



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 1.

Будем пользоваться тем, что если $a_1 : b_1$, а $a_2 : b_2$, то $a_1 a_2 : b_1 b_2$
Тогда $ac^2 : 2^{20} \cdot 3^{34} \cdot 5^{24} (ac \cdot bc)$

$$\text{Но } ac^2 : ac : 5^{28} \Rightarrow ac^2 : 5^{28}$$

$$\text{Значит } ac^2 : 2^{20} \cdot 3^{34} \cdot 5^{28}$$

$$\frac{2^{40}}{ac^2} = ac^2 : ac : 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{56}$$

т.к. $a^2 b^2 c^2$ - квадрат натурального, то формулы 1-й степени
входят в число простых в четной. Тогда т.к. тройка
простая, то она тоже входит в четной, а т.к. $a^2 b^2 c^2 : 3^{59}$,
то $a^2 b^2 c^2 : 3^{60}$

Итого:

$$a^2 b^2 c^2 : 3^6 \cdot 2^{36} \cdot 3^{60} \cdot 5^{56} \Rightarrow a^2 b^2 c^2 \geq 2^{36} \cdot 3^{80} \cdot 5^{56} \Rightarrow abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

Пример:

$$a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{14}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^5$$

$$c = 2^2 \cdot 3^{16} \cdot 5^{14}$$

$$\text{Тогда } abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}, \text{ а } ab = 2^6 \cdot 3^{14} \cdot 5^{14} : 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{14} : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}, \text{ а } ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} : 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

$$\text{Ответ: } 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

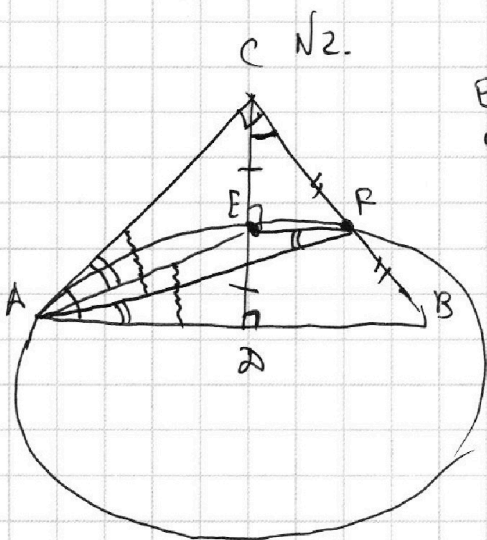
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} EF \parallel AB \\ CD \perp AB \end{cases} \Rightarrow CD \perp EF \Rightarrow \angle CEF = 90^\circ$$

$$\frac{AB}{BD} = 1,4 \Rightarrow \frac{AD}{BD} = 0,4$$

$$\angle FCE = \angle BCD = 90^\circ - \angle ACD = \angle CAD$$

$$\triangle CEF \sim \triangle ADC \text{ (2 угла)}$$

$$\frac{CF}{CE} = \frac{AC}{AD}$$

Из касания:

$$\angle CAE = \angle AFE. EF \parallel AB \Rightarrow \angle EFD = \angle FAB$$

Угол:

$$\left. \begin{aligned} \angle CAE = \angle FAB \Rightarrow \angle CAF = \angle BAB = \angle EAD \\ \angle AAE = 90^\circ = \angle ACF \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle CAF \sim \triangle DAE \Rightarrow \text{(2 угла)}$$

$$\Rightarrow \frac{CF}{AC} = \frac{DE}{AD} \Rightarrow \frac{CF}{DE} = \frac{AC}{AD} = \frac{CF}{CE} \Rightarrow CE = DE$$

Т.к. $EF \parallel AB$, то $CF = FB$

$$S_{CEF} = S_{CDB} \cdot \frac{CE}{CB} \cdot \frac{CF}{CB} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{S_{CDB}}{S_{ACD}} = \frac{BD}{AD} = 2,5$$

$$S_{CEF} = \frac{S_{CDB}}{4} = \frac{2,5 S_{ACD}}{4} = \frac{5}{8} S_{ACD}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{8}{5}$$

