МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11

1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143°. Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника? $S_n = \frac{2\cdot 143 + 2(n-1)}{2}\cdot n = 180(n-2)$ $(143+n-1)n = 180n-360$; $143n+n^2-n = 180n+360$

2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x\ln 16 + y\ln 8 + z\ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2+y^2+z^2$.

3. [4 балла] Из множества M, состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M, если $p^2-q^2=792$.

$6n+15$, $6n+16$, $6n+17$, $6n+18$, $6n+19$, $6n+20$, $6n+21$

4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M, а отношение оснований $AD:BC = 1:2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2, вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M, пересекает ω_1 в точках X и Y, а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1, если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ\cdot MY = 5$.

$5-4\sin\frac{3\pi}{14}$ $4\cos\frac{\pi}{7} - 5\sin\frac{\pi}{14}$

5. [5 баллов] Что больше: $5-4\sin\frac{3\pi}{14}$ или $4\cos\frac{\pi}{7} - 5\sin\frac{\pi}{14}$? $5\cos^2$ $4\cos^2\frac{\pi}{14} - 4\sin^2\frac{\pi}{14} - 5\sin\frac{\pi}{14}$

6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α, а остальные 5 расположены вне плоскости α. Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α. Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?

7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF, точка Y – на прямой AD, причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY.

$x, y, z \in \mathbb{Z}$ $x\ln 16 + y\ln 8 + z\ln 24 = \ln 6$

$143 + 2\cdot \overset{38}{17} = 181$

$\min(x^2+y^2+z^2)$

$4x\ln 2 + 3y\ln 2 + \cancel{2z\ln 2 + z\ln 6 = \ln 6}$

$3z\ln 2 + z\ln 3 = \ln 6$

$4x\ln 2 + 3y\ln 2 + 3z\ln 2 + z\ln 3 = \ln 2 + \ln 3$

$\ln 2(4x+3y+3z-1) = \ln 3(1-z)$

$\ln 2(4x+3y+3z-1) + \ln 3(z-1) = 0$

$4x+3y+3z-1 = \frac{\ln 3}{\ln 2}(1-z)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

1. Пусть $a_1 = 143°$, $d = 2°$. Тогда ~~всего~~ сумма всех углов данного выпуклого многоугольника $S_n = \frac{2 \cdot 143° + 2°(n-1)}{2} \cdot n = (143° + n - 1) \cdot n$, где n - число углов (вершин). С другой стороны, сумма углов выпуклого многоугольника $S_n = 180°(n-2)$. Отсюда получаем:

$$(143° + n - 1) \cdot n = 180°(n-2)$$

$$143n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$\frac{D}{4} = (-19)^2 - 360 = 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} n = 19 - 1 = 18 \\ n = 19 + 1 = 20 \end{array}\right.$$

Заметим, что при $n = 20$ наибольший угол $a_{20} = 143° + 2° \cdot (20 - 1) = 181°$, что противоречит условию о выпуклости данного многоугольника.

$a_{18} = 143° + 2° \cdot (18 - 1) = 177° < 180°$. Тогда наибольшее возможное число вершин данного многоугольника — 18.

Ответ: 18

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

2. Приведем равенство в более удобный вид, пользуясь свойствами логарифмов:

$$4x\ln 2 + 3y\ln 2 + 3z\ln 2 + z\cdot\ln 3 = \ln 3 + \ln 2$$

$$\ln 2(4x+3y+3z-1) + \ln 3(z-1) = 0 \quad |:\ln 2 \neq 0$$

$$4x+3y+3z-1 + \frac{\ln 3}{\ln 2}(z-1) = 0$$

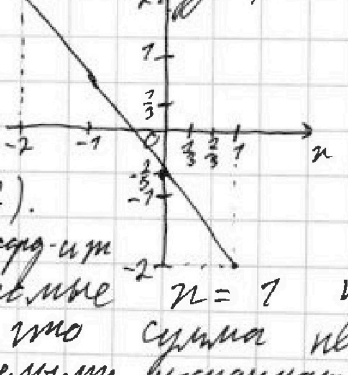
$$4x+3y+3z-1+\log_2 3\cdot z - \log_2 3 = 0$$

