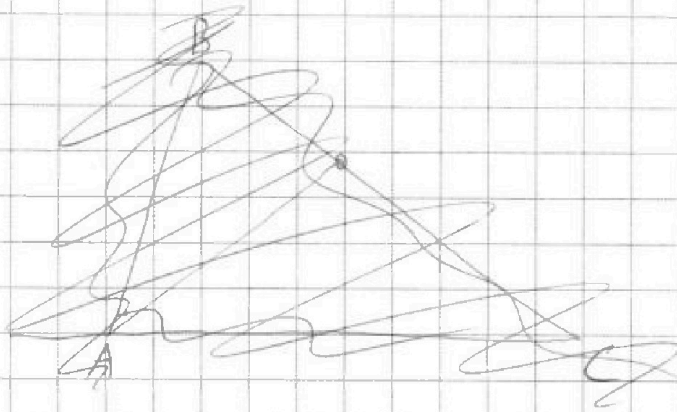


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано

$$AC = 18$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

$$BM = MC$$

$$AX - \text{бисс}$$

$$ZM \parallel AX$$

$$BC = ?$$

$$1) \angle BAX = \angle XAC = \alpha$$

(AX - бисс)

$$\angle BZM = \angle BAM = \alpha$$

(ZM \parallel AX; соответ)

$$\angle BZM = \angle YZA = \alpha$$

(верши)

$$\angle YAZ = 180^\circ - \angle BAC = 180 - 2\alpha$$

(смежные)

$$\angle ZYA \stackrel{\parallel}{=} 180^\circ - \alpha - 180^\circ + 2\alpha = \alpha$$

(по сумме углов в Δ)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} &\Downarrow \\ &\Delta YAZ - \text{равнобедренный} \\ &(\angle ZYA = \angle AZY = \alpha) \\ &\Downarrow \\ &ZA = YA = 6 \end{aligned}$$

2) по м. Менелая

$$\begin{aligned} \frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YC} &= 1 \\ 1 \cdot \frac{BZ}{6} \cdot \frac{6}{6+18} &= 1 \quad \left(CM = MB \Rightarrow \frac{CM}{MB} = 1 \right) \\ &\Downarrow \\ BZ &= 24 \end{aligned}$$

3) $\Delta BZM \sim \Delta BAX$
($\angle B$ - общий; $\angle BZM = \angle BAX = \alpha$)

$$\frac{ZM}{AX} = \frac{BZ}{BA} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5} = \frac{BM}{BX}$$

$$\begin{aligned} &\Downarrow \\ ZM &= 4y \quad AX = 5y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\Downarrow \\ BM &= \frac{1}{2} BC \quad (\text{по усл. } CX = CM) \\ &\Downarrow \\ BX &= x \end{aligned}$$

4) $\Delta YMC \sim \Delta AXC$
($\angle MYA = \alpha = \angle XAC$; $\angle C$ - общий)

$$\frac{XA}{YM} = \frac{XC}{CM} = \frac{3x}{4x} = \frac{3}{4}$$

$$\begin{aligned} &\Downarrow \\ CX &= CM - BX = \\ &= 4x - x = 3x \\ &(\text{CM} = \frac{1}{2} BC = 4x) \end{aligned}$$

$$\frac{5y}{4y+8} = \frac{3}{4} \Rightarrow 20y = 12y + 24$$

$$\begin{aligned} y &= 3 & AX &= 15 \\ ZM &= 12 & YM &= 20 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) По теореме косинусов для $\triangle YAZ$

