



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



- [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
- [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
- [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
- [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
- [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
- [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1. Кол-во вершин совпадает с кол-вом углов
Пусть n - кол-во углов, тогда сумма углов
равна $180^\circ(n-2)$ с одной стороны и $\frac{(2 \cdot 143^\circ + (n-1) \cdot 2^\circ)n}{2}$

как сумма углов выпукл. мнгр. ($n \in \mathbb{N}$)

$$180^\circ(n-2) = \frac{(2 \cdot 143^\circ + 2^\circ(n-1))n}{2}; \quad 180^\circ n - 360^\circ = 143^\circ n + n^2 - 1^\circ n$$

$$1^\circ n^2 - 38^\circ n + 360^\circ = 0$$

По т. Виета: $\begin{cases} n_1 + n_2 = 38^\circ \\ n_1 n_2 = 360^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = 20, \\ n_2 = 18. \end{cases}$

При $n=20$ наибольший угол равен $143^\circ + 18 \cdot \frac{2^\circ}{3^\circ} = 181^\circ$ - не соотв. усл.,
тк. многоугольник выпуклый, все углы меньше 180° .

При $n=18$ наибольший угол равен $143^\circ + 17 \cdot \frac{2^\circ}{3^\circ} = 177^\circ$ - соотв. условию.

Ответ: Тогда у данной многоугольника может быть только
18 вершин

Ответ: 18



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2. $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$, $x, y, z \in \mathbb{Z}$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z - \ln 6 = 0$$

$$\ln 16^x \cdot 8^y \cdot 24^z \cdot \frac{1}{6} = \ln 1$$

$$\frac{16^x \cdot 8^y \cdot 24^z}{6} = 1; \quad \frac{2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^z}{2 \cdot 3} = 1$$

$$2^{4x+3y+3z-1} \cdot 3^{z-1} = 1$$

Поскольку возможны два варианта, при которых произведение этих чисел равно единице: или они все равны единице или

одно больше единицы, а другое — меньше. Рассмотрим второй

случай. Представим произведение в виде дроби $\frac{2^{4x+3y+3z-1}}{3^{z-1}} = 1$.

П.к. степени числителя и знаменателя равны 0, а 2 и 3 взаимно просты,

дробь несократима, а п.к. числа не равны единице, дробь

не равна единице. Следовательно неверно. Значит все множители

равны 1, т.е. их степени равны нулю:
$$\begin{cases} z-1=0, \\ 4x+3y+3z-1=0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=1, \\ 4x+3y+3-1=0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z=1, \\ x = -\frac{2+3y}{4}; \end{cases}$$

$$\text{Итого } x^2 + y^2 + z^2 = \frac{(2+3y)^2}{16} + y^2 + 1 = \frac{4+12y+9y^2+16y^2+16}{16} = \frac{25y^2+12y+20}{16}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Графически задача 2.

Ф-ция $f(y) = 25y^2 + 12y + 20$ имеет график параболы с вершиной ^{внизу} ~~вверху~~,

принимает наименьшее значение в вершине, т.е. при $y = -\frac{12}{2 \cdot 25} =$

$= -\frac{12}{50} = -\frac{6}{25}$. Так $y \in \mathbb{Z}$, ближайшая целая точка к вершине
равна $y = 0$

Тогда наименьшее значение выражения $x^2 + y^2 + z^2 =$

$$= 25 \cdot \left(-\frac{6}{25}\right)^2 + 12 \cdot \left(-\frac{6}{25}\right) + 20 = \frac{36}{25} - \frac{72}{25} + 20 = \frac{36 - 72 + 500}{25} =$$

$$= \frac{36 + 500}{100 \cdot 4} = \frac{-9 + 125}{100} = \frac{116}{100} = \frac{58}{50} = \frac{29}{25}$$

Ответ: $\frac{29}{25}$. Но в точке 0 при $y = 0$ $x \notin \mathbb{Z}$. Второе наименьшее

$$= \frac{25 \cdot 0^2 + 12 \cdot 0 + 20}{25} = \text{к вершине целая точка } y = -1, x \in \mathbb{Z}$$

Заменим $y = 1, x \in \mathbb{Z}$; затем $y = -2, x = -\frac{2 - 3 \cdot 2}{4} = 1 \in \mathbb{Z}$.

