



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 = a_1 + db = 3x + 3$$

$$a_5 = a_1 + 4b = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = a_1 + db = 3x^2$$

$$(x^2 + 2x)^2 - 3x + 3 = x^2 - x - 1$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x + 3 - x^2 + x + 1 = 0$$

$$a_5 - a_3 = a_1 + 4b - a_1 - db = 2b$$

$$\cancel{a_5} + (x^2 + 2x)^2 - 3x + 3$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 3 \\ \underline{x^4 + x^3} \\ 3x^3 + 3x^2 \\ \underline{-3x^3 + 3x^2} \\ -2x - 2 \\ \underline{-2x - 2} \\ 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x+1 \\ \hline x^3 + 3x^2 - 2 \end{array} \right.$$

$$(x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$D = 4 + d = 12$$

$$x_1 = \frac{-2 + \sqrt{12}}{2} = -1 + \sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{-2 - \sqrt{12}}{2} = -1 - \sqrt{3}$$

$$a_9 - a_3 = a_1 + db - a_1 - db = 3x^2 - 3x - 3$$

$$6b = 3x^2 - 3x - 3 \quad 2b = x^2 - 3x - 1$$

$$a_5 - a_3 = a_1 + 4b - a_1 + 2b = 2b$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 2 \\ \underline{x^4 + 2x^3} \\ 2x^3 + 3x^2 + 2x + 2 \\ \underline{-2x^3 + 4x^2} \\ 7x^2 + 2x + 2 \\ \underline{-7x^2 + 14x} \\ 12x + 2 \end{array}$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 -$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \quad \left| \begin{array}{l} x+1 \\ \hline x^2 + 2x - 2 \end{array} \right. \\ \underline{-x^3 + x^2} \\ 2x^2 - 2 \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ -2x - 2 \\ \underline{-2x - 2} \\ 0 \end{array}$$

$$(x+1)^2(x+1-\sqrt{3})(x+1+\sqrt{3}) = 0$$

$$\text{Ответ: } x = -1; -1 + \sqrt{3}; -1 - \sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. $4y + 8x$
 y

① $\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$

② $\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases}$

③ $\begin{cases} -1 \leq y \\ y+1 \geq y \\ x-1 \leq y \\ y+1 \geq y \end{cases}$

④ $\begin{array}{r|l} x & 0 & 3 \\ y & -1 & 0 \end{array}$

⑤ $\begin{array}{r|l} x & 0 & 1 \\ y & 1 & 2 \end{array}$

⑥ $\begin{array}{r|l} x & 0 & 1 \\ y & -1 & 2 \end{array}$

⑦ $\begin{array}{r|l} x & 0 & 1 \\ y & 1 & 4 \end{array}$

max x и max y удовлетворяющие условиям -
находятся координатами точки A

$\begin{cases} \frac{x}{3} + 1 = y \\ 3x - 1 = y \end{cases}$

$\frac{x}{3} + 1 = -1 + 3x$

$x + 3 = -3 + 9x$

$6 = 8x \quad x = \frac{3}{4}$

$y = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$

$4 \cdot \frac{5}{4} + 8 \cdot \frac{3}{4} = 5 + 6 = 11$

Ответ: 11



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = 13p^2 \quad m, n \in \mathbb{N}; \quad p, q - \text{простые числа}$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = 45q^2$$

$$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot p \cdot p \cdot 1 \quad \text{Так как } m+n = a$$

$$a(a-9) = 13 \cdot p \cdot p \cdot 1 \quad a, a-9 - \text{соседние числа}$$

$$\text{Если } a=13, \text{ то } a-9=p^2 \quad 4=p^2 \Rightarrow p=2 \quad 2 - \text{простое число } \checkmark$$

$$\text{Если } a=p, \text{ то } a-9=13p \quad p-9=13p \quad -9=12p \quad \text{не подходит}$$

$$\text{Если } a=13p, \text{ то } a-9=p \quad 13p-9=p \quad 12p=9 \quad p=\frac{3}{4} \quad \text{не подходит}$$