Ответ: $\frac{8}{5}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№3 (стр. 1)

$$10 \arccos(\sin x) \geq 9\pi - 2x$$

$$10 \arccos\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = 9\pi - 2x$$

$$0 \leq \arccos\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) \leq \pi$$

$$0 \leq 9\pi - 2x \leq 10\pi$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} \geq -x \geq -\frac{5\pi}{2}$$

$$\pi \geq \frac{\pi}{2} - x \geq -4\pi$$

I случай:

$$\frac{\pi}{2} - x \in [0; \pi]$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 9\pi - 2x$$

$$-8x = 4\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} - x = \pi \in [0; \pi] \checkmark$$

II случай: $\frac{\pi}{2} - x \in [-\pi; 0]$

$$0 \geq \frac{\pi}{2} - x \geq -\pi \quad 0 \leq x - \frac{\pi}{2} \leq \pi$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$10\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 9\pi - 2x$$

$$12x = 14\pi$$

$$x = \frac{7\pi}{6}$$

$$x = \frac{7\pi}{6}$$

$$\frac{\pi}{2} - x = -\frac{2\pi}{3} \in [-\pi; 0] \checkmark$$

III случай: $\frac{\pi}{2} - x \in [-2\pi; -\pi]$

$$\frac{5\pi}{2} - x \in [0; \pi]$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)$$

$$25\pi - 10x = 9\pi - 2x$$

$$8x = 16\pi$$

$$x = 2\pi$$

$$\frac{\pi}{2} - x = -\frac{3\pi}{2} \in [-2\pi; -\pi] \checkmark$$

IV случай: $\frac{\pi}{2} - x \in [-3\pi; -2\pi]$

$$x - \frac{\pi}{2} \in [2\pi; 3\pi]$$

$$x - \frac{5\pi}{2} \in [0; \pi]$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(x - \frac{5\pi}{2}\right)$$

$$10x - 25\pi = 9\pi - 2x$$

$$12x = 34\pi$$

$$x = \frac{17\pi}{6}$$

$$\frac{\pi}{2} - x = -\frac{7\pi}{3} \in [-3\pi; -2\pi] \checkmark$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

\forall случаяй: $\frac{\pi}{2} - x \in [-4\pi; -3\pi]$ ^{№3 (стр. 2)}
 $\frac{9\pi}{2} - x \in [0; \pi]$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{9\pi}{2} - x\right)$$

$$45\pi - 10x = 9\pi - 2x$$

$$8x = 36\pi$$

$$x = \frac{9\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} - x = -4\pi \in [-4\pi; -3\pi] \quad \checkmark$$

Ответы: $-\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; 2\pi; \frac{17\pi}{6}; \frac{3\pi}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

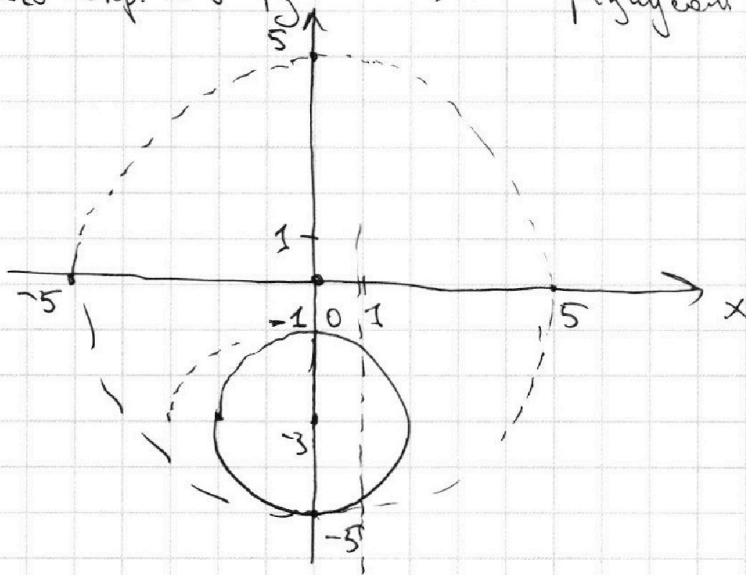
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4 (стр. 1)

$$(x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 8y + 7) = 0$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y+3)^2 = 4 \end{cases}$$

