МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12

1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132°. Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?

2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x\ln 25 + y\ln 75 + z\ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.

3. [4 балла] Из множества M, состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M, если $p^2 - q^2 = 1080$.

4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M, а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2, вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M, пересекает ω_1 в точках X и Y, а ω_2 - в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1, если $I_1I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.

5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4\sin\dfrac{9\pi}{14}$ или $3\sin\dfrac{3\pi}{14} - 4\cos\dfrac{3\pi}{7}$?

6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α, а остальные 4 расположены вне плоскости α. Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α. Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?

7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF, точка Y – на прямой AD, причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№1.

Пусть у ~~четырёхугольника~~ многоугольника n вершин. Тогда сумма всех его углов $180°(n-2)$, так как многоугольник выпуклый. Исходя из того, что углы образуют арифм. прогрессию, то по формуле суммы арифм. прогрессии сумма всех углов $\frac{2\cdot 132° + 2°(n-1)}{2}\cdot n$ либо $\frac{2\cdot 132° - 2°(n-1)}{2}\cdot n$, если прогрессия убывающая.

Найдем n: 1) $180°(n-2) = \frac{2\cdot 132° + 2°(n-1)}{2}\cdot n$

$180(n-2) = (131+n)n \qquad 180n - 360 = 131n + n^2$

$n^2 - 49n + 360 = 0 \qquad D = 2401 - 4\cdot 360 = 961 = 31^2$

$\left[\begin{array}{l} n = \frac{49-31}{2} = 9 \\ n = \frac{49+31}{2} = 40 \end{array}\right.$

2). $180°(n-2) = \frac{2\cdot 132° - 2°(n-1)}{2}\, n$

$180n - 360 = (133-n)n$

$360 - 180n = n^2 - 133n$

③ $n^2 + 47n - 360 = 0 \qquad D = 47^2 + 1440 = 3649$

$60^2 = 3600 < 3649 < 61^2 = 3721$ значит решения уравнения ③ не будет целым, а $n \in \mathbb{Z}$. Тогда $n = 40$ – наибольшее.

Ответ: 40.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2.

$x\ln 25 + y\ln 75 + z\ln 125 = \ln 45$

$2x\ln 5 + y(2\ln 5 + \ln 3) + 3z\ln 5 = 2\ln 3 + \ln 5$

$\cancel{2\ln 5(x+y)}\ \ln 5(2x+2y+3z) + y\ln 3 = 2\ln 3 + \ln 5$

$\ln 5(2x+2y+3z-1) = \ln 3(2-y)$ Так как $\ln 5 \neq 0$ и $\ln 3 \neq 0$

Либо $2x+2y+3z-1 = 2-y = 0$

Либо $\log_3 5 = \frac{2-y}{2x+2y+3z-1}$, что невозможно, т.к по условию $x, y, z \in \mathbb{Z}$

$\begin{cases} 2x+2y+3z-1=0 \\ 2-y=0 \mapsto y=2 \end{cases}$ Тогда $2x+4+3z-1=0$

$\Downarrow$

$2x+3z=-3$

$\Downarrow$

$3z=-3-2x \quad z=\frac{-3-2x}{3}$

Тогда $x^2+y^2+z^2 = x^2+4+\frac{4x^2+12x+9}{9} = \frac{1}{9}(9x^2+36+4x^2+12x+9) =$

$= \frac{1}{9}(13x^2+12x+45)$ Пусть $f(x)=\frac{1}{9}(13x^2+12x+45)$

График парабола ветви вверх наим. значение в вершине

$x_0 = \frac{-12}{13\cdot 2} = -\frac{6}{13}$ Так как $x \in \mathbb{Z}$, то наименьшее значение при $x=0$ или $x=-1$ ближайшие значения к $-\frac{6}{13}$.