$$\text{Если } a=p^2, \text{ то } a-9=13 \quad p^2-9=13 \quad p^2=22 \quad p=\sqrt{22} \quad \text{не подходит}$$

$$\text{Если } a=1, \text{ то } a-9=13p^2 \quad a-9=-8 \quad \text{не подходит}$$

$$m+n=13$$

$$m^2n + mn^2 - 3mn = n \cdot m(m+n-3) = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot q \cdot q \cdot 1$$

$$n \cdot m \cdot 10 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot q \cdot q \cdot 1 \quad n \cdot m \cdot 2 = 5 \cdot 3 \cdot q \cdot q \cdot 1$$

$$n \cdot m = 5 \cdot 3 \cdot q = 30$$

$$45q^2:2, 45 \cdot 2 \Rightarrow q^2:2 \Rightarrow q:2 \Rightarrow$$

q - простое число

$$\Rightarrow q=2$$

$$\begin{cases} m = \frac{30}{n} \\ 30 + n = 13 \end{cases}$$

$$m_1 = 13 - n_1 = 3$$

$$m_2 = 13 - n_2 = 10$$

$$30 + n^2 = 13n$$

$$D = 169 - 120 = 49$$

$$n_1 = \frac{13 + 7}{2} = 10$$

$$n_2 = \frac{13 - 7}{2} = 3$$

Ответ: $(m, n) = (3, 10); (10, 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Delta YMC: YM = YZ + ZM = 8 + 12 = 20$$

$$YC = YA + AC = 6 + 18 = 24$$

$$\sphericalangle AYE = \alpha$$

$$CM^2 = MC^2 + YM^2 - 2 \cos \alpha \cdot YC \cdot YM = 576 + 400 - 840 = 976 - 640 = 336$$

$$CM = \sqrt{336} = 4\sqrt{21}$$

$$BC = 2CM = 8\sqrt{21}$$

Ответ: $8\sqrt{21}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$ZM \parallel AK$

$MB = MC$

$ZM \perp AB = Z$

$ZM \perp AC = Y$

$AC = 14$

$AZ = 6$

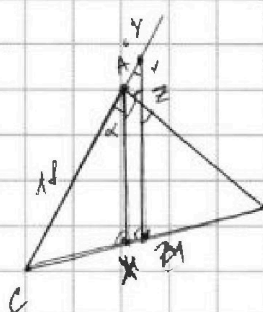
$YZ = 4$

$BC = ?$

AH - высота

$AH \perp BC = H$

$\angle CAH = \alpha$



$\angle XAZ = \angle BZM = \alpha$

$\angle AYZ = \angle CAH = \alpha$

$AX \parallel MZ$

AY - средняя

$\angle XAZ = \angle BZM$

$\angle CAH = \angle AYZ$

$\angle AYZ = \angle MZB \rightarrow \angle AZY = \angle AYZ = \alpha$

$\Rightarrow \triangle AZY \sim \triangle MZB \Rightarrow AZ = AY = 6$

$$-2 \cos \alpha \cdot AZ \cdot YZ + AY^2 + YZ^2 = AZ^2$$

$$-6 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \cos \alpha + 36 + 16 = 36$$

