



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1.

Сумма углов выпуклого многоугольника можно найти по формуле $180^\circ(n-2)$, где n - кол-во вершин. С другой стороны т.к. углы многоугольника составляют арифметическую прогрессию, то можно посчитать их по формуле $\frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$, где $a_1 = 143^\circ$, $d = 2^\circ$, n - кол-во вершин. Значит

$$180 \cdot (n-2) = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$180n - 360 = (143 + n - 1) \cdot n$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 19^2 - 360 = 1$$

$$n_1 = 19 - 1 = 18$$

$$n_2 = 19 + 1 = 20$$

Значит наибольшее число вершин данного многоугольника равно 20.

Ответ: 20.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2.

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + z \ln 8 + z \ln 3 - \ln 2 - \ln 3 = 0$$

$$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) + \ln 3 (z - 1) = 0$$

Т.к. $3 = 2^{\log_2 3}$, то $\ln 3 = \ln 2^{\log_2 3} = \log_2 3 \cdot \ln 2$, тогда

$$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1 + \log_2 3 \cdot z - \log_2 3) = 0$$

Т.к. $\ln 2 > 0$, то

$$4x + 3y + 3z - 1 + \log_2 3 \cdot z - \log_2 3 = 0$$

Т.к. $x, y, z \in \mathbb{Z}$, $\log_2 3 \notin \mathbb{Z}$, то $z = 1$, тогда

$$4x + 3y + 3 - 1 + \log_2 3 - \log_2 3 = 0$$

$$4x + 3y = -2, \text{ при } (x) = 1, |y| = 1 \text{ уравнение не}$$

имеет решений. При $x = 1, y = -2$: $4 - 6 = -2$ - верно,

значит наименьшее возможное значение

$$x^2 + y^2 + z^2 \text{ равно } 1^2 + (-2)^2 + 1^2 = 1 + 4 + 1 = 6.$$

Ответ: 6.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3.

$$792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11, \text{ тогда } p^2 - q^2 = (p-q)(p+q) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

Т.к. $|p-q| \leq 12$, то

$$\begin{cases} p-q = 2 \rightarrow p+q = 386 & (1) \\ p-q = 3 \rightarrow p+q = 264 & (2) \\ p-q = 4 \rightarrow p+q = 198 & (3) \\ p-q = 6 \rightarrow p+q = 132 & (4) \\ p-q = 8 \rightarrow p+q = 99 & (5) \\ p-q = 9 \rightarrow p+q = 88 & (6) \\ p-q = 12 \rightarrow p+q = 66 & (7) \end{cases}$$

$$(1): \begin{cases} p+q = 386 \\ p-q = 2 \end{cases} \rightarrow p = 199, q = 197$$

$$(2): \begin{cases} p+q = 264 \\ p-q = 3 \end{cases} \rightarrow p \notin \mathbb{N}, q \notin \mathbb{N} \rightarrow \text{не подходит}$$

$$(3): \begin{cases} p+q = 198 \\ p-q = 4 \end{cases} \rightarrow p = 101, q = 97$$

$$(4): \begin{cases} p+q = 132 \\ p-q = 6 \end{cases} \rightarrow p = 69, q = 63, \text{ не подходит т.к. } p \neq q$$

~~не являются простыми по усл.~~

$$(5): \begin{cases} p+q = 99 \\ p-q = 8 \end{cases} \rightarrow p \notin \mathbb{N}, q \notin \mathbb{N} \rightarrow \text{не подходит}$$

$$(6): \begin{cases} p+q = 88 \\ p-q = 9 \end{cases} \rightarrow p \notin \mathbb{N}, q \notin \mathbb{N} \rightarrow \text{не подходит}$$

$$(7): \begin{cases} p+q = 66 \\ p-q = 12 \end{cases} \rightarrow p = 39, q = 27, \text{ не подходит, т.к. по усл. } p \neq q - \text{простые.}$$

Для случая (1) подходит мн-о $M = \{30, 31, 32, \dots, 36\}$,

$$\text{Тогда } p = 36 + 35 + 34 + 33 + 31 + 30, q = 36 + 35 + 33 + 32 + 31 + 30$$

не подходит ни одно мн-о M .