$$AZ^2 = YZ^2 + AY^2 - 2 \cdot YZ \cdot AY \cdot \cos \alpha$$

$$6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$$

$$36 \cos \alpha = 64 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3}$$

~~6) По теореме косинусов для $\triangle AXC$~~

~~$$XC^2 = AX^2 + AC^2 - 2 \cdot AX \cdot AC \cdot \cos \alpha$$~~

~~$$9x^2 = 15^2 + 18^2 - 2 \cdot 15 \cdot 18 \cdot \frac{2}{3}$$~~

~~$$9x^2 = 225 + 324 - 360$$~~

6) По теореме косинусов для $\triangle YMC$

$$MC^2 = 400 + 576 - 2 \cdot 20 \cdot 24 \cdot \frac{2}{3}$$

$$MC^2 = 376 - 640$$

~~MC = 20~~

~~BC = 24~~

$$MC = \sqrt{336}$$

$$BC = 2\sqrt{336}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Заметим, что у большинства раскрасок 4 способа получения (без поворота, с поворотом на 30° , с поворотом на 180° , с поворотом на 270°), но если учесть x и y , то у которых 2 способа получения. Т.к. центр квадрата не движется при повороте, то все рисунки (раскраски) симметричны относительно центра квадрата, будут иметь лишь 2 способа получения (без поворота и с поворотом на 90°), т.к. если повернуть на 180° , то эта раскраска будет такой же как и без поворота. (поскольку симметричных узлов 40, т.к. всего узлов 81 и все края центрально-полюс составят в симметричных парах \Rightarrow пар 40).

$$\text{Всего способов раскрасок} = \binom{81}{2} = \frac{81!}{79!2!} = 3240$$

из них 3200 способов для раскраски имеющих 4 способа получения и 40 способов для раскраски имеющих 2 способа получения

$$\text{Эквивалентная раскрасок} = \frac{3200}{4} + \frac{40}{2} = \underline{\underline{820}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a_3 = a_1 + d \cdot 2 = 3x + 3 \\ a_5 = a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2 \\ a_9 = a_1 + 8d = 3x^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 324 + 225 - 2 \cdot 16 \cdot \frac{5}{3} \\ - 36 \cdot 360 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 3x + 3 \\ a_1 + 4d = x^4 + 4x^3 + 4x^2 = x^2(x^2 + 4x + 4) \\ a_1 + 8d = 3x^2 \end{cases}$$

$$6d = 3x^2 - 3x - 3 = 3(x^2 - x - 1)$$

$$2d = x^2 - x - 1$$

$$\Downarrow \\ a_1 + x^2 - x - 1 = 3x + 3$$

$$a_1 = -x^2 + 4x + 4 = -(x^2 - 4x - 4)$$

$$\cancel{-x^2 + 4x + 6 + 4x^2 - 4x - 12 = 3x^2}$$

$$-x^2 + 4x + 4 + 2x^2 - 2x - 2 = x^2(x^2 + 4x + 4)$$

$$x^2 + 2x + 2 = x^2(x^2 + 4x + 4)$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\text{при } x = -1 \quad x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 =$$

$$= 1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0$$

\Downarrow
 $x = -1$ - корни уравнения



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ - x^4 + x^3 \\ \hline 3x^3 + 3x^2 \\ - 3x^3 + 3x^2 \\ \hline 0 + 2x - 2 \\ - 2x + 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ \hline x^3 + 3x^2 - 2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} (x+1) \cdot (x^3 + 3x^2 - 2) &= \\ = x^4 + 3x^3 - 2x + x^3 + 3x^2 - 2 &= \\ = x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 &= (x+1) \cdot (x^3 + 3x^2 - 2) = \\ &= (x+1) \cdot (x+1) \cdot (x^2 + 2x - 2) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \\ - x^3 + x^2 \\ \hline 2x^2 - 2 \\ - 2x^2 + 2x \\ \hline -2x - 2 \\ - 2x - 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{1}$$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ \hline x^2 + 2x - 2 \end{array}$$