$$64 = 6 \cdot 4 \cdot \cos \alpha$$

$$4 = 6 \cos \alpha$$

$$\frac{2}{3} = \cos \alpha$$

1) $\angle B$ - острый

$\angle BZM = \angle BAX \Rightarrow \triangle BZM \sim \triangle ABX$

2) $\angle C$ - острый

$\angle CAH = \angle AYZ \Rightarrow \triangle CAH \sim \triangle CMY$

$$\frac{AX}{YZ + ZM} = \frac{AC}{CA + AY} = \frac{XC}{CX + XM}$$

$$\frac{AX}{8 + ZM} = \frac{14}{24} = \frac{CX}{CX + XM}$$

$\triangle YCM$ $MB = X$
 $MC = X$

$$\frac{AX}{8 + ZM} = \frac{14}{24} = \frac{X - XM}{X}$$

$$14X = 24X - 24XM \quad 24XM = 6X$$

$$4XM = X$$

$$24AX = 144 + 14ZM$$

$$4AH = 24 + 3ZM \quad AM = 6 + \frac{3}{4}ZM$$

$$\frac{BZ}{BZ + YZ} = \frac{BM}{BM + XM} = \frac{ZM}{AX}$$

$$\frac{BZ}{BZ + 4} = \frac{X}{X + XM} = \frac{ZM}{AH}$$

$$\frac{6 + \frac{3}{4}ZM}{8 + ZM} = \frac{4XM - XM}{4XM}$$

$$1) \frac{6 + \frac{3}{4}ZM}{8 + ZM} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{4XM}{4XM + XM} = \frac{ZM}{6 + \frac{3}{4}ZM}$$

$$2) \frac{4}{5} = \frac{ZM}{6 + \frac{3}{4}ZM}$$

$$1) 24 + 3ZM = 24 + 3M$$

$$2) \frac{24 + 3ZM}{24} = \frac{ZM}{2ZM} \quad ZM = 12$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^2 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &\geq -1 \\ \sqrt{y} &\geq 0 \\ 6-y &\geq 0 \quad 6 \geq y \end{aligned}$$

$$1) (x^4 - y^4) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 - x^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x - y)(x + y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$((x^2 + y^2 + 5)(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1)(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$\underbrace{\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}}_{\neq 0} \Rightarrow \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \Rightarrow x = y$$

$$2) \text{ § } \begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} & (1+x) - x(1+x) \\ \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)} \end{cases}$$

$$\text{§ } \text{пусть } x+1 = a, 6-x = b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab} \quad a - 2\sqrt{ab} + b = 4ab - 20\sqrt{ab} + 25$$

$$a - 4ab + b - 25 = -22\sqrt{ab}$$

$$x+1 - 24 - 20x + 4x^2 + 6-x - 25 = -22\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$4x^2 - 20x - 42 = -22\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$(2x^2 - 10x - 21)^2 = 484(6+5x-x^2)$$

$$4x^4 + 100x^2 + 441 + 220x - 40x^3 - 84x^2 = 266 - 55x + 11x^2$$

$$4x^4 - 40x^3 + 5x^2 + 225x + 508 = 0$$

$$4x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 225x + 508 = 0$$

$$\text{§ } (2x^2 - 10x)^2$$

$$\text{Order: } x = 3$$

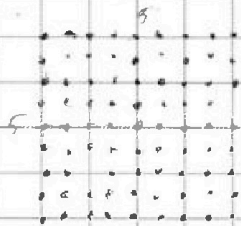


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Возьмем ~~одну~~^{область} область 4×4 , т.к. как при повороте ~~и 90°~~^{область} области раскраски будут сменены друг с другом.

горизонтали $n \times 5$ и вертикали $n \times 5$ — ~~пограничные~~^{составляют} ~~пограничные~~^{составляют} линии ~~область~~^{число} ~~область~~^{область}, ~~когда с нуля~~^{когда с нуля} ~~учитываем~~^{учитываем}

только две области 4×4 ~~тоже~~^{тоже} внутри области 4×4 .

кол-во способов раскраски внутри области $4 \times 4 = 5 \cdot 5 \cdot 24 = 600$
 (с 1 точки прикрепленной верхней области 4×4 (которая раскрашивается сверху), а встал же с: 4×4 ~~и~~^и 4×4 ~~и~~^и 4×4 (в совокупности) ~~область~~^{область})
 (составляет ~~пограничные~~^{составляет} ~~пограничные~~^{составляет} линии)

в противополож. (антисимон): $4 \times 4 = 16$

$$16 + 600 + 600$$

Ответ: 1016



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 5x+6-y^2 \\ 6x+6-yx-y \\ \hline x-yx-y^2-y \end{array}$$

$6+5x-y^2$

$x \geq 1$
 $y \leq 6$

~~$x+1 \cdot 6/y = \sqrt{6x+6-yx-y}$~~

$6+5x-y^2 \geq 0$

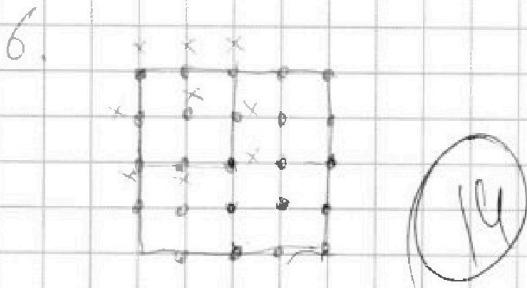
6.