Для случая (3) ~~подходит мн-о $M = \{13, 14, 15, \dots, 18\}$~~

$$\text{Тогда } p = 18 + 17 + 16 + 15 + 14$$

Ответ: $M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$.

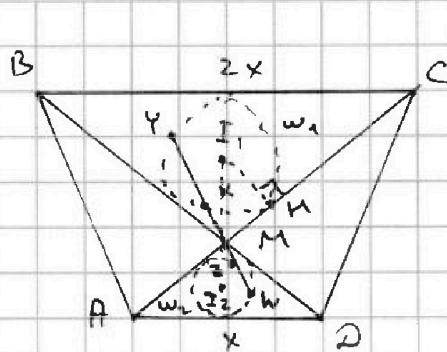
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$I_1, I_2 = \frac{13}{2}, \quad MZ \cdot MY = 5$$

Найти: R_{ω_1}

Решение:

Т.к. $\angle BCA = \angle CAD$, $\angle CBD = \angle BDA$ (т.к. $AD \parallel BC$), то

$$\triangle BMC \sim \triangle AMD, \quad \frac{BC}{AD} = 2 \rightarrow$$

$$k=2, \text{ значит } \frac{MX}{MZ} = 2,$$

$$\frac{I_1 M}{I_2 M} = 2 \text{ (как соотв. элементы$$

$$\triangle BMC \text{ и } \triangle AMD). \text{ Тогда } 2I_2 M + I_1 M = \frac{13}{2} \rightarrow I_2 M = \frac{13}{6} \rightarrow$$

$$I_1 M = \frac{13}{3}, \quad MX \cdot MY = 2 \cdot 5 = 10$$

Пусть T, H — точка касания MC и ω_1 , тогда

$$I_1 H \perp MC, \quad MH^2 = MX \cdot MY = 10$$

$$\text{В } \triangle MI_1 H \text{ по т. Пифагора: } I_1 M^2 = R_{\omega_1}^2 = I_1 H^2 - MH^2 =$$

$$= \frac{169}{9} - 10 = \frac{169 - 90}{9} = \frac{79}{9} \rightarrow R_{\omega_1} = \frac{\sqrt{79}}{3}.$$

Ответ: $R_{\omega_1} = \frac{\sqrt{79}}{3}.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5.

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

~~$$0 \vee 4 \cos \frac{\pi}{7} + 4 \sin \left(\frac{\pi}{7} + \frac{\pi}{14} \right) - 5 \left(1 + \sin \frac{\pi}{14} \right)$$~~

~~$$0 \vee 4 \cos \frac{\pi}{7} + 4 \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{14} + 4 \cos \frac{\pi}{7} \sin \frac{\pi}{14} - 5 \left(1 + \sin \frac{\pi}{14} \right)$$~~

~~$$0 \vee 4 \cos \frac{\pi}{7} \left(1 + \sin \frac{\pi}{14} \right) - 5 \left(1 + \sin \frac{\pi}{14} \right) + 4 \cos \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{7}$$~~

~~$$0 \vee (4 \cos \frac{\pi}{7} - 5) \left(1 + \sin \frac{\pi}{14} \right) + 4 \cos \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{7}$$~~

$$5 + 5 \sin \frac{\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{7} + 4 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$5 \left(1 + \sin \frac{\pi}{14} \right) \quad \vee \quad 4 \left(\cos \frac{\pi}{7} + \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{14} \right) \right)$$

$$5 \left(1 + \sin \frac{\pi}{14} \right) \quad \vee \quad 4 \left(\cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{7} \right)$$

$$5 \left(1 + \sin \frac{\pi}{14} \right) \quad \vee \quad 4 \left(2 \cos^2 \frac{\pi}{7} + \cos \frac{\pi}{7} - 1 \right)$$

$$5 \left(1 + \sin \frac{\pi}{14} \right) \quad \vee \quad 8 \left(\cos \frac{\pi}{7} + 1 \right) \left(\cos \frac{\pi}{7} - \frac{1}{2} \right)$$