$$4x+3y+(3+\log_2 3)z - 1 - \log_2 3 = 0$$

Заметим, что z обязательно равен 1, потому что иначе логарифмы не взаимоуничтожатся, т.к. $x, y \in \mathbb{Z}$. Тогда получаем:

$$4x+3y+2=0$$

$$y = \frac{-4x-2}{3} = -\frac{4}{3}x - \frac{2}{3}.$$ Значит нам нужно найти точку на данной прямой такую, что $x, y \in \mathbb{Z}$ и x^2+y^2 – минимальное.



Из графика видно, что нам подходят точки $(-2;2)$ и $(1;-2)$. При этом сумма квадратов координат меньше в точке $(1;-2) \Rightarrow$ искомые $x=1$ и $y=-2$. Так же из графика видно, что сумма квадратов координат в других точках с целыми координатами будет больше. Тогда при $z=1$, $x=1$ и $y=-2$ значение $x^2+y^2+z^2$ будет наименьшим и равным: $1^2+(-2)^2+1^2=6$

Ответ: 6

3. Т.к. множество M состоит из семи подряд идущих натуральных чисел, то, обозначив меньшее из них n_1, мы можем записать его в виде: $\{n_1, n_1+1, \dots, n_1+6\}$. Заметим, что способов выбрать шестерку попарно различных чисел из данного множества не так много, а именно $C_7^6 = 7$. ~~Тогда рассмотрим все возможные шестерки: возьмем первые шесть чисел, тогда их сумма =~~ $\cancel{6n_1+15}$. Шестерка — это семерка без одного из чисел. Тогда получить сумму всех шестерок мы можем вычитая из суммы всех 7 чисел $= 7n_1+21$ последовательно каждое из наших чисел. Вычтя n_1, получим: $6n_1+21$; n_1+1: $6n_1+20$; …; n_1+6: $6n_1+15$. Нам известно, что шестерки выбирают тем, чтобы их сумма была простым числом. Заметим, что $6n_1+21 = 3(2n_1+7)$ — не простое, т.к. делится на 3. Аналогично $6n_1+20 = 2(3n_1+10)$ делится на 2; $6n_1+18 = 6(n_1+3) \vdots 6$; $6n_1+16 = 2(3n_1+8) \vdots 2$; $6n_1+15 = 3(2n_1+5) \vdots 3$. Тогда из всех шестерок простыми могут быть только $(n_1, n_1+1, n_1+3, n_1+4, n_1+5, n_1+6)$ и $(n_1, n_1+1, n_1+2, n_1+3, n_1+5, n_1+6)$ с суммами $6n_1+19$ и $6n_1+17$ соответственно. Тогда $6n_1+19 = p$, $6n_1+17 = q$, т.к. $6n_1+19 > 6n_1+17$ и $p^2-q^2 > 0 \Rightarrow p > q$. Отсюда $(6n_1+19)^2-(6n_1+17)^2 = 792$;

$2 \cdot (12n_1+36) = 792$

$24(n_1+3) = 792$

$n_1+3 = 33$

$n_1 = 30$, значит $M = \{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$

(тогда $p = 199$ и $q = 197$ — простые числа близнецы)

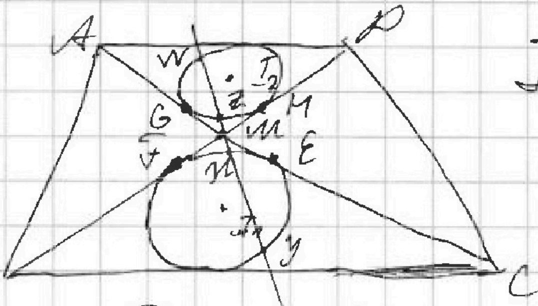
Ответ: $\{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$I_1I_2 = \frac{13}{2}$, $MZ \cdot MY = 5$

Пусть w_1 ~~пересекает~~ касается AC и BP в точках E и F соотв-но, а w_2 - ~~в~~ точках G и H соотв-но. По теореме об отрезках касательных из одной точки $GM = MH$ и $FM = ME$.