$$(x+1) \cdot (x^2 + 2x - 2) =$$

$$= x^3 + 2x^2 - 2x + x^2 +$$

$$+ 2x - 2 = x^3 + 3x^2 - 2$$

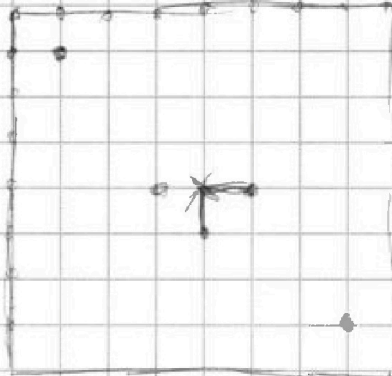
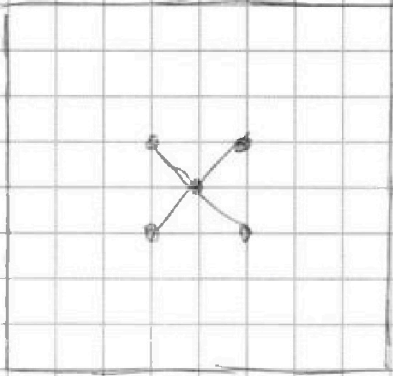


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



81.

$$C_{81}^2 = \frac{81!}{79! \cdot 2!} = \frac{80 \cdot 81}{2} = 3240$$

$$\begin{array}{r} 63-3 \\ \underline{32} \\ + 126 \\ \underline{189} \\ 2016 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 81 \\ 4 \\ \hline 3240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3200 \overline{) 4} \\ \underline{1800} \\ 800 \end{array}$$

из них, 40 - 2 см.

$$\begin{array}{r} 2016 - 32 = 1984 \\ \underline{32} \\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1984 \overline{) 4} \\ \underline{16} \\ 38 \end{array}$$

1984

$$x+1 + 2\sqrt{(x+1)(6-y)} + 6-y$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-4y^2}$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2$$

$$y^4 - x^4 + 5(y^2 - x^2) + \sqrt{y} - \sqrt{x} = 0$$

$$(y^2 - x^2) \cdot (y^2 + x^2) + 5(y^2 - x^2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^4 - y^4 = (x^2 - y^2) \cdot (x^2 + y^2) = (x - y) \cdot (x + y) \cdot (x^2 + y^2)$$

$$x^2 - y^2 = (x - y) \cdot (x + y) = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(x + y) \cdot (x^2 + y^2)}$$

$$= (\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) / (x + y)$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y}) (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (x + y) \cdot (x^2 + y^2)^2$$

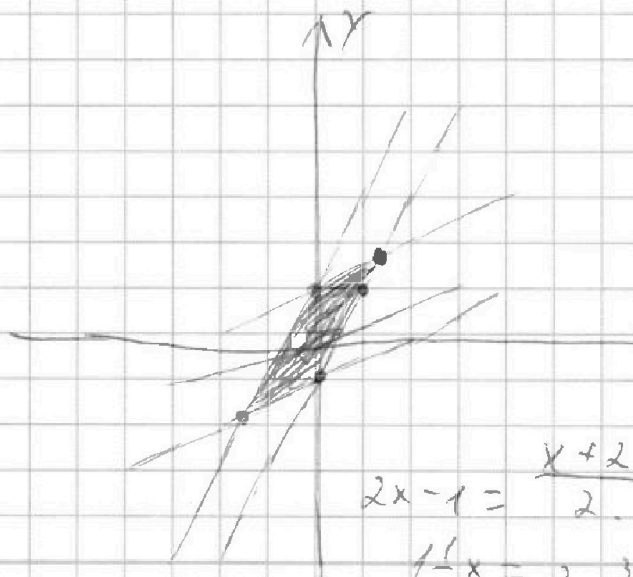
~~$$(x^2 - y^2) - (x^2 + y^2)^2 + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y}$$~~