$\sqrt{5}$

$$\cos \frac{\pi}{7} < \cos \frac{\pi}{3}, \text{ значит}$$

$$\cos \frac{\pi}{7} < \frac{1}{2}, \text{ значит}$$

$$8 \left(\cos \frac{\pi}{7} + 1 \right) \left(\cos \frac{\pi}{7} - \frac{1}{2} \right) < 0, \text{ значит}$$

$$5 \left(1 + \sin \frac{\pi}{14} \right) > 8 \left(\cos \frac{\pi}{7} + 1 \right) \left(\cos \frac{\pi}{7} - \frac{1}{2} \right), \text{ значит}$$

$$\text{Ответ: } 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6.

1) Когда 0 точек пирамиды $E \alpha$, то можно просто выбрать любые 4 точки из $S \cap \alpha$ и построить по ним пирамиду, получится построить только треугольную пирамиду. Всего C_5^4 способов.

2) Когда 1 точка $E \alpha$, то можно взять её и ещё любые три точки α , только 3 уг. пирамиды.
Всего $C_7^1 \cdot C_5^3$

3) Когда 2 точки $E \alpha$, то можно взять ещё любые две α , только 3 уг. пирамиды. Всего $C_7^2 \cdot C_5^2$

4) Когда 3 точки $E \alpha$, то любая α , только 3 уг. пирамиды. Всего $C_7^3 \cdot C_5^1$

5) Далее можно прибавлять по одной точке $E \alpha$, тогда в основании пирамиды будут 4, 5, 6 или 7 вершин. Всего $C_7^4 \cdot C_5^1$, $C_7^5 \cdot C_5^1$, $C_7^6 \cdot C_5^1$, $C_7^7 \cdot C_5^1$

Всего получается

ответ. C_5^4



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

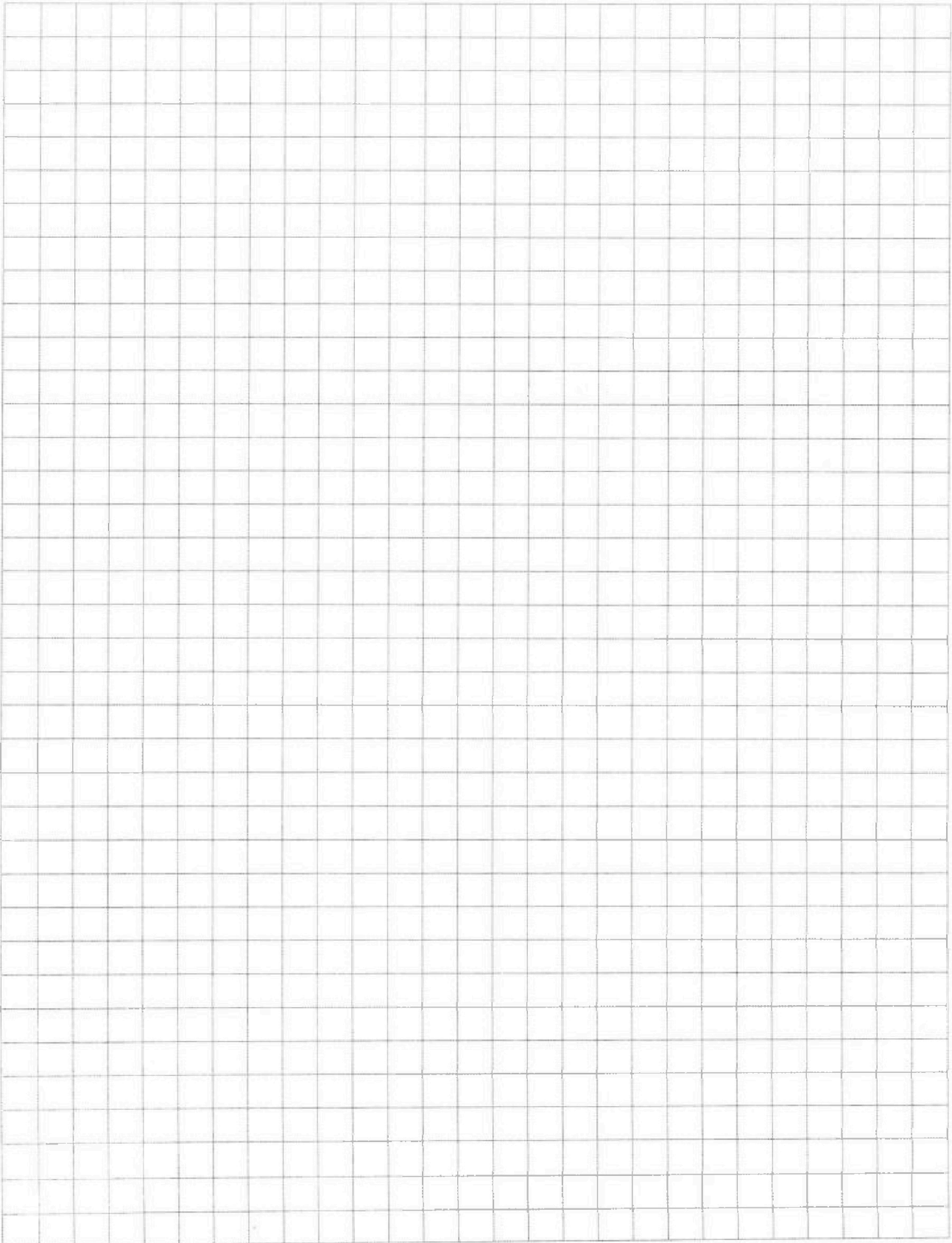
5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