Также по теореме о касат-ой и секущей:

$MN \cdot MY = ME^2$ и $MZ \cdot MW = MH^2$. $MY = \frac{5}{MZ}$

$\frac{5MN}{MZ} = ME^2$

5.

$5-4\sin\frac{3\pi}{14} \vee 4\cos\frac{\pi}{7}-5\sin\frac{\pi}{14}$. В таком виде сравнивать данные числа не очень удобно, и нам бы хотелось привести их к одной триг. функции.

Заметим, что, т.к. $\frac{3\pi}{14}>\frac{\pi}{14}$ и синус в I ч. возрастает, то $\sin\frac{3\pi}{14}>\sin\frac{\pi}{14} \Rightarrow -4\sin\frac{3\pi}{14}<-4\sin\frac{\pi}{14}$

Также обратим внимание, что $-\sin\frac{\pi}{14}<0$.

$5\sin^2\frac{\pi}{14}+5\cos^2\frac{\pi}{14}-4\sin\frac{3\pi}{14} \vee 4\cos^2\frac{\pi}{14}-4\sin^2\frac{\pi}{14}-5\sin\frac{\pi}{14}$

$9\sin^2\frac{\pi}{14}+\cos^2\frac{\pi}{14}-4\sin\frac{3\pi}{14} \vee -5\sin\frac{\pi}{14}$

$1+8\sin^2\frac{\pi}{14}-4\sin\frac{3\pi}{14} \vee -5\sin\frac{\pi}{14}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

6. По условию 7 точек лежат на окружности в п-ти α, а другие 5 - вне п-ти α. Также мы знаем, что никакие 4 из этих 5 точек не лежат в одной п-ти, т.к. иначе они лежат в п-ти α - противоречие. Мы знаем, что через любые 3 точки проходит п-ть, и притом только одна. Тогда через эти пять точек проходит ~~одна~~ ровно $C_5^3 = 10$ плоскостей, и ~~одна из точек общая для этих п-ей~~.

Для начала найдем кол-во пирамид, основания которых лежат в п-ти α: треугольных: $C_7^3 \cdot 5 = 35 \cdot 5 = 175$; четырехугольных: $C_7^4 \cdot 5 = 35 \cdot 5 = 175$; пятиугольных: $C_7^5 \cdot 5 = 21 \cdot 5 = 105$; шестиугольных: $C_7^6 \cdot 5 = 7 \cdot 5 = 35$; семиугольных: 5. Итого пирамид, основания которых лежат в α: $175+175+105+35+5 = 495$, причем все из них выпуклые, т.к. вершины основания лежат на окружности по условию. Через 5 точек, лежащих вне α мы можем провести 10 плоскостей, по 3 точ-

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

с. пересечение

ки в каждой. Тогда мы можем ~~провести~~ построить еще $10 \cdot 7 = 70$ треугольных пирамид с основаниями в данных плоскостях, ~~причем~~ выпуклых, т.к. основание — треугольник. Также мы можем построить выпуклую пирамиду, выбрав 2 из данных 5 точек, 1 точку на окружности, получив треугольник, и ~~выбрав~~ еще одну точку на окружности — вершину. Тогда таких пирамид $C_5^2 \cdot C_7^2 = 210$. Можем выбрать 1 из 5 точек и 2 из 7 для основания, и еще 1 ~~из~~ ~~для~~ ~~оставшихся точек в п-ти α~~ вершины. Таких пирамид $5 \cdot C_7^3$, но мы их уже считали, т.к. это те же самые, что и пирамида с основанием в п-ти α и вершиной в 1 из 5 точек. Заметим, что ~~больше~~ других пирамид мы не получим, т.к. либо 4 точки, не принадлежащие α, будут лежать в одной плоскости, либо пирамида будет невыпуклой.