Посмотрим на это на плоскости Oxy .
 $x^2 + y^2 = 25$ - окр. ω_1 с центром в $(0; 0)$ и радиусом 5



$x^2 + (y+3)^2 = 4$ - окр. ω_2 с центром в $(0, -3)$ и радиусом 2.

ω_1 и ω_2 касаются в точке $(0, -5)$, т.к. она лежит на прямой $x=0$, соединяющей их центры. Тогда $5x + 6ay - b$ должно пересекать циркулярно ω_1 и ω_2 по 2. Тогда заметим, что нам достаточно, чтобы прямая

$l: 5x + 6ay - b = 0$ проходила через точку внутри ω_2 , т.е. пересекала её по 2 точкам, т.к. ω_2 лежит внутри ω_1 , а значит l пересечёт и её по 2-ым точкам.

1) $a=0$

$$5x - b = 0$$

выберем $b=5$.

$x=1$. А эта прямая очевидно пересекает ω_2 в 2-ух точках

2) $y = \frac{b}{6a} - \frac{5x}{6a}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4 (стр-2)
Т.к. прямая l проходит внутри ω_2 , то ОУ
она пересекает в точке $(0; y_1)$, где $-5 < y_1 < -1$
Значит $-5 < \frac{b}{ba} < -1$

Если $a < 0$, то выберем $-ba < b < -30a$ т.к. $a < 0$ то $-ba < -30a$, т.е. такое b существует

Если $a > 0$ выберем $-30a < b < -ba$, т.к. $a > 0$, то $-30a < -ba$, т.е. такое b существует.

Значит b существует для любого a .
 $a \in (-\infty; +\infty)$
Ответ: $(-\infty; +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_{11} x = \log_{11}^3 \frac{1}{121} - 5$$

$$\log_{11}^3 \frac{1}{121} = -\frac{2}{3} \log_{11}^3 11 = -\frac{2}{3} \frac{\log_{11} 11}{\log_{11} x^3} = -\frac{2}{3} \log_{11} 11$$

$$\log_{11}^4 x = \frac{1}{\log_{11}^4 x}$$

$$\frac{1}{\log_{11}^4 x} = \frac{16}{3} \log_{11} x - 5$$

$$1 = \frac{16}{3} \log_{11}^5 11 - 5 \log_{11}^4 11$$

$$\log_{11} 11 = t$$

~~$$7t^5 - 30t^4 + 16t^5 - 15t^4 = 3$$~~

~~$$35t^5 - 30t^4 - 6t^4 = 3$$~~

~~$$k = \frac{1}{t} = \log_{11} x$$~~

~~$$k = \frac{16}{k^5} - \frac{15}{k^4} = 3$$~~

~~$$3k^5 + 15k + 16 = 0$$~~

~~$$6k^5 + 30k + 35 = 0 \quad (*)$$~~

$$\log_{11}^4 (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,5y}^3 (11) - 5$$

$$0,5y = z$$

$$\log_{11}^4 z + \log_{11} z = -\frac{13}{3} \log_{11} z - 5$$

$$\log_{11}^4 z + \frac{16}{3} \log_{11} z + 5 = 0$$

$$\log_{11}^4 z + \frac{16}{3} \log_{11} z + 5 = 0$$

$$\log_{11}^5 z + 5 \log_{11} z + \frac{16}{3} \log_{11} z = 0$$

$$\log_{11} z = l$$

$$3l^5 + 15l + 16 = 0 \quad (**)$$

~~$$6(k^5 + l^5) + 30(k+l) = 3(k^5 + l^5) + 15(k+l) = 0$$~~

Посмотрим на (*).

$$f(k) = 3k^5 + 15k - 16 = 0$$

$$f'(k) = 15k^4 + 15 > 0$$

Значит у f(k) один корень (он есть, т.к. степень нечетная).