$$x+1 - 2\sqrt{(x+1)(6-y)} + 6-y = 4(6+5x-y^2) - 20\sqrt{6+5x-y^2} + 25$$

$49 - 42$

$$x+1+6-y-24-20x+4y^2-25 = 2(\sqrt{(x+1)(6-y)} - 10\sqrt{6+5x-y^2})$$

$$4y^2 - y - 19x - 42 = 2$$



$$9 \times 8 + 4 \times 6 + 8 \times 4 = 72 + 24 + 32 = 128$$

$$+ 9$$

$$9 \times 8 + 4 \times 6 + 8 \times 4 =$$

-1

$a_3 = 0$

$(1-2)^2 = 1$

$b = 0,5$

$a_1 = -1$

$3+1=4$

$b = 0,5$

$$\begin{array}{c|ccc|c} 1 & +4 & +3 & -2 & +4 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & -2 \\ -2 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 6 & & \\ -4 & 1 & 0 & 3 & \\ 1 & 1 & 5 & 8 & -6 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & -2 & 6 \end{array}$$

$4-2\sqrt{3}-6+4,5\sqrt{3} = -2$

$-1+\sqrt{3}$

$3\sqrt{3}=a_3$

$b-2\sqrt{3}+1$

$9-6\sqrt{3}+3+2\sqrt{3}-2$

$10-4\sqrt{3}$

$3-6\sqrt{3}+3-3\sqrt{3}$

$6+4,5$

$12-9\sqrt{3}=7b$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1	9	8	10	900
2	8	0	8	800
3	-6	-10	-300	
3	-3	-18		
2	-2	-18		
4	10	30		
3	-9	18		
5	-1	-5		
15	19			
6	0	-10		
10	4	30	300	
15				

$$(n-3) / (n^3 - 6n^2 - 10n - 300) = 0$$
$$(n-3)(n-10)(n^2 + 4n + 30) = 0$$

$$16 - 120 < 0$$

~~12~~ $n = 3, 10$

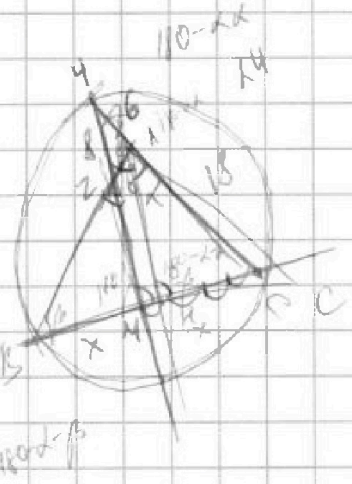
$$m = \frac{30}{n} = 10, 3$$

$$(m, n) = (3, 10); (10, 3)$$

$\frac{14 \times 20 \cdot 2 \cdot 2}{3}$

$$\frac{84 \cdot 20 \cdot 2 \cdot 2}{3} = 840$$

$8 \cdot 20 \cdot 4 = 640$



$$A \quad \frac{6}{\sin \alpha} = \frac{8}{\sin \beta}$$

$$\frac{6 + \frac{3}{4} 2m}{8 + 2m} = \frac{14 + 11 - MN}{4MN}$$

$$\frac{6 + \frac{3}{4} 2m}{4MN} = \frac{2M}{6 + \frac{3}{4} 2m}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{2M}{6 + \frac{3}{4} 2m}$$

