



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Пусть a_1 - первый член ариф. прогр., a_d - разность прогрессии $\Rightarrow a_n = a_1 + 3d = 6 - 9x$

$$a_8 = a_1 + 7d = (x^2 - 2x)^2$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 9x^2$$

$$a_1 = 6 - 9x - 3d$$

$$a_1 = 9x^2 - 9d$$

$$a_1 = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 5d$$

$$\left. \begin{array}{l} 6 - 9x - 3d = 9x^2 - 9d \\ 9x^2 + 9x - 6 = 6d /: 3 \\ 3x^2 + 3x - 2 = 2d \end{array} \right\}$$

$$6 - 9x - 3d = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 5d$$

$$\left. \begin{array}{l} x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 0x - 6 = 2d \\ 3x^2 + 3x - 2 = 2d \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 = 3x^2 + 3x - 2 \\ x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0 \end{array} \right\}$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = (x-1)^2(x^2 - 2x - 4) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 1$$

$$\left[\begin{array}{l} x^2 - 2x - 4 = 0, \quad x^2 - 2x - 4 = 0 \cdot D = 4 + 16 = 20 \\ x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = 1 \pm \sqrt{5} \end{array} \right.$$

$$\text{Ответ: } x = 1; \quad x = 1 + \sqrt{5}; \quad x = 1 - \sqrt{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
9 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \text{ } 3y + 6x - \text{max!}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x - 2y \leq 2 \\ -1 \leq 2x - y \leq 1 \end{cases}; \quad -2 \leq x - 2y \quad | \cdot (-1)$$

$$\begin{cases} 2y - x \leq 2 \quad | \cdot 2 \\ 2x - y \leq 1 \quad | \cdot 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y - x \leq 2 \quad | \cdot (-2); \quad 4y - 2x \leq 4 \\ 2x - y \leq 1 \quad | \cdot 4; \quad 2x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$3y \leq 3$$

$$\begin{cases} 4y - 2x \leq 4 \\ 8x - 4y \leq 4 \end{cases} \quad | + \quad 6x \leq 8 \Rightarrow 6x + 3y \leq 11.$$

$6x + 3y = 11$ - max. значение достигается,

например при $x = \frac{4}{6}; y = \frac{4}{3}$

$$\left| \frac{4}{6} - \frac{8}{6} \right| \leq 2; \quad \left| \frac{-11}{6} \right| \leq 2$$

$$\left| \frac{4}{3} - \frac{4}{3} \right| \leq 1; \quad |1| \leq 1.$$

Ответ: 11.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим 2 случая:

$$\begin{cases} A = 11p^2 \\ B = 45a^2 \end{cases} \text{ (1)}$$

$$\begin{cases} A = 45a^2 \\ B = 11p^2 \end{cases} \text{ (2)}$$

$$\text{(1)} \quad m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 4n = 11 \cdot p \cdot p \cdot 1 =$$

$$= (m+2n)^2 - 4(m+2n) = (m+2n)(m+2n-4)$$

$$m^2n + 2mn^2 + 9mn = 11p^2 \cdot 45a^2 =$$

$$= mn(m+2n+9) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot a \cdot a \cdot 1$$

если $a \neq 2$; $5a^2$ - простое, то mn - нец. \Rightarrow

$\Rightarrow m$ и n - нец; но $\left(\frac{m}{n} + \frac{2n}{1} + \frac{9}{1}\right)$ - четно \Rightarrow

$\Rightarrow 5a^2$ - четное $\Rightarrow a = 2^k$. Проверим \Rightarrow

$$\Rightarrow a = 2. \quad mn(m+2n+9) = 300 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1$$

$$(m+2n)(m+2n-4) = 11p^2; \text{ если } p \neq 2 \Rightarrow \text{оно нечетно}$$

$\Rightarrow m$ - нечетное $\Rightarrow m+2n$ - нечетно, но тогда $(m+2n-4)$ четно \Rightarrow