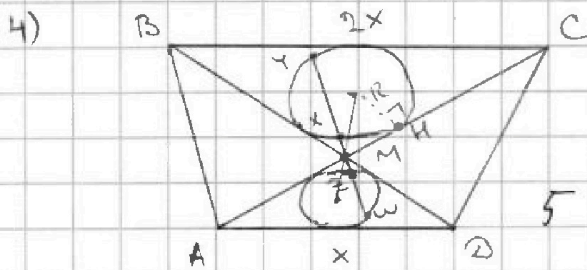
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

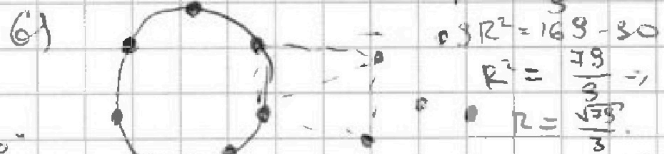
1) $180(n-2) = (142+n)n$
 $180n - 360 = 142n + n^2 \rightarrow n^2 - 38n + 360 = 0$
 $D_n = 18^2 - 360 = 2$
 $n_1 = 18 - 1 = 18$
 $n_2 = 18 + 1 = 19$

2) $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$
 $4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 - \ln 2 - \ln 3 = 0$
 $\ln 2(4x + 3y + 3z - 1) + \ln 3(z - 1) = 0$
 $\ln 3 = \ln 2 \cdot \log_2 3$
 $\ln 2(4x + 3y + 3z - 1 + \log_2 3 \cdot z - \log_2 3) = 0 \rightarrow z = 1$

$\min = 6$
 $x = -1, y = 2$
 $4x + 3y = 2$
 $x = 2, y = -2$



4) $I, I_2 = \frac{15}{2}, MH \cdot MY = 5$
 Maximum: R_{ABC}
 $V = \frac{5}{R} = I, x = I, y$
 $MZ = \frac{MX}{2} \rightarrow MX \cdot MY = 10 = MH^2$
 $MH = \sqrt{10}, MH^2 + R^2 = I^2, M^2$
 $10 + R^2 = \frac{169}{3}$