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$|x - 2y| \leq 2$$

$$|x - y| \leq 1$$

$$\begin{cases} x - 2y \leq 2 & y = \frac{x-2}{2} \\ x - 2y \geq -2 & y = \frac{x+2}{2} \\ 2x - y \leq 1 & y = 2x - 1 \\ 2x - y \geq -1 & y = 2x + 1 \end{cases}$$



$$2x - 1 = \frac{1}{2}x$$

$$\frac{1}{2}x = 1$$

$$x = \frac{2}{3} \quad y = \frac{1}{3}$$

$$2x - 1 = \frac{x+2}{2}$$

$$\frac{1}{2}x = 2 \quad \frac{3}{2}x = 2$$

$$\frac{2-6}{3} + 3 = \frac{1}{3} = 5$$

$$y = \frac{8}{3} - 1 = \frac{5}{3}$$

$$x = \frac{4}{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 & (1) \\ |3x - y| \leq 1 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 4y + 8x &\rightarrow \max \\ 4(y + 2x) &\rightarrow \max. \end{aligned}$$

(1): $|x - 3y| \leq 3$
 $-3 \leq x - 3y \leq 3$

(2): $|3x - y| \leq 1$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$-4 \leq 4x - 4y \leq 4$$

$$-1 \leq x - y \leq 1$$

$$\begin{cases} 3x - y \leq 1 & y \geq 3x - 1 \\ 3x - y \geq -1 & y \leq 3x + 1 \\ x - 3y \leq 3 & y \geq \frac{x-3}{3} \\ x - 3y \geq -3 & y \leq \frac{x+3}{3} \end{cases}$$

$$3x - y \quad y + 1 \leq x \leq y + 1$$

$$\frac{5}{4} \cdot 4 + \frac{3}{4} \cdot 8 = 5 + 6 = 11$$

$$2 \frac{2}{3} x = 2$$

$$\frac{8}{3} x = 2$$

$$\begin{aligned} 8x &= 6 \\ x &= \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$y = 3 \cdot \frac{3}{4} - 1 = \frac{5}{4}$$

$$4y + 8x \rightarrow \max, 25x = 1$$

$$12y + 8 \rightarrow \max, x = \frac{9}{5}$$

$$\frac{1}{2} x = \frac{x+3}{3}$$

$$2x = \frac{x+3}{3} \Rightarrow \frac{2}{3}x = \frac{x+3}{3} \Rightarrow 2x = x+3 \Rightarrow x = 3$$