$f(0)=5 \quad f(-1)=\frac{46}{9}$ В обоих случаях $\frac{46}{9}>5$

$z=-1$ - целое $\quad z=-\frac{1}{3}$ нецелое. Тогда 5 - наименьшее

Ответ: 5

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

N 3

Пусть множество M состоит из чисел: n, $n+1$; $n+2$; $n+3$; $n+4$; $n+5$; $n+6$ где $n \in \mathbb{N}$. Тогда $6n+15 \le p \le 6n+21$ и $6n+15 \le q \le 6n+21$. А значит $p-q \le (6n+21)-(6n+15)$

То есть $p-q \le 6$. $p^2-q^2=1080=(p-q)(p+q)$

Заметим, что $6n+15=3(2n+5)$ не является простым

$6n+16=2(3n+8)$ не является простым

$6n+18=6(n+3)$ не является простым

$6n+20=2(3n+10)$ не яв. простым $6n+21=3(2n+7)$ не яв. простым.

Так как $p^2-q^2=1080$; $p,q \in M$, то $p>q$. Значит

$p=6n+19$ $q=6n+17$ иначе сумма шестерок не будет простой.
Больше подходящих шестерок нет

$(p-q)(p+q)=1080$ $(6n+19-6n-17)(6n+19+6n+17)=2\cdot540$

$2\cdot(12n+36)=2\cdot540$ $12n+36=540$ $12n=504$

$n=\frac{504}{12}=42$ Тогда $p=6\cdot42+19=271$ $q=269$
Оба числа простые

Тогда множество $M=\{42;43;44;45;46;47;48\}$

Ответ: $\{42;43;44;45;46;47;48\}$

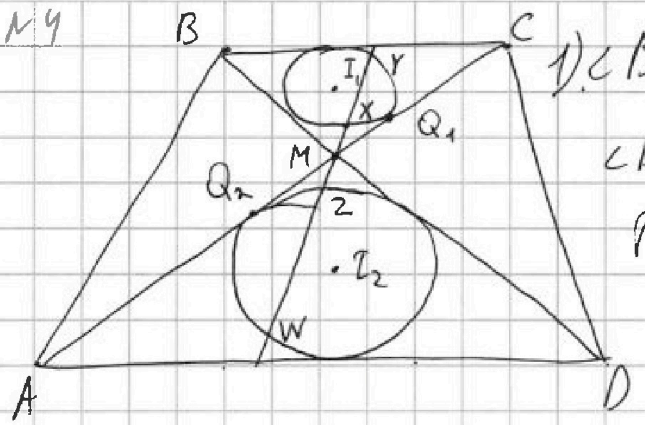
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№4



1) $\angle BMC = \angle AMD$ как вертикальные

$\angle BMI_1 = \angle I_1MC$; $\angle AMI_2 = \angle I_2MD$

Так как центры вписан. окружностей лежат на точке пересечения биссектрис.

Тогда $\angle AMI_2 = \angle I_1MC = \angle I_2MD = \angle BMI_1$, значит M, I_1 и I_2 лежат на одной прямой.

2) Пусть Q_1 и Q_2 точки касания первой и второй окружности с AC. $I_2Q_2 \perp Q_2M$ и $I_1Q_1 \perp MQ_1$ как радиусы проведенные в точку касания. Тогда $\triangle Q_2I_2M \sim \triangle Q_1I_1M$ по 2 углам ($\angle MQ_2I_2 = \angle MQ_1I_1 = 90°$, $\angle Q_2MI_2 = \angle I_1MQ_1$ см. выше)

Значит $\frac{MQ_1}{MQ_2} = \frac{MI_1}{MI_2} = \frac{I_1Q_1}{I_2Q_2}$. Заметим что $\angle MAD = \angle BCM$ как накрест лежащие при $AD \parallel BC$ и секущей AC. Тогда $\triangle AMD \sim \triangle BMC$ по двум углам ($\angle AMD = \angle BMC$, $\angle MAD = \angle BCM$) Так как по условию $2BC = AD$, то коэф. подобия $\frac{1}{2}$. Значит радиусы вписан. окружности относятся как $\frac{1}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Тогда $\frac{MQ_1}{MQ_2}=\frac{MI_1}{MI_2}=\frac{I_1Q_1}{I_2Q_2}=\frac{1}{2}$ Откуда $MI_1=\frac{8}{3}$