6) $C_5^1 \cdot C_5^1 \cdot C_2^2 + C_5^1 \cdot C_5^1 \cdot C_2^1 - 2 \cdot C_5^1 \cdot C_5^1 \cdot C_1^1 = 11$
 "2" - сколько точек $\in \alpha$

8, 38 81 кем
 105
 $30, 31, 32, 33, 34, 35, 36$
 $20, 19, 18, 17, 16, 15$
 $20, 19$
 $18, 17, 16, 15, 14$
 $14 + 15 = 29$
 $16 + 17 = 33$
 $18 + 19 = 37$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{4}$$

$$4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$5 (1 + \sin \frac{\pi}{4})$$

$$4 (\cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4})$$

$$8 (\cos \frac{\pi}{4} - 1) \left(\cos \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)$$

$$2 \cos^2 \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} - 1 = 0$$

$$2 (\cos - 1) (\cos + 1) = 0$$

$$D = 1 + 8 = 9$$

$$x_1 = \frac{-1 - 3}{2} = -2$$

$$x_2 = \frac{-1 + 3}{2} = 1$$

$$2 (\cos + 2) (\cos - 1) = 0$$

$$5 + 7 = 10$$

$$75$$

$$\sin (90 - \alpha) = \cos \alpha$$

$$C_5^2 = \frac{4 \cdot 3}{2}$$

$$210$$

$$285$$

$$\frac{\frac{4}{5}}{\frac{7}{21}} = \frac{\frac{4}{7}}{\frac{3}{21}}$$

$$5.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

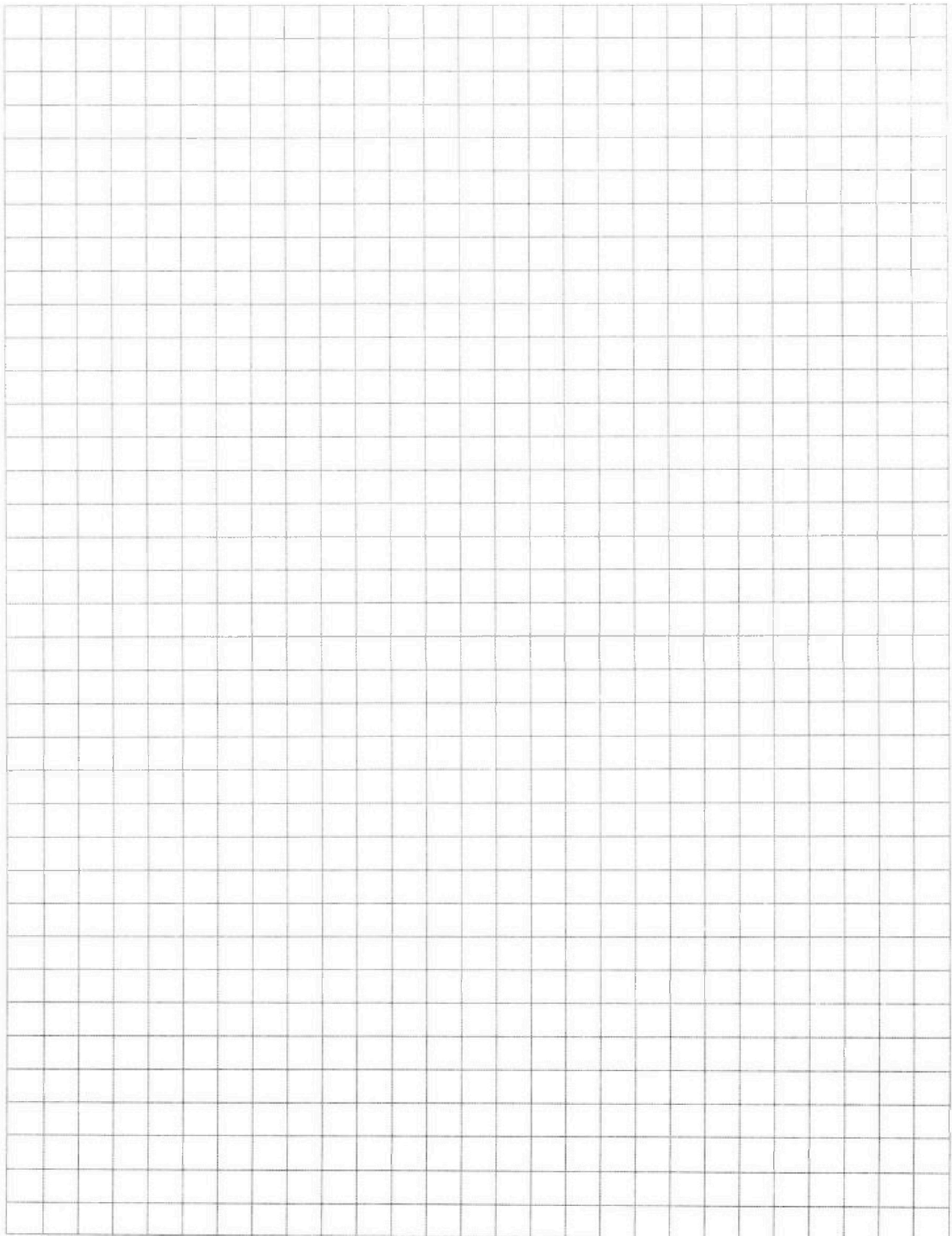
5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$