$$x = 1, y = \frac{1}{5}$$

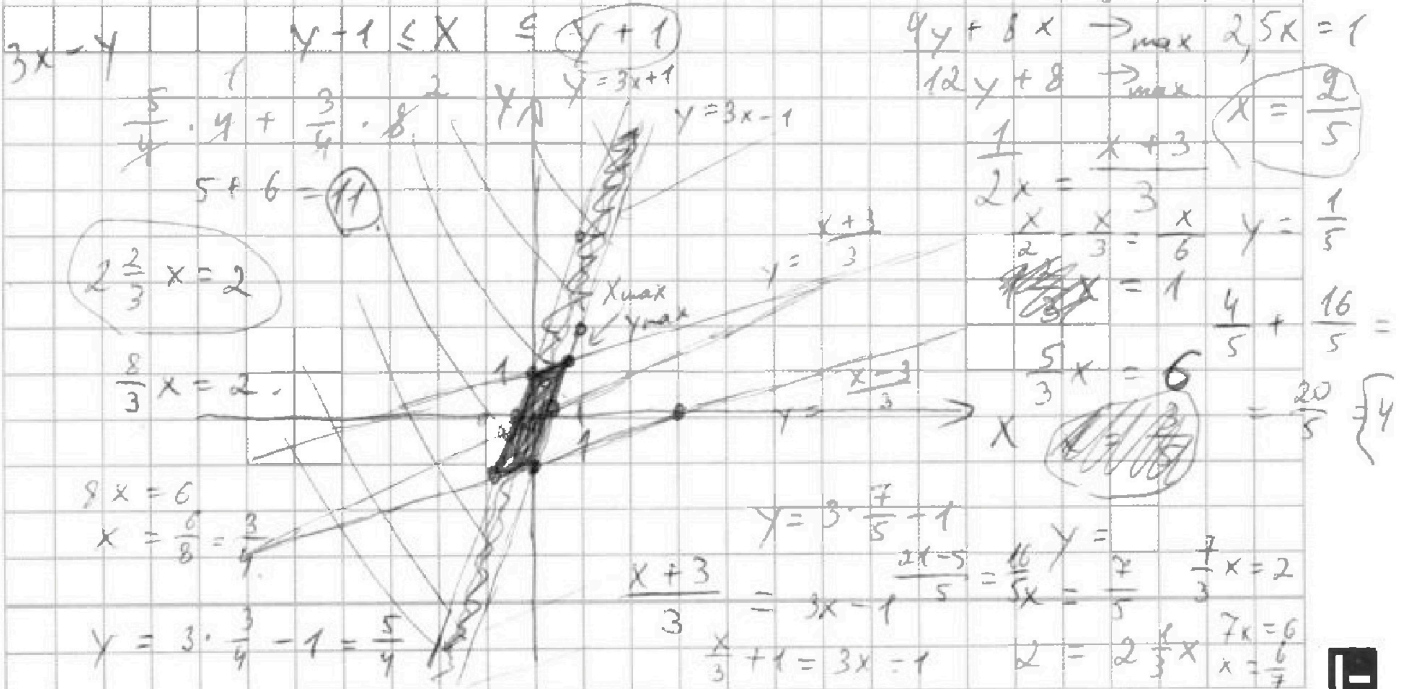
$$\frac{4}{5} + \frac{16}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

$$\frac{5}{3} x = 6 \Rightarrow x = \frac{18}{5}$$

$$y = 3 \cdot \frac{7}{5} - 1 = \frac{16}{5}$$

$$\frac{x+3}{3} = 3x - 1 \Rightarrow \frac{x+3}{3} = 3x - 1 \Rightarrow x+3 = 9x-3 \Rightarrow 6 = 8x \Rightarrow x = \frac{3}{4}$$

$$\frac{x}{3} + 1 = 3x - 1 \Rightarrow \frac{x}{3} + 2 = 3x \Rightarrow \frac{x}{3} = 3x - 2 \Rightarrow x = 9x - 6 \Rightarrow 8x = 6 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{5y}{3} = \frac{3}{4}$
 $8+4y = 3$
 $8y = 24$
 $20y = 12y + 24$
 $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$

$\frac{24}{6} = \frac{4}{3}x$
 $4x = 18$
 $x = \frac{9}{2}$

$5x = \frac{5}{3}xc$
 $6^2 = 8^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$
 $36 = 64 + 36 - 96 \cos \alpha$
 $96 \cos \alpha = 64$
 $\cos \alpha = \frac{64}{96} = \frac{32}{48} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$225 + 324 - 360$
 $225 - 36$
 189
 $\sqrt{189}$

$9x^2 = 324 + AX^2 - 2 \cdot AX \cdot 18 \cdot \frac{2}{3}$
 $9x^2 = 324 + AX^2 - 24AX$
 $18^2 = 324 - 24AX + AX^2$
 $AX^2 = 24AX + 324 - 9x^2$
 $24^2 = 4 \cdot 324 + 36x$

$\frac{5x}{3} + x = \frac{8}{3}x$
 $\frac{CM}{MB} = \frac{BZ}{ZA} = \frac{YA}{YC} = 1$
 $\frac{BZ}{6} = \frac{YA}{YA+18} = 1$
 $\frac{XC}{18} = \frac{BX}{6+BZ}$
 $Bx = \frac{30}{18}xc$
 $Bx = \frac{5}{3}xc$
 $\frac{BZ}{6} = \frac{6}{24} = 1$
 $BZ = 24$
 $\frac{BZ}{6} = \frac{1}{4} = 1$
 $BZ = 24$
 $225 - 36$
 189
 18
 121
 640
 32
 20
 336
 16
 144
 16
 2324