$MI_2=\frac{16}{3}$ $2MQ_1=MQ_2$

Из теоремы о секущей и касательной $MQ_2^2=4MQ_1^2=MZ\cdot MW=4MX\cdot MY$

По теореме косинусов в $\triangle MWI_2$ и $\triangle MYI_1$

$MW^2+MI_2^2-2MW\,MI_2\cos MWI_2=WI_2^2$

$MY^2+MI_1^2-2MY\,MI_1\cos MWI_2=YI_1^2\ |\cdot 4$

$$\begin{cases} MW^2+MI_2^2-2MW\,MI_2\cos MWI_2=WI_2^2 \\ 4MY^2+MI_2^2-2MI_2\cos MWI_2\cdot 2MY=WI_2^2 \end{cases}$$

$MW^2-4MY^2+2MI_2\cos MWI_2(2MY-MW)=0$

$MW=2MY$ или $2MY+MW=2MI_2\cos MWI_2$

$2MI_2\cos MWI_2\le 2MI_2$, но очевидно, что $2MY+MW>2MI_2$

Значит $MW=2MY$. Тогда $MQ_2^2=4MQ_1^2=MZ\cdot MW=$

$=4MX\cdot MY=2MX\cdot MW$

Откуда $MZ=2MX$

$MZ\cdot MY=2MX\cdot MY=9$; $MX\cdot MY=MQ_1^2 \Rightarrow MQ_1=\frac{3\sqrt{2}}{2}$,

$MI_1=\frac{8}{3}$ (см. выше) из $\triangle MQ_1I_1$ по теореме Пифагора

$I_1Q_1=\sqrt{MI_1^2-MQ_1^2}=\sqrt{\frac{64}{9}-\frac{18}{4}}=\sqrt{\frac{256}{36}-\frac{162}{36}}=\sqrt{\frac{94}{36}}=\frac{\sqrt{94}}{6}$ искомый радиус.

Ответ: $\frac{\sqrt{94}}{6}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№5

$$\sin\frac{9\pi}{14}=\sin\left(\frac{6\pi}{14}+\frac{3\pi}{14}\right)=\sin\frac{6\pi}{14}\cos\frac{3\pi}{14}+\sin\frac{3\pi}{14}\cos\frac{6\pi}{14}=$$

$$=2\sin\frac{3\pi}{14}\cos^2\left(\frac{3\pi}{14}\right)+\sin\frac{3\pi}{14}\left(2\cos^2\left(\frac{3\pi}{14}\right)-1\right)=$$

$$=\sin\left(\frac{3\pi}{14}\right)\left(4\cos^2\frac{3\pi}{14}-1\right)=\sin\frac{3\pi}{14}\left(3-4\sin^2\left(\frac{3\pi}{14}\right)\right)$$

$$5-4\sin\frac{9\pi}{14}=5-4\sin\frac{3\pi}{14}\left(3-4\sin^2\left(\frac{3\pi}{14}\right)\right)$$

$$3\sin\frac{3\pi}{14}-4\cos\frac{3\pi}{7}=3\sin\frac{3\pi}{14}-4\left(1-2\sin^2\frac{3\pi}{14}\right)=8\sin^2\left(\frac{3\pi}{14}\right)+3\sin\left(\frac{3\pi}{14}\right)-4$$

Пусть $\sin\frac{3\pi}{14}=t$, тогда $\left(5-4\sin\frac{9\pi}{14}\right)-\left(3\sin\frac{3\pi}{14}-4\cos\frac{3\pi}{7}\right)=$

$$=\left(5-4t\left(3-4t^2\right)\right)-\left(8t^2+3t-4\right)=16t^3-8t^2-15t+9=$$

$$=(t+1)(4t-3)^2$$

$$\frac{3\pi}{18}<\frac{3\pi}{14}<\frac{3\pi}{12}$$

$$\frac{\pi}{6}<\frac{3\pi}{14}<\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{1}{2}<\sin\frac{3\pi}{14}<\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Сравним $\frac{3}{4}$ и $\frac{\sqrt{2}}{2}$: $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$ $\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$

Так как $\frac{1}{2}=\frac{8}{16}<\frac{9}{16}$, то $\frac{\sqrt{2}}{2}<\frac{3}{4}$, значит

$\frac{1}{2}<\sin\frac{3\pi}{14}=t<\frac{3}{4}$. А значит $(t+1)(4t-3)^2>0$

То есть $5-4\sin\frac{9\pi}{14}$ больше, чем $3\sin\frac{3\pi}{14}-4\cos\frac{3\pi}{7}$

Ответ: $5-4\sin\frac{9\pi}{14}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

N 6.