Тогда наименьшее значение $x^2 + y^2 + z^2 = 1^2 + (-2)^2 + 1^2 = 6$

Ответ: 6



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3. p и q можно представить в виде сумм чисел множества M за вычетом одного. Множество M есть арифметическая прогрессия с первым членом $a \in \mathbb{N}$ и разностью 1.

Тогда сумма элементов M равна $\frac{(2a + (7-1) \cdot 1) \cdot 7}{2} =$

$= 7a + 21$. Пусть k - номер ~~элемента~~^{элемента} M , не входящего в

сумму, из которой составлен p или q ($k \in \{1, 2, 3, \dots, 7\}$).

Тогда p или q равно $7a + 21 - (a + (k-1) \cdot 1) = 6a + 21 - k + 1 =$

$= 6a + 22 - k$. Так как $6a$ и 22 - четны, а p и q - нечетны, k - нечетно,

т.е. $k \in \{1, 3, 5, 7\}$. При $k=1$: p или q равно $(6a + 21)$: 3-не простое

При $k=3$: $6a + 18$ равно $(6a + 15)$: 3-не простое. $k \in \{5, 7\}$

Заметим, что $p > q$, в т.ч. ряд положителен и $p^2 - q^2 = 7q^2 > 0$,

тогда в сумме, из которой составлен p нет ~~7~~ элементов под номером

3 (меньшего), а в q нет элементов под номером 5. Тогда

$p = 6a + 19$; $q = 6a + 17$, где a - первый член прогрессии.

$$p^2 - q^2 = (p+q)(p-q) = (6a+19+6a+17)(6a+19-6a-17) = 2(12a+36) =$$

$$= 24a + 72 = 792; 24a = 720; a = 30. \text{ Тогда } M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$$

Ответ: $\{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$



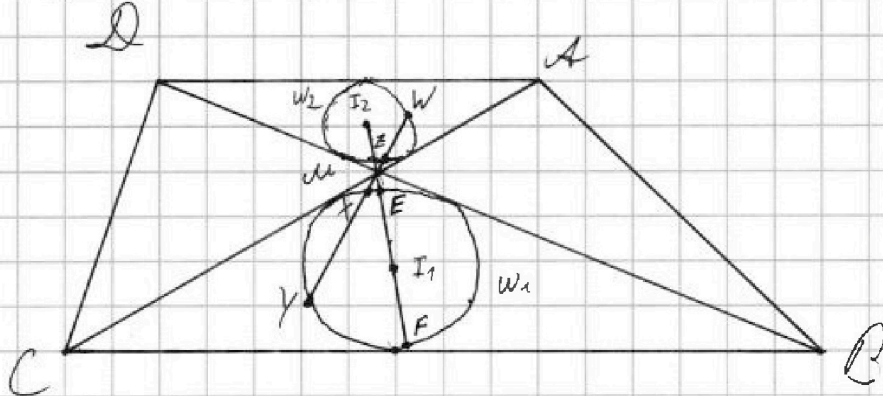
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.



Заметим, что $AD \parallel BC$, ~~значит~~ $M = AC \cap DB$, $\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$, значит
попаметим с центром M и коэф. $-\frac{1}{2}$ преобразов. $A \rightarrow C$, $D \rightarrow B$.

Тогда $\triangle AMD \rightarrow \triangle CMB$ (здесь и далее стрелочкой " \rightarrow " будем
означать преобразование помететией, описанное выше), а т.к. W_2 впис.

в $\triangle AMD$, а W_1 впис. в $\triangle BMC$, то $W_2 \rightarrow W_1$. Тогда $I_2 \rightarrow I_1$,

значит $Z \rightarrow X$, тогда $\frac{MZ}{MX} = \frac{1}{2}$, $MZ = \frac{1}{2}MX$.