противор. $\Rightarrow p = 2 \Rightarrow (m+2n)(m+2n-4) = 44 = 11 \cdot 2 \cdot 2$

$$\text{(2)} \quad mn(m+2n+9) = 300$$

а.к. $m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow m+2n > m+2n-4$

$$m+2n = 11. \quad m \in \mathbb{N}$$

$$n \in \mathbb{N} \Rightarrow n \leq 5. \quad \begin{cases} n=5; m=1 \quad \times \\ n=4; m=3 \quad \times \\ n=3; m=5 \quad \checkmark \text{ подходит} \\ n=2; m=7 \quad \times \\ n=1; m=9 \quad \times \end{cases}$$

$$n=3; m=5 \quad \checkmark$$

$$n=2; m=7 \quad \times$$

$$n=1; m=9 \quad \times$$

подставим
версии m и n в ур-е (1) и проверим подг.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
9 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} m+2n=22 \\ m+2n=4=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2n=22 \text{ ?!} \\ m+2n=11 \end{cases} \text{ противоречие}$$

$$\textcircled{2} \quad m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 45a^2 =$$

$$= (m+2n)(m+2n-7) = 45a^2$$

$$m^2n + 2mn^2 + 4mn = 11p^2$$

$$mn(m+2n+9) = 11 \cdot p \cdot p \cdot 1$$

если a - простое и $a \neq 2(m+2n)(m+2n-7)$ - не

$\Rightarrow m+2n = 11k$; $m+2n-7 = 5l$; $\text{НОД}(m+2n, m+2n-7) = 7$
иногда возможно $11k = 5l \Rightarrow a = 2$ (т.к. 2 - простое число)

если $p \neq 2$, $\Rightarrow mn(m+2n+9) = 11k$, НОД

$m, n = 11k$; $\Rightarrow m+2n+9 = 11l \Rightarrow p = 2$ (2 - простое число)

$$mn(m+2n+9) = 44 = 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 1$$

(и в $\textcircled{1}$ и в $\textcircled{2}$ случаи $p = -2$ и $a = -2$ не рассматриваем, т.к. значения A и B не существуют)

$$(m+2n)(m+2n-7) = 25 \cdot 5 \cdot 5 \cdot a \cdot a \cdot 1$$

$$\left. \begin{cases} mn = 1 \\ m+2n+9 = 44 \end{cases} \right\} \begin{matrix} \text{X} \\ \Rightarrow m = n+1 \Rightarrow m+2n+9 = 12 \end{matrix}$$

$$\left. \begin{cases} mn = 11 \\ m+2n+9 = 4 \end{cases} \right\}$$

$$\left. \begin{cases} mn = 11 \\ m+2n+9 = 4 \end{cases} \right\} \begin{matrix} mn = 11 \\ m+2n = -5 \end{matrix} \text{ т.к. } m, n \in \mathbb{N}$$

$$\left. \begin{cases} mn = 2 \\ m+2n+9 = 22 \end{cases} \right\}$$

$$\left. \begin{cases} mn = 2 \\ m+2n = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+2n = 4 \\ m+2n = 5 \end{cases}$$

$$\left. \begin{cases} mn = 4 \\ m+2n+9 = 11 \end{cases} \right\}$$

$$\left. \begin{cases} mn = 4 \\ m+2n+9 = 11 \\ m+2n = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \text{НОД}(m, n) = 1 \\ m = 1 \Rightarrow mn = 2 \end{matrix}$$

$$\left. \begin{cases} mn = 22 \\ m+2n+9 = 9 \end{cases} \right\}$$

$$\left. \begin{cases} mn = 22 \\ m+2n = -4 \end{cases} \text{ т.к. } m, n \in \mathbb{N}$$

$$\left. \begin{cases} mn = 44 \\ m+2n+9 = 1 \end{cases} \right\}$$

$$\left. \begin{cases} mn = 44 \\ m+2n = -8 \end{cases} \text{ т.к. } m, n \in \mathbb{N}$$