Пусть в пирамиде 4 вершины точки вне плоскости α. Тогда такая пирамида ~~состоит точно из~~ имеет ровно 4 вершины, иначе ~~не найдется~~ если одна или более точек в плоскости α вершина пирамиды, то не найдется такой вершины, так что все кроме нее лежат в одной плоскости и многогранник не будет пирамидой. Из условия о 4 точках в одной плоскости и определения пирамиды, если в пирамиде 5 и более вершин, то лишь одна (точка) вершина не ~~лежит~~ лежит в плоскости α.

Если в пирамиде 4 вершины, то либо (1) 4 вне плоскости α, либо (2) 3 вне плоскости α, 1 лежит там, либо по (3) 2 в плоскости α и вне нее, либо 3 в плоскости α и (4) одна вне нее. Для случая (1) четверка 1.

Для (2) четверок $C_4^3 \cdot C_8^1 = \frac{4!}{3!1!} \cdot \frac{8!}{1!7!} = 32$

Для случая (3) четверок $C_4^2 \cdot C_8^2 = \frac{4!}{2!\cdot 2!} \cdot \frac{8!}{6!\cdot 2!} = 6\cdot 28 = 168$

Для случая (4) четверок $C_4^1 \cdot C_8^3 = \frac{4!}{1!\cdot 3!} \cdot \frac{8!}{3!\cdot 5!} = 4\cdot 56 = 224$

Рассмотрим случаи, когда вершин больше 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Как писалось выше, если вершин $n>4$, то $n-1$ вершин будут в плоскости α, 1 вершина вне нее. Если вершин 5, то таких пирамид

$$C_4^1 \cdot C_8^4 = \frac{4!}{3!\cdot 1!} \cdot \frac{8!}{4!\cdot 4!} = \frac{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8}{2\cdot 3\cdot 2\cdot 3\cdot 4} = 280$$

Если вершин 6, то пирамид $C_4^1 \cdot C_8^5 = \frac{4!}{3!\,1!} \cdot \frac{8!}{5!\cdot 3!} = 224$

Если вершин 7, то пирамид $C_4^1 \cdot C_8^6 = \frac{4!}{3!\cdot 1!} \cdot \frac{8!}{6!\cdot 2!} = 112$

Если вершин 8, то пирамид $C_4^1 \cdot C_8^7 = \frac{4!}{3!\cdot 1!} \cdot \frac{8!}{7!\cdot 1!} = 32$

Если вершин 9, то пирамид $C_4^1 \cdot C_8^8 = \frac{4!}{3!\cdot 1!} \cdot \frac{8!}{8!\cdot 0!} = 4$

Итого выпуклых пирамид с вершинами в данных точках

$$\overset{33}{1+32} + \overset{201}{168} + \overset{425}{224} + \overset{649}{224} + \overset{761}{112} + \overset{793}{32} + 4 = 797$$

Ответ: 797.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

N 5

$$\sin\frac{9\pi}{14} = \sin\left(\frac{6\pi}{14}+\frac{3\pi}{14}\right) = \sin\frac{6\pi}{14}\cos\frac{3\pi}{14} + \sin\frac{3\pi}{14}\cos\frac{6\pi}{14} =$$

$$= 2\sin\left(\frac{3\pi}{14}\right)\cdot\cos^2\left(\frac{3\pi}{14}\right) + 2\sin\left(\frac{3\pi}{14}\right)\cos^2\left(\frac{3\pi}{14}\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{14}\right) =$$

$$= \sin\frac{3\pi}{14}\left(4\cos^2\frac{3\pi}{14} - 1\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{14}\right)\left(3 - 4\sin^2\left(\frac{3\pi}{14}\right)\right)$$

$$4\sin\frac{9\pi}{14} = 4\sin\frac{3\pi}{14}\left(4\cos^2\frac{3\pi}{14} - 1\right) = 4\sin\left(\frac{3\pi}{14}\right)\left(3 - 4\sin^2\left(\frac{3\pi}{14}\right)\right)$$