По условию $MZ \cdot MY = \frac{1}{2}MX \cdot MY$, $MX \cdot MY = 10$.

П.к. $I_2 M \rightarrow I_1 M$, $\frac{I_2 M}{I_1 M} = \frac{1}{2}$; $I_2 M = \frac{1}{2}I_1 M$; $\frac{13}{2} = I_1 I_2 = I_1 M + I_2 M = \frac{3}{2}I_1 M$;

$I_1 M = \frac{13 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{13}{3}$. П.к. I_1 - центр окр.-ти W_1 , EF - диаметр,

(где E и F - точки касания MI_1 с W_1 , E ближе к M)

$E I_1 = F I_1 = R$ (R - искомым радиус W_1). Из теоремы о секущих

~~получаем~~ $MY \cdot MX = ME \cdot MF = (MI_1 - EI_1)(MI_1 + I_1 F) =$

$= (MI_1 - R)(MI_1 + R) = MI_1^2 - R^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение задачи 4.

$$10 = \left(\frac{13}{3}\right)^2 - R^2; R^2 = \frac{169}{9} - 10 = \frac{169 - 90}{9} = \frac{79}{9}; R = \frac{\sqrt{79}}{3}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{79}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6. Все вершины пирамиды, кроме одной, лежат в основании.
 Дана основа пирамиды может либо целиком лежать в α -плоскости, либо иметь с ней общее ребро (две точки), либо иметь одну общую ^{вершину} точку, либо не пересекаться ^{иметь с α общие вершины в α -плоскости} в α -плоскости. Пусть самая высокая основа пирамиды целиком лежит в α . Заметим, что ^{из методов} для подсчета подсчета точек, лежащих на сечении можно с помощью абстрактных составных множеств — в порядке следования этих точек, ~~то α имеет стороны α~~ (за исключением подсчета с 2-ой, 1-ой и нулевой точек). Тогда основа пирамиды в α -плоскости можно выбрать $C_7^2 - C_4^2 - C_4^1 - C_4^0 = 21 - 6 - 4 - 1 = 10$ способами. Вершина ~~может α~~ Вершина пирамиды может лежать в одной из 5-ти оставшихся точек, тогда для I-го ^{случая} подсчета есть $10 \cdot 5 = 50$ способов. Пусть теперь только одно ребро основы лежит в α -плоскости ^{вершины основы лежат} тогда можно выбрать $C_4^2 = 6$ способами. Заметим, что в этом случае основа пирамиды может быть только треугольником, иначе по условию α -плоскости совпадет с α . Ответить это можно основой ~~можно~~ C_5^1 Тогда пирамида — 4-гранник, 2 оставшиеся вершины которого — лежат в α и 2 из 5 точек, не лежащих в α . Тогда для II-го ^{случая} подсчета есть $6 \cdot C_5^2 = 6 \cdot 10 = 60$ способов.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Страница задачи 6.

Будет теперь только одна вершина основания лежит в α . Если в основании более 3-х вершин, то условие оно лежит в α , что неверно, тогда в этом случае пирамида снова является 4-гранником, ^{но} лишь одна вершина которой лежит в α . Тогда для III-ей группы есть $C_7^1 \cdot C_5^3 = 7 \cdot 10 = 70$ способов. Будет теперь основание не имеет общих вершин с α , тогда снова по условию задачи в основании лежит треугольник, а пирамида - 4-гранник, ни одна из вершин которого не лежит в α (т.к. для треугольной пирамиды любой грань можно считать основанием, а гранью с одной вершиной в α не рассматриваем). Какое же из 4 из 5-ти не лежащих в α точек мы ни возьмем, из них получимся тетраэдр-гранник (т.к. все же 4 не лежат в одной п-ни), значит для IV-го случая есть $C_5^4 = 5$ способов. Итак, мы рассмотрели полную группу пересечений событий (в α лежат 0, 1, 2 или более ~~то~~ точек), тогда общее кол-во способов собрать пирамиду по условию равно $435 + 210 + 70 + 5 = 780$ ~~способ~~