Итого: $495 + 70 + 210 = 775$ пирамид.

Ответ: 775.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\sin 3x = \sin x \cos 2x + \cos x \sin 2x$

$5 - 4\sin\frac{3\pi}{14}$ $\quad 4\cos\frac{\pi}{7} - 5\sin\frac{\pi}{14}$

$4\sin\frac{3\pi}{14} \in (0; \frac{\pi}{2})$ $\quad \sin x \nearrow$

$4\sin\frac{3\pi}{14}$ $\quad 4 - 8\sin^2\frac{\pi}{14} - 5\sin\frac{\pi}{14}$

$5 - 4\sin\frac{3\pi}{14}$ $\quad \sin\frac{\pi}{14} \in 1$

$2\cos^2 x \sin x + \cos^2 x \sin x - \sin^3 x$

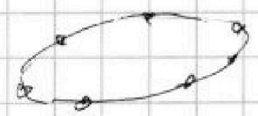
$2\cos^2 x \sin x + \sin x - 2\sin^3 x$

$2\cos^2 x \sin x + 2\cos^2 x \sin x - \sin x$

$5 - 4\sin\frac{3\pi}{14} \quad 4\cos\frac{\pi}{7} - 5\sin\frac{\pi}{14}$

$a_1, a_5 \in \beta$

$a_1, a_3, a_4 \in \gamma$



$C_7^3 = \frac{7!}{3! \cdot 4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} = 35$

175

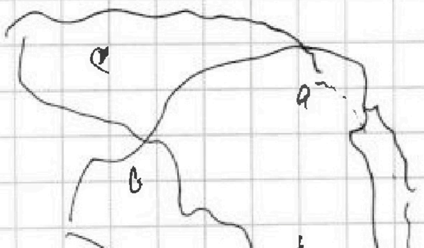
183

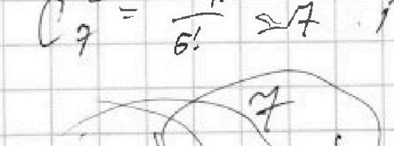
$5 - 4\sin\frac{3\pi}{14} \quad 4\cos\frac{\pi}{7} - 5\sin\frac{\pi}{14}$

$C_7^4 = \frac{7!}{4!\,3!} = 35 \cdot 5 = 175$

$C_7^5 = \frac{7!}{5!\,2!} = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21 \cdot 5 = 1\cancel{07}$

$C_7^6 = \frac{7!}{6!} = 7 \cdot 5 = 35$ $\quad 105$





1 2 3 4 5

$C_5^3 = \frac{5!}{3!\,2!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$

123 $\quad$ 134

234 $\quad$ 145

345

$+ 476$
290
775

12 $\quad$ 4

72 $\quad$ 5

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$5 - 4\sin\frac{3\pi}{14}$ $\qquad 4\cos\frac{\pi}{7} - 5\sin\frac{\pi}{14}$

$\frac{3\pi}{14} > \frac{\pi}{14} \Rightarrow \sin\frac{3\pi}{14} > \sin\frac{\pi}{14}$

$-4\sin\frac{3\pi}{14} < -4\sin\frac{\pi}{14}$

$4\cos\frac{\pi}{7} < 1$

$\cos\frac{\pi}{7} < 1$

$4\cos\frac{\pi}{7} < 4 < 5$

$4+1 - 4\sin\frac{3\pi}{14}$ $\qquad 4\cos\frac{\pi}{7} - \sin\frac{\pi}{14} - 4\sin\frac{\pi}{14}$

$5 - 4\sin\frac{3\pi}{14}$ $\qquad 4\cos\frac{\pi}{7} - 5\sin\frac{\pi}{14}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