$\sin \frac{3\pi}{14} = \cos \left(\frac{7\pi}{14} - \frac{3\pi}{14} \right) = \cos \frac{2\pi}{7}$

$5 - 4 \cos \frac{2\pi}{7}$ $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \cos \left(\frac{7\pi}{14} - \frac{\pi}{14} \right) = 5 \cos \frac{3\pi}{14}$

$5 - 8 \cos^2 \frac{\pi}{7} + 4$ $8 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \cos \sin \frac{\pi}{14}$

$9 - 8 \cos^2 \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{\pi}{7}$ $4(2 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14})$ $4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$

$(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{7})(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{7})$ $4(2 \cos^2 \frac{\pi}{7} (1 + \sin \frac{\pi}{14}) + 5(1 + \sin \frac{\pi}{14}) + \cos \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{14})$

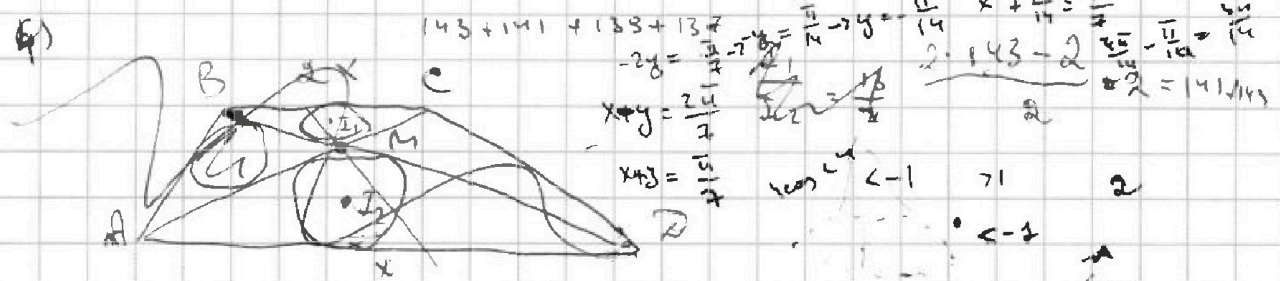
$9 - 8(1 - 4 \sin^2 \frac{\pi}{7} + 4 \sin^4 \frac{\pi}{7})$ $(1 + \sin \frac{\pi}{14})(4 \cos \frac{\pi}{7} + 5) + \cos \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{14}$

$9 - 8 + 32 \sin^2 \frac{\pi}{7} - 32 \sin^4 \frac{\pi}{7}$ $\sqrt{4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 5 \sin \frac{\pi}{14}}$

$32 \sin^2 \frac{\pi}{7} - 40 \sin^2 \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14} + 8 \sqrt{0}$