$14 + 3 \cdot 2m = 5 \cdot 2m$
 $24 \cdot 2m = 2 \cdot 2m$
 $(2m = 12)$

cos d

$$d^2 = 8^2 + 8^2 - 2 \cdot 8 \cdot 8 \cos d$$

$$d^2 = 2 \cdot 6 \cdot 8 \cos d$$

$$d = 2 \cdot 6 \cos d$$

$$\frac{4}{6} = \cos d$$

$$\frac{1}{3} = \cos d$$

$$\sin d = \sqrt{1 - \frac{1}{9}}$$

$$\sin d = \sqrt{\frac{9 - 1}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\frac{11}{80} \cdot 44$$

$$\frac{AH}{\frac{1}{2} \cdot 2m} = \frac{AC}{\frac{1}{2} \cdot AC} = \frac{HC}{HC + HN}$$

$$\frac{BZ}{\frac{1}{2} \cdot 6} = \frac{BM}{\frac{1}{2} \cdot MN} = \frac{ZM}{AH}$$

$$\frac{AH}{8 + 2m} = \frac{28}{24} = \frac{x - MN}{x}$$

$$\frac{BZ}{\frac{1}{2} \cdot 6} = \frac{x}{x + MN} = \frac{ZM}{AH}$$

$11x = 24x - 24MN$
 $6x = 24MN \quad x = 4MN$
 $24AH = 144 + 11 \cdot 2m$
 $4AH = 24 + 3 \cdot 2m$
 $AH = 6 + \frac{3}{4} 2m$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 1025x + 1168 = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot 10$$

$$4x^4 + 100x^2 + 441 - 40x^3 - 84x^2 + 420x + 888 + 605x - 141x^2 = 0$$

$$\begin{array}{r|l} 4x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 1025x + 1168 & x-3 \\ \hline - 4x^4 - 12x^3 & 4x^4 \\ \hline -28x^3 - 105x^2 & -12x^3 \\ - 28x^3 - 84x^2 & -21x^2 \\ \hline -21x^2 + 1025x & -21x^2 \\ - 21x^2 + 63x & -21x^2 \\ \hline -105x + 952 & \\ - 84x + 952 & \\ \hline 21 & \end{array}$$

$$\frac{81}{x-3} = \frac{63}{1}$$

$$\frac{421}{x-5} = \frac{605}{1}$$

$$\begin{array}{r|l} 4x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 1025x + 1168 & x-1 \\ \hline 4x^4 - 4x^3 & 4x^4 - 4x^3 \\ \hline -36x^3 + 1025x^2 & -36x^3 + 36x^2 \\ - 36x^3 + 36x^2 & -36x^3 + 36x^2 \\ \hline -141x^2 + 1025x & -141x^2 + 141x \\ - 141x^2 + 141x & -141x^2 + 141x \\ \hline 884x + 1168 & \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r|l}
 4 & -40 & -105 & +1025 & +1164 \\
 1 & 4 & -36 & -141 & 884 \\
 -1 & 4 & -44 & 61 & +964 \\
 3 & 4 & -28 & -189 & \\
 -3 & 4 & -52 & -51 & \\
 \hline
 388 & 4 & 1546 & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 \times 21 \\
 \hline
 84
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 22 \\
 \times 709 \\
 \hline
 562
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1015 \\
 -584 \\
 \hline
 431
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 25 \\
 509 \\
 \hline
 56
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 156 \\
 -105 \\
 \hline
 51 \\
 \times 32 \\
 \hline
 1556
 \end{array}$$

$$4x^4 - 40x^3 + 5x^2 + 48x$$

$$4x^4 - 40x^3 - 705x^2 + 1025x + 1164 \quad | \quad x-388$$

121.6

3x3 9

$$\begin{array}{r|l}
 1188 & 3 \\
 388 & 388
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 18 \\
 \times 18 \\
 \hline
 119 \\
 +19 \\
 \hline
 289
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 4x^4 - 40x^3 + 5x^2 + 48x + 508 & x-6 \\
 \hline
 4x^4 - 4x^3 & \\
 \hline
 -36x^3 + 5x^2 & \\
 -36x^3 + 36x^2 & \\
 \hline
 -31x^2 + 48x & \\
 -31x^2 - 31x & \\
 \hline
 506x + 508 &
 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$m, n \in \mathbb{N}$
 $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = 13p^2$
 $B = m^2n + mn^2 - 3mn = 25q^2$