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - y^2 = t$$

$$(x-y)(x+y) = t$$

~~$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5$$~~

$$x^4 - y^4 + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x^2 + y^2)t + 5t + \frac{t}{\sqrt{x+y}} = 0$$

$$t =$$

$$x+3 = y+3$$

$$t = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x^2 + y^2 + 5}$$

$$x^2 + 2x + 4 = y^2 + 2y + 4$$

$$(x-y)(x+y) + 2(x-y) = 0 \quad (x-y)(x+y+2) = 0$$

$$x+1 - 2\sqrt{x+1} - (6-y) + 6 - y^2 = 2(6+5x-y^2) -$$

$$x=y \quad x = -y-2$$

$$-20\sqrt{6+5x-y^2} + 25$$

$$20\sqrt{6+5x-y^2} - 2\sqrt{6x-y-xy+6} = -2y^2 + 11x + 12 +$$

$$20(6+5x) \quad y - \frac{7+25}{+18}$$

$$\frac{t^2 + 4\sqrt{t}}{x^4 + 5x^2 + \sqrt{x}} = \frac{y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}}{y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}} = -2y^2 + 11x + y + 30$$

$$x > 0 \quad y > 0$$

$$\sqrt{5x+6-x^2} = 5$$

$$5x+6-x^2 = \frac{9}{4}$$

$$x=y$$

~~$$\frac{3}{4} - 6$$~~

$$9-24 = -15$$

$$x_{1,2} = \frac{18 \pm 6}{8} = \left[\frac{12}{8} = \frac{3}{2} \right] \quad x^2 - 5x + \frac{45}{4} = 0 \quad D = 25 + 15 = 40$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{40}}{2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$D = 324 - 4 \cdot 18 \cdot 4 = 36$$

$$\frac{1}{x+1} - 2\sqrt{(5x+6-x^2)} + 6-x = 2\sqrt{4 \cdot (6+5x-x^2)}$$

$$x+1 - 2t + 6-x = 4t^2 - 20t + 25 \sqrt{6+5x-x^2} + 25$$

$$4t^2 - 18t + 18 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

WS

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y^2} \end{cases} \quad (2)$$

$$(2): x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

003
 $x > 0$
 $y > 0$

$$x = y$$

$$(1) \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$x+1 - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} + 6-x = 4(6+5x-y^2) - 20\sqrt{6+5x-y^2} + 25$$

$$\sqrt{6+5x-x^2} = \sqrt{(x+1)(6-x)} = t \quad t > 0$$

$$x+1 - 2t = 4t^2 - 20t + 25$$

$$4t^2 - 18t + 18 = 0$$

$$D = 18^2 - 4 \cdot 4 \cdot 18 = 36$$

$$t_{1,2} = \frac{18 \pm 6}{8} = \left[\frac{3}{2}, 1,5 \right]$$

$$\sqrt{6+5x-x^2} = 3 \Rightarrow |x^2 - 5x + 6| = 0$$

$$\sqrt{6+5x-x^2} = 1,5$$

$$x^2 - 5x - \frac{15}{4} = 0$$

$$D = 25 + 15 = 40$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 2\sqrt{10}}{2} = 2,5 \pm \sqrt{10}$$

Ответ:

$$\left(\frac{5+\sqrt{13}}{2}, \frac{5+\sqrt{13}}{2} \right)$$

$$\left(\frac{5-\sqrt{13}}{2}, \frac{5-\sqrt{13}}{2} \right)$$

$$(2,5 + \sqrt{10}; 2,5 + \sqrt{10})$$

$$(2,5 - \sqrt{10}; 2,5 - \sqrt{10})$$

$$D = 25 - 12$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$