Ответ: $(6, 3)$

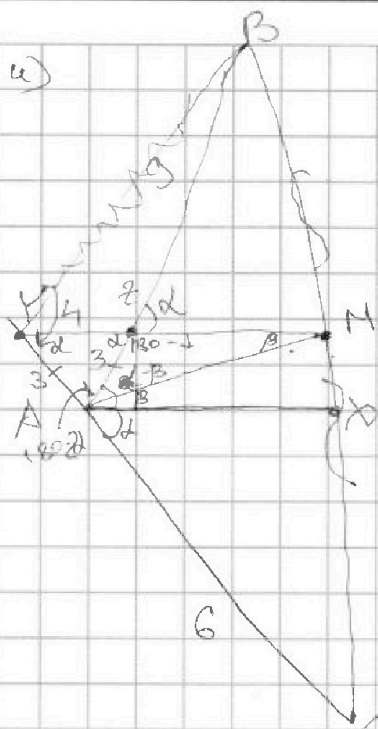


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
13 ИЗ 16

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



M-сер BC; $ZM \parallel AX$; AX - диаметр

1. Меркель и другие ΔABC и MY-сер.

$$\frac{AY}{AB} = \frac{AZ}{AC}$$

$$\frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZB} \cdot \frac{BM}{MC} = 1$$

Поскольку $\angle BAX = \angle XAC = \alpha \Rightarrow \angle YZA = \alpha$
(покр. черт $ZM \parallel AX$; AZ - диаметр)

$$\angle XAY = 180 - \angle BAC = 180 - 2\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle ZYA = \alpha \Rightarrow AY = AZ \text{ (APZ-PA)}$$

$$\frac{9}{3} = \frac{3}{ZB} \cdot 1 = 1$$

$$\frac{9}{ZB} = 1 \Rightarrow ZB = 9$$

ΔYAZ ; по косинусов: $AB = 9 = 16 + 9 - 24 \cos \alpha$

$$24 \cos \alpha = 16; \cos \alpha = \frac{16}{24} = \frac{8}{12} = \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{9}{9} - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \quad (\alpha < 180) \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2 \cdot \sqrt{5}}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{5}}{9}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$$

Т.к. given ΔABC ; $BC^2 = 144 + 36 + 2 \cdot 8 \cdot 12 \cdot \frac{1}{9}$

$$= 180 + \frac{48}{3} = \frac{588}{3} \quad \text{Ответ: } BC = \frac{588}{3}$$



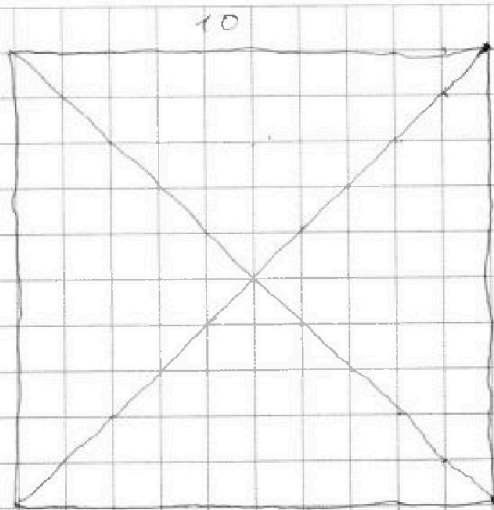
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
8 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) Выдирал монеты уже не меньше, но диагональ мы можем поворачивать радиусом 20 10 довернуть 2 10 раскраски 25 всего способов выдр. так и узелки: 121 уз. - всего 21 узелки на диагонали \rightarrow всего способов = выдр 2
 $= \frac{100 \cdot 20}{12} = \frac{20 \cdot 100}{12} = 3300$



Рассмотрим случай, когда один узелок на диагонали (то не центральный) а второй - не на диагонали (то не центральный) а второй - по окружности диагонали (то не центральный) $20 \cdot 10 = 50$ (вар. выдр)

Следующий, когда один узел на диагонали, а другой - не на диагонали из дуги (пересек центр узел узел).

$20 \cdot 100 = 500$. Рассмотрим следующий, когда один узел на диагонали, а второй - на той же диагонали на той же расст. от точки пересек диагон. (центр узел узел)

$\frac{20 \cdot 1}{2} = 10$. Следующий, когда один из узлов - центральный. $1 \cdot 120 = 30$
 Итого: $2440 + 50 + 4 + 500 + 10 + 30 = 2440 + 590 = 3060$