$2 - 10 \cdot \frac{5}{2} + 3$ $0 < \sin \frac{\pi}{14} < \sin \frac{\pi}{8} \leq \frac{1}{2}$

$2 - 25 + 3 < 0$ $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$



8) $(n-2) \cdot 180 = 143n - n^2 \rightarrow n^2 + 36n - 260 = 0$

$180 \cdot 3 = 720$ $\frac{D}{4} = 324 + 260 = 584$

900 $1485 = 700$ $n_{1,2} = \frac{-18 \pm \sqrt{584}}{2} = -18 \pm 8\sqrt{37}$

$n = 4 \rightarrow 360$ $144 - 16 = 128$

$n = 5 \rightarrow 540$ 560 $1440 - 100 = 1340$

$n = 6 \rightarrow 720$ 33 $144 \cdot 12 = 1728$

$n = 7 \rightarrow 900$ 144 744

$n = 8 \rightarrow 1080$ 180 144

$n = 10 \rightarrow 1800$ 1440 1584

$2 \sin \frac{\pi}{14} + 2 \sin \frac{3\pi}{14}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S = \frac{(n-2) \cdot 180}{2} = \frac{2 \cdot 143 + 2(n-1)}{2}$$

$$3 + 4 + 4 + 5 + 5 + 4 + 6 = 31$$

$$(n-2) \cdot 180 = 143 + 2(n-1)$$

$$180n - 360 = 143 + 2n - 2$$

$$178n = 143 + 358 \Rightarrow 178n = 501 \Rightarrow n = \frac{501}{178} = 2.81$$

$$\frac{1+143}{2} = 72$$

$$\frac{143-1}{2} = 71$$

$$\frac{a_1 + a_n}{2} = \frac{1 + 143}{2} = 72$$

$$180 \cdot 2 \cdot 65 = 72 \cdot 2 \cdot 1$$

$$(n-2) \cdot 180 = \frac{2 \cdot 143 - 2(n-1)}{2} \cdot n$$

$$180n - 360 = (143 - n) \cdot n$$

$$180n - 360 = 143n - n^2 \Rightarrow n^2 + (180 - 143)n - 360 = 0$$

$$143 + 141 + 139 = 423$$

$$n^2 + 36n - 360 = 0$$

$$D = 18^2 + 360 = 684$$

$$3 \cdot 35 = 105$$

2) $x, y, z \in \mathbb{Z}$, $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$, $x^2 + y^2 + z^2$ миним.

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + z \ln 6 + 2z \ln 2 = \ln 6$$

$$\ln 2(4x + 3y + 2z) + \ln 6(z-1) = 0$$

$$13 \ 14 \ 15 \ 16 \ 17 \ 18 \ 19 \ 20$$

$$x \ln 4 + x \ln 4 + y \ln 4 + y \ln 2 + z \ln 2 + z \ln 6 = \ln 6$$

$$\ln 4(x+y+z) +$$

$$p+q=132 \quad 2q=126, q=63$$

$$p-q=6$$

$$p=63, q=63$$

3) $782 = 2 \cdot 396 = 2^2 \cdot 99 = 2^3 \cdot 99 = 2^3 \cdot 3 \cdot 33 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$

$$66, 12, 18, 27, 36, 54, 81, 108, 162, 243, 324, 486, 729$$

$$(p-q)(p+q) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11 \quad M \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000$$

$$\begin{cases} p+q=198 \\ p-q=4 \end{cases}$$

$$2q=194 \Rightarrow q=97 \Rightarrow p=101$$

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37$$

$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 = 30030$$

$$\begin{cases} p+q=386 \\ p-q=2 \end{cases}$$

$$2q=384 \Rightarrow q=192 \Rightarrow p=194$$

$$66 + 15 = 81$$

$$66 + 15 = 81$$

$$66 + 15 = 81$$

$$66 + 15 = 81$$

$$66 + 15 = 81$$

$$66 + 15 = 81$$

$$66 + 15 = 81$$

$$66 + 15 = 81$$