Ответ: 780

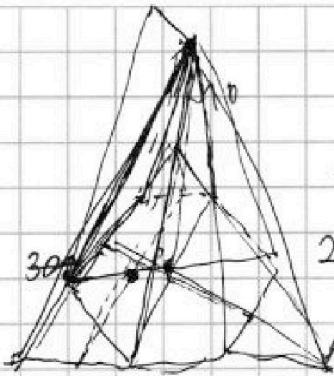


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S_n = \frac{(2a_1 + (n-1)d)n}{2} = 180(n-2)$$

$$2a_1n + 16n^2 - 6n - 360n + 720 = 0 \quad \frac{24}{6} = 4$$

$$286n + 2n^2 - 2n - 360n + 720 = 0$$

$$143n + n^2 - 143 - 1 - 180 = 0$$

$$142 - 38 = 104$$

$$16^x$$

$$\log_2 4 = 2$$

$$\log_2 2 = 1$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z - \ln 6^{360} = 6 \cdot 6 \cdot 10 = 20 \cdot 18$$

$$\ln \frac{16^x \cdot 8^y \cdot 24^z}{6^{360}} = \ln 1$$

$$400 - 760 + 360 = -40$$

$$\frac{143 + 19 \cdot 2}{38}$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6^{360}$$

$$\frac{143 + 19 \cdot 2}{38}$$

$$\frac{143 + 19 \cdot 2}{38}$$

$$\frac{2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z}}{2 \cdot 3^{360}} = 1$$

$$\frac{324 - 684 + 180}{-360} = \frac{180}{-360} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{161}{58}$$

$$2^{4x+3y+3z-1} \cdot 3^{z-1} = 1$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 3 - 1 + z \ln 3 - 1 = 0$$

$$k \in \{1, 7\}$$

$$\frac{5 \cdot 161}{13} = \frac{805}{13}$$

$$\frac{198}{18} = \frac{11}{1}$$

$$z(\ln 3 + \ln 8)$$

$$p = \frac{(2a_1 + 6) \cdot 7}{2} - a_1 - (k-1)(143 + 17) - 18 = \frac{160}{4} = 40$$

$$\log_3 2(z-1)$$

$$\frac{100 - 24 + 20}{16} = \frac{96}{16} = 6$$

$$\frac{180}{180}$$

$$\frac{160}{16} = 10$$

$$\frac{482}{42} = \frac{241}{21}$$

$$2 - 6 = -4$$

$$6a_1 + 21 \times$$

$$6a_1 + 13 \checkmark$$

$$6a_1 + 17 \checkmark$$

$$3 \cdot 6a_1 + 15 \times$$

$$x = \frac{-2}{4}$$

$$(p+q)(p-q) = 792 = 2 \cdot 3 \cdot 11 \quad k \in \{3, 5, 7\}$$

$$7a_1 + 21 - a_1 - k + 1 = 6a_1 - k + 22$$

$$\frac{30}{1} \quad \frac{31}{2} \quad \frac{32}{3} \quad \frac{33}{4} \quad \frac{34}{5} \quad \frac{35}{6} \quad \frac{36}{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\cos^2 \frac{\pi}{4} = x$
 $-2x^2 + 2x - 5 \sin^2 \frac{2\pi}{14} = 0$
 $2x^2 - 2x + 5 \sin^2 \frac{\pi}{7} = 0$
 $d = 4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{7}$

$\frac{13 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{13 \cdot 3}{2} - \frac{13 \cdot 2}{3} = \frac{39 - 26}{6} = \frac{13}{6}$

$\sin \frac{2\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} = \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{\pi}{6} \cdot 2$
 $\mu = \frac{13}{3}, \Gamma \mu = \frac{13}{6}$

$\sin \alpha d = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \cos \frac{\alpha}{2} \sqrt{1 - \cos^2 \frac{\alpha}{2}}$

$5 = \mu Z \cdot \mu Y = \frac{1}{2} \mu X \cdot \mu Y; 10 = \mu X \cdot \mu Y = (\mu L_1 - R)(\mu L_2 + R)$