Answer: 3060



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
11 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6x + 3y = 11; \quad y = \frac{11 - 6x}{3}$$

$$-2 \leq 2x - \frac{(22 - 12x)}{3} \leq 2$$

$$-6 \leq 15x - 22 \leq 6$$

$$16 \leq 15x \leq 28$$

$$\frac{16}{15} \leq x \leq \frac{28}{15}$$

$$-1 \leq 2x - \frac{11 + 6x}{3} \leq 1$$

$$-3 \leq 12x - 11 \leq 3$$

$$8 \leq 12x \leq 14$$

$$\frac{40}{60} \leq x \leq \frac{40}{60}$$

$$x = \frac{40}{60} = \frac{4}{6} \quad y = \frac{11 - 4}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{-11}{6} \right) \leq 2 \quad \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{3} \right) \leq 1$$

$$m^2 + 4mn + 4n^2 - 9m^2 - 14n = 11p^2$$

$$m^2n + 2mm^2 + 9mn = 11p^2 + 4nq^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x = 1; a_4 = -3; a_6 = 1; a_{10} = 9$
 $a_1 + 8d = -3 \quad a_1 + 9d = 9$
 $a_1 + 6d = 1 \quad 2d = 4; d = 2; a_1 = -9$
 $-2d - 3 = 1 - 6d$
 $x^4 - 4x^3 - 4x^2 = 0 \quad a_1 + 3d =$
 $x^4 - 4x^3 - 6x^2 = -4d$
 $x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 9x - 6 = 2d$
 $x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 2x^4 - 8x^3 + 8x^2 + 18x - 12 = 0$
 $3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$
 $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$
 $(x^2 - 2x + 1)(x^2 - 2x - 4)$
 $x^4 - 2x^3 - 4x^2 - 2x + 4x + 8x + x^2 - 2x - 4$
 $x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 6x - 4 = 0$
 $|x - 2y| \leq 2 \quad x \geq 2y; x - 2y \leq 2$
 $|2x - y| \leq 1 \quad -2 \leq x - 2y \leq 2$
 $2y - x \leq 4y - 2x \quad -1 \leq 2x - y \leq 1$
 $2x - y \leq 2x - y \quad -2 \leq 2y - x \leq 2$
 $8x - 4y \quad 3y \leq 4$
 $4 > 2y - 2x \quad 2 \geq 2y - x \geq -2$
 $4 \geq 6x \quad 3y + 6x \leq 8$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ $d = \text{разн.}; a_1 - \text{первый член}$
 $a_n = a_1 + 3d = 6 - 9x$

$a_n = 6 - 9x$
 $a_6 = (x^2 - 2x)^6; a_{10} = 9x^2$ $a_6 = a_{10} + 4d = (x^2 - 2x)^2$

$a_{10} = a_1 + 9d = 9x^2$
 $a_1 = 6 - 9x - 3d$

$a_2 + 3d = 6 - 9x$
 $a_2 + 5d = x^4 - 4x^3 + 4x^2$ $6 - 9x + 2d = x^4 - 4x^3 + 4x^2$

$a_1 + 9d = 9x^2$ $x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 9x - 6 = 0$

$d = \frac{x^2 - a_1}{9} = \frac{x^2 - 6 - 9x}{9}$

$a_2 = 6 - 9x - 3d$ $6 - 9x - 3d = x^4 - 4x^3 + 4x^2$

$a_2 = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6d$ $x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 5d + 3d + 9x - 6 = 0$

$a_1 = 9x^2 - 9d$ $x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 - 2d = 0$

$x^3 - 4x^2 - 4x + 9$ $x(x^3 - 4x^2 + 4x + 9) = 6 + 2d$
 $x(x - 1)(x^2 - 3x + 1)$

$x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6d = 9x^2 - 9d$ $-4d$
 $x^4 - 4x^3 - 2x^2 = -4d$ $2d$