Аналогично для (**). Т.е. у нас одно значение k и l.

Т.е. одно значение k+l. Заметим, что т.к. $k^5 + l^5 = (k+l)(k^4 - kl^3 + k^2l^2 - kl^4 + l^4)$

то при k+l=0 наше выражение 1 записывается.

Заметим, что если k+l=a, то $\log_{11} x + \log_{11} z = a$

$$\log_{11} xz = a$$

$$xz = 11^a$$

но k+l=0 подходит, а из доказанного - одно единственное, т.е. a=0. Значит xy=2

Ответ: 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

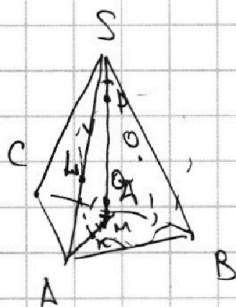
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№7 (стр. 1)

a)



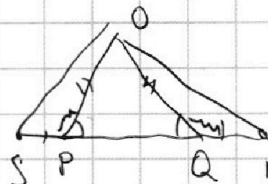
Пусть O — центр сферы.

Тогда

т.к. $OP = OQ \Rightarrow \angle OPQ = \angle OQP \Rightarrow \angle OPS = \angle OQM$

$\triangle OPS \cong \triangle OQM$ (по

2 сторонам и углу)

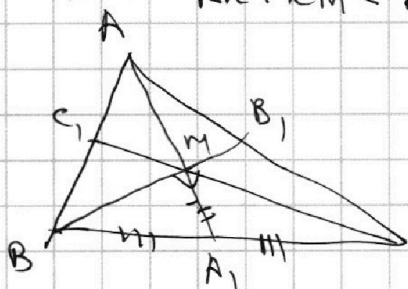


$OS = OM$

Значит касательные из S и M равны.

Т.е. $SL = MK$ а $AL = AK$, т.к. AL и AK касательные к одной сфере.

Значит $AM = AK + KM = AL + LS = AS = 20$



$$MA_1 = \frac{1}{2} AM = 10$$

$$BA_1 = AC = 10 = MA_1 \Rightarrow$$

$$\angle BMC = 90^\circ$$

Следует, что $S_{BMC} = \frac{1}{3} S_{ABC} = 60$

$$BM \cdot MC = 2S_{BMC} = 120$$

($\triangle BMC$ — прямоугольный)

$$BB_1 \cdot CC_1 = \frac{3}{2} BM \cdot \frac{3}{2} CM = \frac{9}{4} \cdot 120 = 270$$

$$AA_1 = \frac{3}{2} \cdot AM = 30$$

$$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 30 \cdot 270 = 8100$$

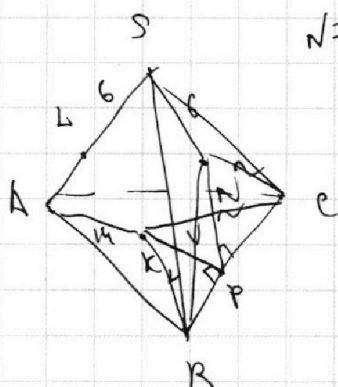
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{7}$ (стр. 2)

$LS = SN = 6$ (т.к. отрезки касательных)

$AL = AS - LS = 14$

$AK = AL = 14$ (отрезки касательных)

$BK = BN$ (кас.)