$$3\sin\frac{3\pi}{14} - 4\cos\frac{6\pi}{14} = 3\sin\frac{3\pi}{14} - 4\left(1 - 2\sin^2\left(\frac{3\pi}{14}\right)\right) =$$

$$= 3\sin\left(\frac{3\pi}{14}\right) + 8\sin^2\left(\frac{3\pi}{14}\right) - 4$$ Пусть $\sin\left(\frac{3\pi}{14}\right) = t$. Тогда

$$5 - 4\sin\frac{9\pi}{14} = 5 - 4t(3 - 4t^2) = 5 - 12t + 16t^3$$

$$\cancel{3\sin\frac{3\pi}{14} - 4\cos\frac{3\pi}{7} = 8t^2 + 3t - 4}$$

$$\cancel{\left(5 - 4\sin\frac{9\pi}{14}\right) - \left(3\sin\frac{3\pi}{14} - 4\cos\frac{3\pi}{7}\right) = 8t^2 - 15t + 9}$$

$$\cancel{8t^2 - 15t + 9 = 0}$$

$$\cancel{D = 225 - 72\cdot 4 = -63 < 0}$$ ~~значит~~ $\cancel{8t^2 - 15t + 9 > 0}$ ~~при любом~~ $\cancel{t}$

$$3\sin\left(\frac{3\pi}{14}\right) - 4\cos\left(\frac{3\pi}{7}\right) = 8t^2 + 3t - 4$$

$$\left(5 - 4\sin\frac{3\pi}{14}\right) - \left(3\sin\frac{3\pi}{14} - 4\cos\frac{3\pi}{7}\right) = 16t^3 - 8t^2 - 15t + 9 =$$

$$= (t+1)(4t-3)^2$$

$$16t^3 - 8t^2 - 15t + 9 \;\big|\; t+1 \quad \Rightarrow \quad 16t^2 - 24t + 9$$

$$16t^3 + 16t^2$$

$$-24t^2 - 15t + 9$$

$$-24t^2 - 24t$$

$$9t + 9$$

$$9t + 9$$

$$0$$

$$16t^2 - 24t + 9 = (4t)^2 - 2\cdot 4t\cdot 3 + 3^2 =$$

$$= (4t - 3)^2$$

$$\frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{12} \qquad \frac{3\pi}{18} < \frac{3\pi}{14} < \frac{3\pi}{12}$$

$$\frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{9} \qquad \frac{\pi}{6} < \frac{3\pi}{14} < \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{18} \qquad \frac{1}{2} < \sin\frac{3\pi}{14} < \frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{3}{4}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

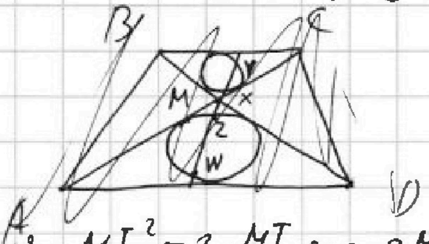
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$MW^2 + MI_2^2 - 2MW \cdot 2MI_2 \cdot \cos = R^2$