~~$x^4 - 4x^3 - 6x^2 = -2x^4 + 8x^3 - 8x^2 - 18x + 12$~~

$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$

$x^4 - 4x^3 - x^2 + 6x - 4 = 0$

$20 \cdot 100 = 2000$
 $2000 - 200 = 1800$
 $1800 - 200 = 1600$
 $1600 - 200 = 1400$
 $1400 - 200 = 1200$
 $1200 - 200 = 1000$
 $1000 - 200 = 800$
 $800 - 200 = 600$
 $600 - 200 = 400$
 $400 - 200 = 200$
 $200 - 200 = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
6 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 + 3d = 6 - 9x$$

$$a_1 = 6 - 9x - 3d$$

$$a_6 = a_1 + 5d = (x^2 - 2x)^2 \quad a_1 = (x^2 - 2x)^2 - 5d$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 9x^2 \quad a_1 = 9x^2 - 9d$$

$$6 - 9x - 3d = 9x^2 - 9d$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6d = 6 - 9x - 3d$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 = 2d$$

$$9x^2 + 9x - 6 = 6d$$

$$3x^2 + 3x - 2 = 2d$$

$$a_1 + a_6 = 2a_1 + 5d =$$

$$= a_{10} + a_1 - d$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 \quad | : 3$$

~~$$x^4 - 4x^3 + 4x^2$$~~

$$1 + 9 = 10$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ -48 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 4 = 0 \quad x = 1 - \text{кор}$$

$$1 - 4 + 1 + 6 + 4$$

$$-3 \quad | : 3$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \quad | : x - 1$$