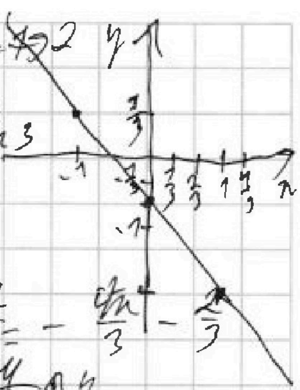
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$ $(6n_1+19)^2 - (6n_1+17)^2 = 792$

$4\ln 2 \cdot x + 3\ln 2 \cdot y + 3\ln 2 \cdot z + \ln 3 \cdot z = \ln 2 + \ln 3$

$\ln 2(4x+3y+3z-1) + \ln 3(z-1) = 0$

$4x+3y+3z-1 = \frac{\ln 3}{\ln 2}(1-z)$ $y = \frac{-4x-2}{3} = -\frac{4x}{3} - \frac{2}{3}$

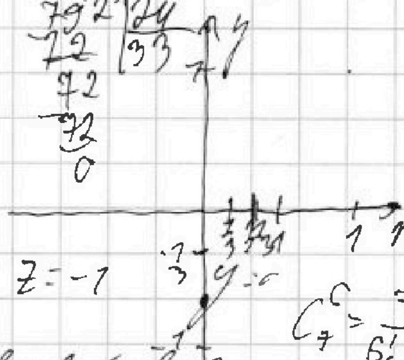


$6n_1+15$

$6n_1+$

$4x+3y+3z-1 = \log_2 3 \cdot (1-z)$

$4x+3y+(3+\log_2 3)z - 1 - \log_2 3 = 0$



$x=0$ $y=-1$ $z=1$ $x=1$ $z=-1$

$\cancel{-3+3+\log_2 3 - 1 - \log_2 3 = 0}$ $-4-3-\log_2 3 - 1 - \log_2 3 = 0$

$6 \cdot 30 = 180 + 19$ 199 197

$x=-1$ $z=1$ $y=0$

$C_7^6 = \frac{7!}{6!} = 7$

$M = \{n_1, n_2, n_3, \ldots, n_7\}$

$-4 + 3 + \log_2 3 - 1 - \log_2 3 = 0$

$n_1, n_1+1 \ldots n_1+6$

0 1 2 3 4 5 6

$p+q > p-q$

$p^2 - q^2 = 792$ $(p-q)(p+q) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$

$3 \cdot 7 = 21$

$p > q$ $1+1+4=6$ x^2+y^2

$x=1$ $y=-2$ $z=1$ $36n_1 + 12 \cdot a + a^2$

$4 - 6 + 3 + \log_2 3 - 1 - \log_2 3 = 0$ $y=0$

792	2
396	2
198	2
99	3
33	3
11	11
1	

$792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$

$3y + (3+\log_2 3)z - 1 - \log_2 3 = 0$ $4x + (3+\log_2 3)z - 1 - \log_2 3 = 0$

$z=1$

$3y + (3+\log_2 3)z = 1 + \log_2 3$ $y=-2$ $x=-1$ $y=\frac{2}{3}$ $-2-4x = 3x$

$x=1$ $4x+3-1=0$

$6n_1+2n$

$3y+3=1$ $y = -\frac{2}{3} - \frac{4x}{3}$ $4x=-2$

$6(n_1+3)$ $x = \frac{-2-3y}{4}$ $y = \frac{-2-4x}{3}$

$3(n_1+7)$

$3(2n_1+5)^2 (3n_1+19)$ $3y=-2$ $-2-4x \vdots 3$

$2(3n_1+8)$ $y = \frac{-2-4x}{3}$ $x = -\frac{1}{2} - \frac{3}{4}y$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$5-4\sin\frac{3\pi}{14}$ VS $4\cos\frac{\pi}{7}-5\sin\frac{\pi}{14}$