$MY^2 + MI_1^2 - 2MYMI_1 \cos = r^2$

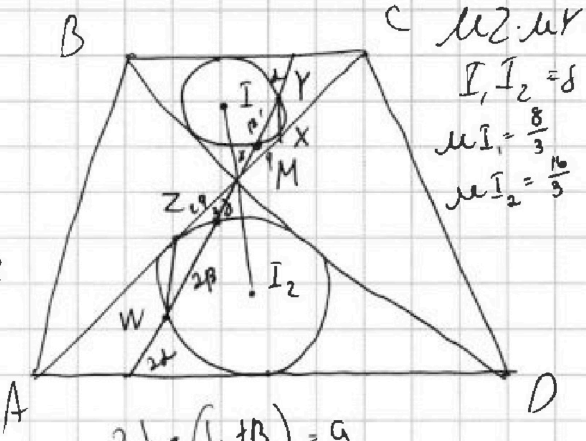


$MZ \cdot MY = 9$

$I_1I_2 = 8$

$MI_1 = \frac{8}{3}$

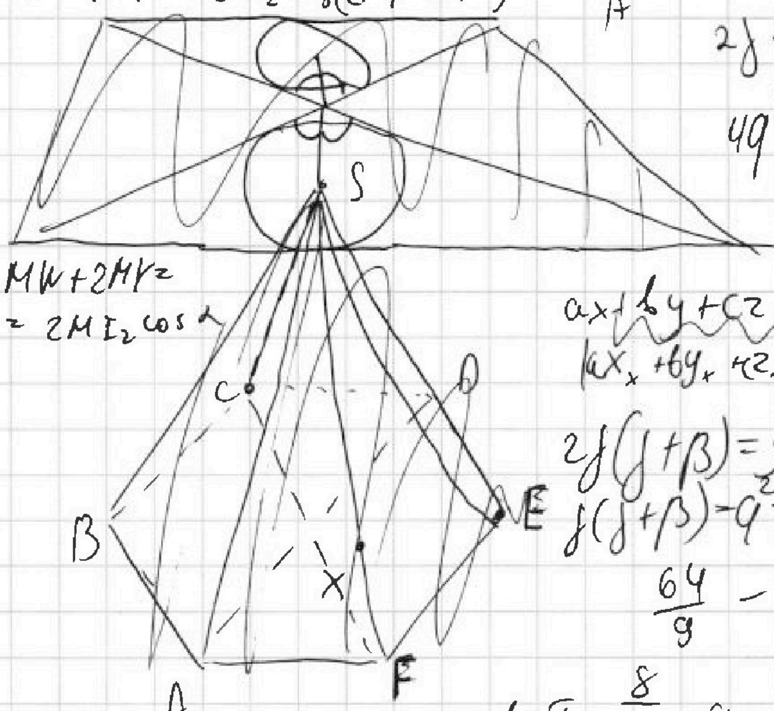
$MI_2 = \frac{16}{3}$



$4MY^2 + MI_2^2 - 2 \cdot MI_2 \cos \cdot 2MY = R^2$

$MW^2 + MI_2^2 - 2MI_2 \cos \cdot 2MY = R^2$

$MW^2 - 4MY^2 + 2MI_2 \cos(2MY - MW)$



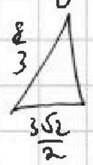
$MW + 2MY =$

$= 2MI_2 \cos \alpha$

$2\gamma \cdot (\gamma + \beta) = 9$

$4q^2 = 2\gamma(2\gamma + 2\beta) = 4\gamma(\gamma+\beta) = 18$

$q = \frac{3\sqrt{2}}{2}$



$ax + by + cz + d = 0$

$|ax_x + by_x + cz_x + d| = |ax_y + by_y + cz_y + d|$

$2\gamma(\gamma+\beta) = 9$

$\gamma(\gamma+\beta) = q^2 = 4{,}5 = \frac{9}{2} \to q = \frac{3}{\sqrt{2}}$

$\frac{\sqrt{94}}{6}$

$\frac{64}{9} - \frac{18}{4} = \frac{256}{36} - \frac{162}{36} = \frac{94}{36} = \frac{47}{1}$

$MI = \frac{8}{3}, \ q = \frac{3}{\sqrt{2}}$

$\frac{64}{9} - \frac{9}{2}$

$\frac{128}{18} - \frac{81}{18} = \frac{47}{18} =$

$= \frac{94}{36} = \boxed{\frac{\sqrt{94}}{6}}$

$\frac{MI_2}{MK} = \frac{MP}{MA} = \frac{MP}{}$

q и 2q через подобие прямоугольн.

$2\beta + 2\alpha$ и $\beta + \alpha$ через MWI_2 и $\triangle MI_1Y$

$MW^2 + 4MI_1^2 - 2MW \cdot 2MI \cdot \cos\alpha = 4IX^2$

$4MY^2 + 4MI_1^2 - 2 \cdot 2MY \cdot 2MI_1 \cdot \cos\alpha = 4Ix^2$

$MW^2 - 4MY^2 + 4MI\cos\alpha\,(2MY - MW) = 0$

$(MW - 2MY)(MW + 2MY) - 4MI\cos\alpha\,(MW - 2MY)$