$$(x-1)^2(x^2 - 2x - 4)$$

$$D = 4 + 16 = 20$$

$$x^4 - x^3$$

$$x^3 - 3x^2 - 2x + 4$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2}$$

$$-3x^3 + x^2 + 6x - 4$$

$$1 - 3 - 2 + 4$$

$$-2 \quad | : 2$$

$$= 2 \pm \sqrt{5}$$

$$-3x^3 + 3x^2$$

$$x^3 - 3x^2 - 2x + 4$$

$$x^2 - 2x - 4$$

$$-2x^2 + 6x - 4$$

$$x^3 - x^2$$

$$2x^2 - 2x + 4$$

$$-2x^2 + 2x$$

$$-2x^2 + 2x$$

$$4x - 4$$

$$-4x + 4$$

$$4x - 4$$

$$-4x + 4$$

$$-4x$$

$$1 \quad 4$$

$$\begin{array}{r} 160 \\ -160 \\ \hline 0 \end{array}$$

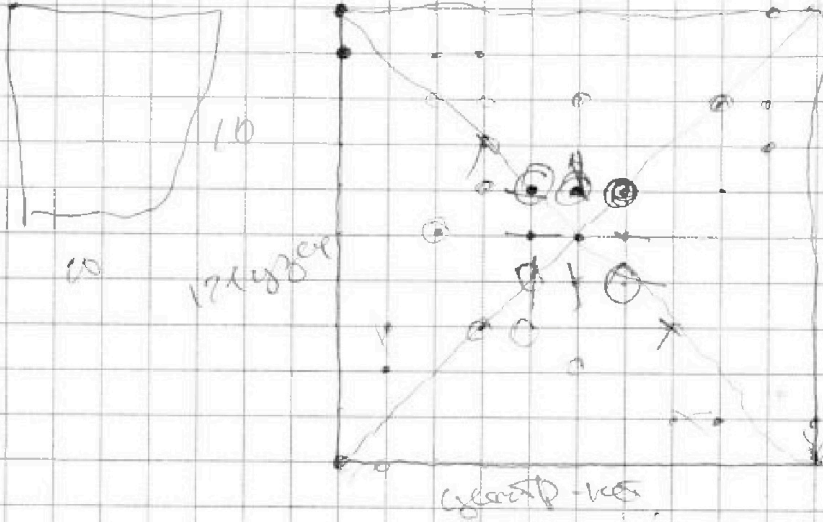


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

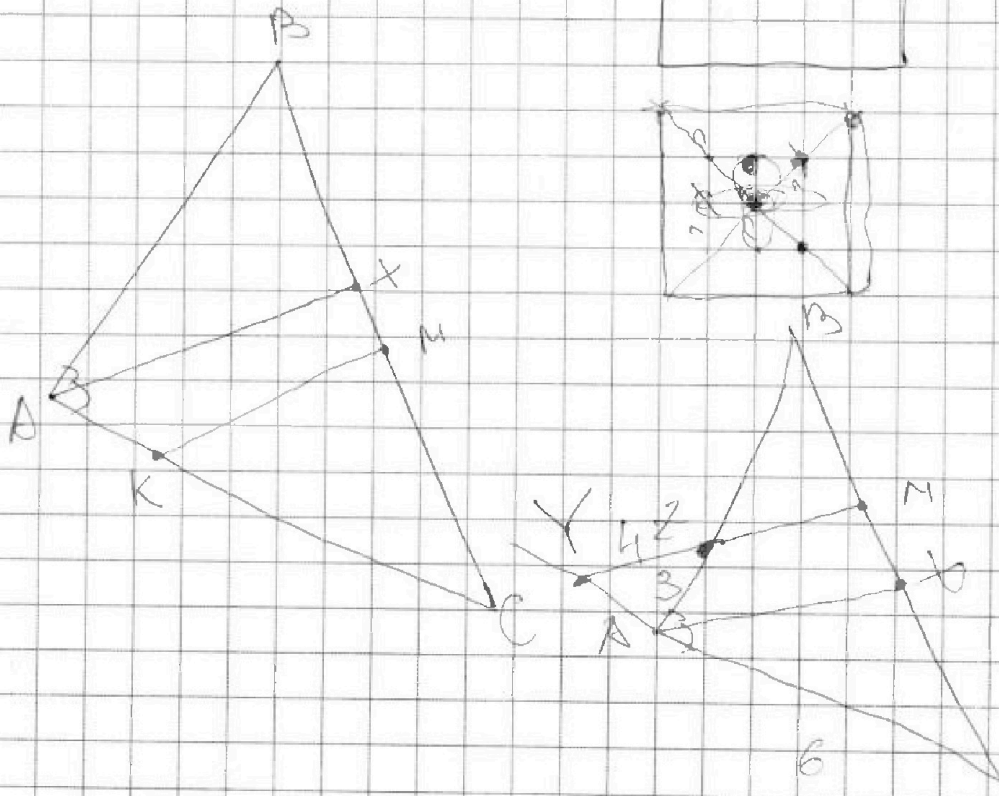
- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
7 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



121.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
10 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$y = \frac{8-6x}{3}$
 $x - \frac{(16-12x)}{3} \leq 2 \Rightarrow |10x-16| \leq 2$
 $6x+6x-8$
 $6x+3y=11$
 $y = \frac{11-6x}{3}$
 $6 \leq 3x - 22 + 12x \leq 6$
 $\frac{14}{15} \leq x \leq \frac{18}{10}$
 $4-3$
 $\frac{66}{60} > \frac{40}{60}$
 $\frac{16}{60} \leq 10x \leq \frac{28}{60}$
 $\frac{64}{60} \leq x \leq \frac{412}{60}$
 $x = \frac{64}{60} = \frac{32}{30} = \frac{16}{15}$
 $y = \frac{8 - \frac{32}{3}}{3} = \frac{8}{3}$
 $\frac{16}{15} \leq y \leq \frac{22}{15}$ $x = \frac{16}{15}$
 $\frac{40}{60} \leq x \leq \frac{88}{60}$
 $\frac{25}{60} \leq x \leq \frac{60}{60}$
 $3 \leq 6x - 11x + 6x \leq 3$
 $8 \leq 12x \leq 14$
 $\frac{140}{60} \leq x \leq \frac{90}{60}$
 $-9 \leq 12x - 8 \leq 1$ $6x+3y=11$
 $-2 \leq 10x - 16 \leq 2$
 $44 \leq 16x \leq 12$
 $\frac{14}{10} \leq x \leq \frac{18}{10}$
 $\frac{12}{12} \leq x \leq \frac{9}{12}$
 $\frac{66}{60} \leq x \leq \frac{18}{60}$
 $\frac{88}{60} \leq x \leq \frac{40}{60}$
 $-2 \leq 10x - 16 \leq 2$ " $\frac{16-32}{15} = \frac{-16}{15}$
 $-6 \leq 10x - 16 \leq 6$
 $-3 \leq 12x - 8 \leq 3$ $\frac{16}{15} - \frac{16}{3}$
 $10 \leq 10x \leq 22$
 $15 \leq 17x \leq 11$ $\frac{16-20}{15}$
 $x = \frac{40}{60} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ $y = \frac{8-4}{3} = \frac{4}{3}$
 $|\frac{2}{3} - \frac{8}{3}| \leq 2$ $|\frac{4}{3} - \frac{4}{3}| \leq 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
12 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+2)(4-y) = 4x - xy + 14 - 2y$$

$$4x - 5x - y^2$$

2 следов?