$5\sin^2\frac{\pi}{14}+5\cos^2\frac{\pi}{14}-4\sin\frac{3\pi}{14}$ $4\cos^2\frac{\pi}{14}-4\sin^2\frac{\pi}{14}-5\sin\frac{\pi}{14}$

$\cos\frac{3\pi}{14}>0$

$5\cos\frac{3\pi}{14}-2\sin\frac{3\pi}{7}$ $4\cos\frac{2\pi}{14}\cos\frac{3\pi}{14}-5\sin\frac{\pi}{14}\cos\frac{3\pi}{14}$

$5-4\sin\frac{3\pi}{14}$ $4\cos\frac{\pi}{7}-5\sin\frac{\pi}{14}$

$\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$

$4-8\sin^2\frac{\pi}{14}-5\sin\frac{\pi}{14}$

$\cos(x-y)=\cos x\cos y+\sin x\sin y$

$\frac{AB}{BC}=\frac{1}{2}$ $I_1I_2=\frac{13}{2}$

$\cos x\cos y=\frac{\cos(x+y)+\cos(x-y)}{2}$

$MZ\cdot MY=5$

$5\cos\frac{3\pi}{14}-2\sin\frac{3\pi}{7}$ $2\cos\frac{5\pi}{14}+2\cos\frac{\pi}{14}-\frac{5}{2}\left(\sin\frac{2\pi}{7}-\sin\frac{\pi}{7}\right)$

$25+128=153=3\cdot51=9\cdot17$ $\sin\frac{\pi}{14}=\frac{5-3\sqrt{17}}{-16}$

$\sin(x+y)=\sin x\cos y+\sin y\cos x$

$5\cos\frac{3\pi}{14}-2\sin\frac{3\pi}{7}$ $2\left(\cos\frac{3\pi}{14}\cos\frac{\pi}{7}\right)-$

$\sin(x-y)=\sin x\cos y-\sin y\cos x$

$5-4\sin\frac{3\pi}{14}$ $4\cos\frac{\pi}{7}-5\sin\frac{\pi}{14}$

$2\sin x\cos y=\sin(x+y)+\sin(x-y)$

$5\cos(0)-4\sin\frac{3\pi}{14}$ $4\cos\frac{\pi}{7}-5\sin\frac{\pi}{14}$

$\alpha=\frac{x+y}{2}$ $\beta=\frac{x-y}{2}$

$\cos x+\cos y=$

$\sqrt{41}\left(\frac{5}{\sqrt{41}}\cos(0)-\frac{4}{\sqrt{41}}\sin\frac{3\pi}{14}\right)$ $\sqrt{41}\left(\frac{4}{\sqrt{41}}\cos\frac{\pi}{7}-\frac{5}{\sqrt{41}}\sin\frac{\pi}{14}\right)$

$=\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)=$

$\frac{5}{\sqrt{41}}\cos(0)-\frac{4}{\sqrt{41}}\sin\frac{3\pi}{14}$ $\frac{4}{\sqrt{41}}\cos\frac{\pi}{7}-\frac{5}{\sqrt{41}}\sin\frac{\pi}{14}$

$=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta+$

$\varphi=\arccos\frac{5}{\sqrt{41}}$

$+\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

$2-4\sin\frac{3\pi}{14}=2\left(1-2\sin\frac{3\pi}{14}\right)$

$\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$

$\frac{\alpha}{2}=x$

$\sin\frac{\alpha}{2}=$

$\sin3\alpha=\sin\alpha\cos2\alpha+\sin2\alpha\cos\alpha=$

$=\sin\alpha-2\sin^3\alpha+2\sin\alpha\cos^2\alpha=$

$\sin\left(2\cdot\frac{\alpha}{2}\right)=2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$

$=-\sin^3\alpha+\cos^2\alpha\sin\alpha+2\sin\alpha\cos^2\alpha=$

$\sin\alpha=2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$

$=\cos^2\alpha(2\sin\alpha+\sin\alpha)-\sin^3\alpha=$

$3\cos^2\alpha\sin\alpha-\sin^3\alpha$