$\sin \frac{3\pi}{14} = 2 \cos \frac{\pi}{7} - 2 \cos \frac{4\pi}{7}$

$\sin \frac{3\pi}{14} = \sin \left(\frac{\pi}{14} + \frac{\pi}{2} \right) = \sin \frac{\pi}{14} \cdot \cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{14}$

$5 - 4 \sin \frac{\pi}{14} + \cos \frac{\pi}{7} + 4 \sin \frac{\pi}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$

$4 \cos \frac{\pi}{7} (\sin \frac{\pi}{14} + 1) + 5 (\sin \frac{\pi}{14} + 1) - 4 \sin \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{14} > 0$

$5 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} \cos^2 \frac{\pi}{7} - 4 \sin \frac{\pi}{14} (\sin^2 \frac{\pi}{14} - \cos^2 \frac{\pi}{7}) - 4 \cos \frac{\pi}{7} + 10 \sin \frac{\pi}{14} \cos \frac{\pi}{7} > 0$

$Sh = \sqrt{16+4} = 2\sqrt{5}$
 $R = \sqrt{12+1} = \sqrt{13}$
 $r = \sqrt{13+3} = \sqrt{16} = 4$

$(2^4 - 1) \cdot 5$
 $C_4^2 \cdot 5 \cdot 4$

$\frac{5!}{4!1!} = 5$
 $\frac{7!}{2!5!} = \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = 7 \cdot 3 = 21$
 $\frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 5 \cdot 2 = 10$

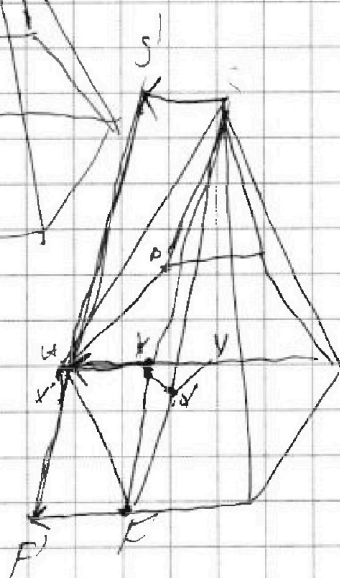
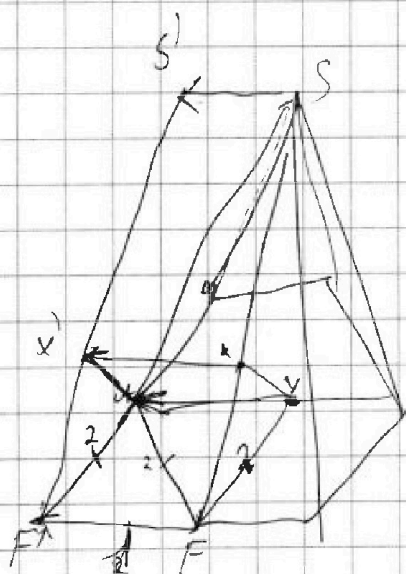
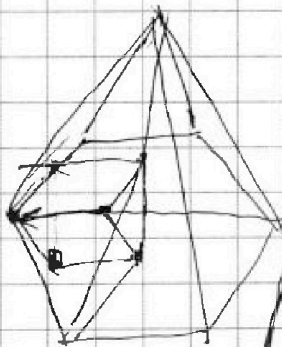
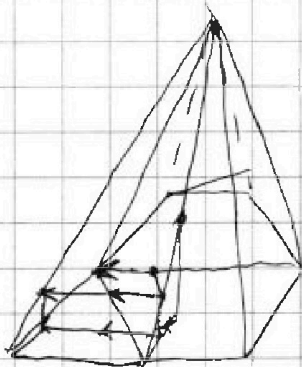
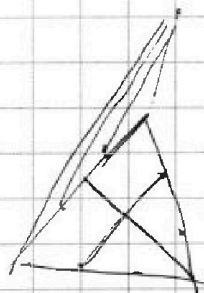


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7.