$$m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 14n = 11p^2$$

$$m^2 n^2 + 2mn^2 + 4mn = 46q^2$$

$$mn(mn + 2n + 4) = 46q^2 = 5 \cdot 2 \cdot 23 \cdot q^2$$

$$(m+2n) - 4(m+2n) = 11p^2$$

$$(m+2n)(m+2n-4) = 11 \cdot p \cdot p \cdot 1$$

$$m+2n = 1; m, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow m=0; n=1$$

$$(m+2n) = 11; \begin{cases} n=5; m=1 \\ n=4; m=3 \\ n=3; m=5 \\ n=2; m=7 \\ n=1; m=9 \end{cases}$$

$$1 + 10 - 4 = p^2$$

$$4 = p^2; p = 2; 11p$$

$$8 + 8 - 4 = 4; p = 2$$

$$9 + 6 - 4 = 7; p = 7$$

$$4 + 4 - 4 = 2; p = 2$$

$$2 + 0 - 4 = -2; p = 2$$

$$m+2n = 1$$

$$m+2n = 11 \Rightarrow m+2n-4 = p^2$$

$$m+2n = 10 \Rightarrow m+2n-4 = 11p$$

$$m+2n = p^2 \Rightarrow m+2n-4 = 11$$

$$m+2n = 11p \Rightarrow m+2n-4 = 11$$

$$m+2n = 11p^2 \Rightarrow m+2n-4 = 1$$

$$m+2n = 2$$

$$m \cdot n = k \in \mathbb{Z}$$

$$m + 2n + 4$$

$$3 + 0$$

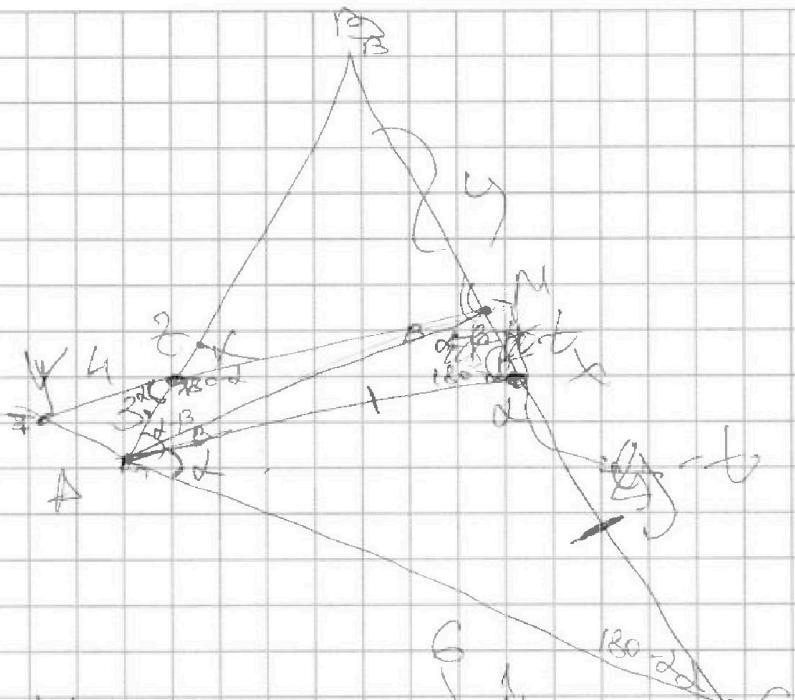


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
14 ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{YC}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZB} \cdot \frac{BM}{MC} = 1$$

$$\frac{G + AY}{AY} \cdot \frac{3}{ZB} = 1$$

$$\frac{G}{3 + ZB} = \frac{CX}{BX}$$

$$\left(\frac{G}{AY} = 1\right) \cdot \frac{3}{ZB} = 1$$

$$= \frac{y+z}{y-z} = \frac{z}{y+z}$$

$$ZB = \frac{18}{AY} + 3$$

$$= \frac{y-z}{y+z}$$