$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n : 13; p$
 $(m+n)^2 - 9(m+n) : 13; p$
 $(m+n)(m+n-9) : 13; p; l; p; m+n : 13$

$m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$
 $(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot p \cdot p \cdot l$
 $m \cdot n \cdot (m+n-3) = 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 3 \cdot q \cdot q$

$m+n = a$
 $a + (a-9) = 13 \cdot p \cdot p \cdot l$
 $2a - 9 = 13 \cdot p \cdot p \cdot l$

$cc \ a = 13, 50$
 $cc \ a = 16p, 70$
 $m+n = 13$

$pp = 21 \ p = 2$
 $p = (13p-9)$
 $p \cdot 14p = 9 \ 4p = 3$
 $p = \frac{3}{4}$

$cc \ a = p^2, 50$
 $p^2 - 9 = 13$
 $p^2 = 22 \ x \in \mathbb{R}$

$m \cdot n \cdot (m+n-3) = 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 3 \cdot q \cdot q$
 $m = 5$
 $m \cdot n \cdot 10 = 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 3 \cdot q \cdot q$
 $m \cdot n \cdot 2 = 5 \cdot 3 \cdot q \cdot q$
 $30 = m \cdot n$
 $100 + 188 \ 268$

$4x^4 + 100x^2 + 441 + 220x - 40x^3 - 84x^2 = -66 - 55x + 11x^2$

$\frac{900}{n} + 30 + n^2 = \frac{240}{n} \quad 9n = 52$
 $900 + 30n + 20n^2 + p^4 - 240n - 9n^2 - 52n^3 = 0$
 $9n^3 + 30n^2 + 20n + p^4 - 240n - 9n^2 - 52n^3 = 0$
 $1 - 19 \ 30$

$\frac{900}{n} + 30 + n^2 = \frac{240}{n} \quad 9n = 52$
 $900 + 30n + 20n^2 + p^4 - 240n - 9n^2 - 52n^3 = 0$
 $9n^3 + 30n^2 + 20n + p^4 - 240n - 9n^2 - 52n^3 = 0$
 $1 - 19 \ 30$

$\frac{900}{n} + 30$
 $\frac{100}{n}$
 $\frac{84}{n}$
 16

$2x^4 - 20x^3 - 42x^2 + 100x^2 - 20x^3 + 210x + 441 + 210x +$
 $30 = m \cdot n$
 $100 + 188 \ 268$

$900 \ 50 \times 3$
 $450 \ 2 \ 189 \ 3$
 $225 \ 5$
 $45 \ 5$
 $9 \ 3$
 $3 \ 3$
 1

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3x+3 + \frac{2x}{x^2+2x} = (x^2+2x)^2$$

$$b = \frac{x^4+4x^3+4x^2-3x-3}{2}$$

$$3x^2 - 3x - 3 = 3x^4 + 12x^3 + 12x^2 - 9x - 9$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ 12 \\ \hline 58 \\ 2 \end{array}$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6$$

$$(x+1)(3x^2+9x^2-6)$$

$$(x+1)^2(x)$$

3	12	9	-6	-6
1	3	15	24	18
-1	3	9	10	6
-1	3	6	-6	0

$$4y + 8x$$

$$|x-3y| \leq 3$$

$$|3x-y| \leq 1$$

$$-3 \leq x-3y \leq 3$$

$$-1 \leq 3x-y \leq 1$$

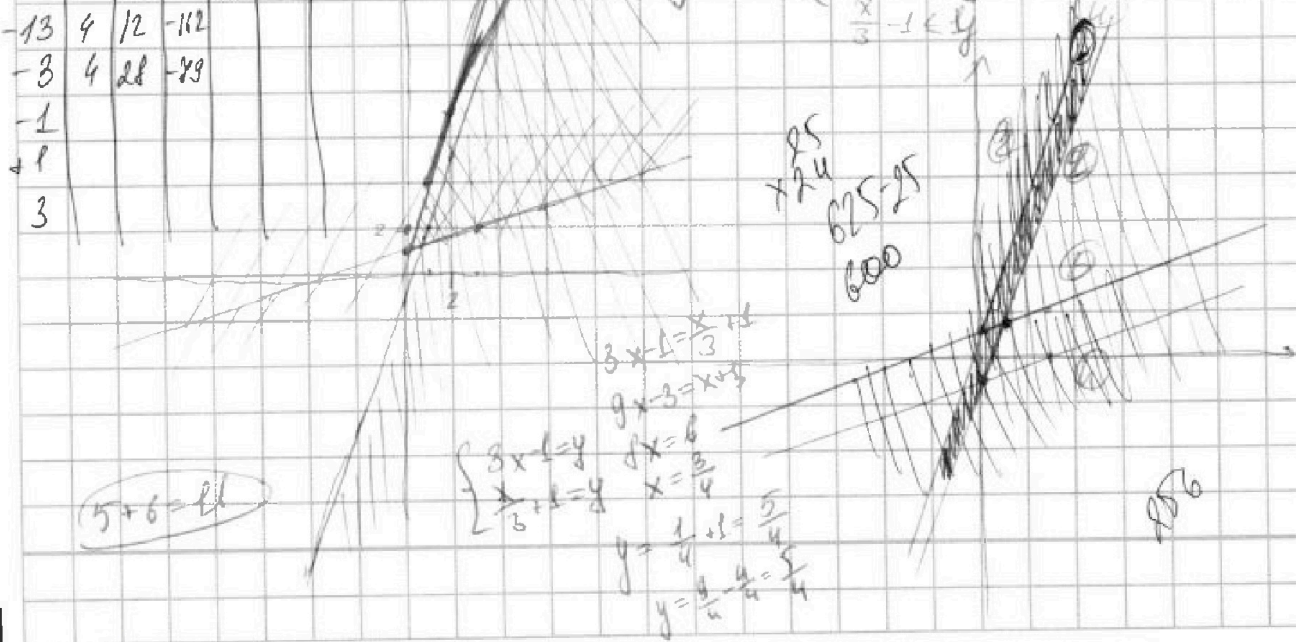
3x-1 <= y
3x+1 >= y
x/3 - 1 <= y
x/3 + 1 >= y

$$\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-3 \leq 3y \\ x/3 - 1 \leq y \\ 3x-1 \leq y \\ 3x+1 \geq y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+3 \geq 3y \\ x/3 + 1 \geq y \\ 3x-1 \leq y \\ 3x+1 \geq y \\ x/3 - 1 \leq y \end{cases}$$

4	40	5	415	5001
-13	4	12	-112	
-3	4	28	-89	
-1				
1				
3				



$$5+6=11$$

$$\begin{cases} 3x-1=y \\ x+1=y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-1=x+1 \\ 2x=2 \\ x=1 \end{cases}$$

$$y = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$$

$$y = \frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3}$$

1225
625-25
600

126



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^4 - y^4) + (5x^2 - 5y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2)(x^2 - y^2) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$y, x \geq 0$

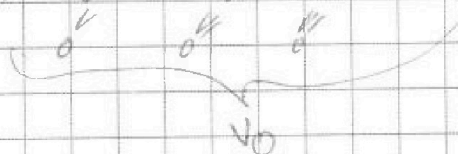
$$(x^2 + y^2)(x - y)(x + y) + 5(x - y)(x + y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2)(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x + y) + 5(x + y)(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x - y)(x + y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x + y)(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$((x^2 + y^2 + 5)(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1)(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$



$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$$x = y$$

$$x^2 =$$

$$25(6 + x^2) - x(1 + x)$$

$$6(1 + x) - x(1 + x)$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(6-x)(1+x)}$$

$$a = x+1$$

$$b = 6-x$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$a^2 - 2\sqrt{ab} + b = 4ab - 20\sqrt{ab} + 25$$

$$a^2 + 11\sqrt{ab} + b = 4ab + 25$$

$$\frac{(x+1)(6-x)}{6x}$$

$$11\sqrt{ab} = a + b - 4ab + 25$$

$$x+1 + 6-x + 4(6+5x-x^2) + 25$$

$$24 + 20x - 4x^2 + 32 = 11\sqrt{6x}$$

$$a + b + 5 = 2ab$$