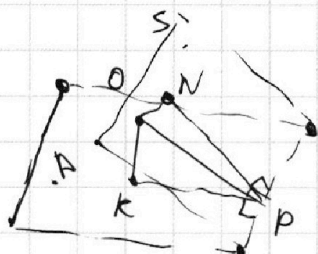
$CK = CN$ (кас.)

BC - общая

$\Rightarrow \triangle BKC \cong \triangle BNC$

Восставим высоты из K и N на BC , они падают в одну точку

\square и $NP = KP$.



т.к. $ON = OK = r$ (радиусы и N и K точки касания сферы)

то O лежит в биссектрисах плоскости плоскостей (BSC) и (SAB)

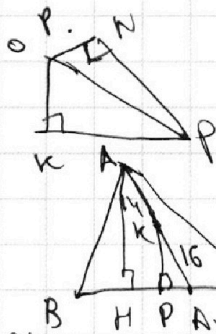
По ТПА: т.к. ON - перпендикуляр к (BSC) а NP - перпендикуляр к BC , то OP перпендикуляр к BC
Пусть двугранный угол при ребре BC - 2α .

Тогда $\angle NPK = 2\alpha$ ($NP \perp BC$, $PK \perp BC$)
по определению

$\triangle ONP \cong \triangle OKP$ ($ON = OK$, $NP = KP$, $\angle ONP = \angle OKP = 90^\circ$) $\Rightarrow \angle NPO = \angle KPO$.

Но ON лежит в плоскости перпендикулярно BC , проекцией NP на ON

$\angle NPK = 2\angle NPO = 2 \arctg \left(\frac{ON}{NP} \right) = 2 \arctg \left(\frac{OK}{KP} \right)$



$\frac{AH \cdot BC}{2} = 180 \Rightarrow AH = 18$

$AA_1 = 30, AK = 14 \Rightarrow KA_1 = 16$

$KP = AH \cdot \frac{KA_1}{AA_1} = 18 \cdot \frac{16}{30} = \frac{48}{5}$

$2\alpha = \angle NPK = 2 \arctg \left(\frac{OK}{KP} \right) = 2 \arctg \left(\frac{8AA_1}{KA_1 \cdot AA_1} \right) = 2 \arctg \left(\frac{8}{16} \right) = 2 \arctg \left(\frac{2}{4} \right) = 2 \arctg \left(\frac{1}{2} \right)$

Ответ: а) 8100 ; б) $2 \arctg \left(\frac{1}{2} \right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1.

Пусть α_p - степень включения p в a , β_p - степень включения p в b , γ_p - степень включения p в c .

Тогда $a^2 b^2 c^2$, $2^{36} 3^{59} 5^{52}$ как известно если $a_1; b_1, a_2; b_2$, то $a_1 a_2; b_1 b_2$. Тогда перемножим наши 3 условия и получим.

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{36} 3^{59} 5^{52}$$

Т.к. $a^2 b^2 c^2$ - квадрат натурального числа, то все простые множители входят в него в степени четной. Значит тройка тоже входит в четной, т.е. если $a^2 b^2 c^2 : 3^{59}$, то $a^2 b^2 c^2 : 3^{60}$

итого:

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{36} 3^{60} 5^{52} \Rightarrow a^2 b^2 c^2 \geq 2^{36} 3^{60} 5^{52} \Rightarrow abc \geq 2^{18} 3^{30} 5^{26}$$

Пример:

$$a = 2^4 3^9 5$$

$$b = 2^{12} 3^5 5$$

$$c = 2^2 3^{16} 5$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_n^4 x - 6 \log_x 11 = \log_9 x^3 \frac{1}{12} - 5$$

$$\log_n x \cdot \log_x 11 = 1$$

~~substitution~~

$$7p^4 - p^3 + p^2 - p + 1$$

$$\frac{35}{6}t^5 - 5t^4 = 1$$

$$-\frac{1}{2} \log_{x^3} 11$$

$$7t^5 - 6t^4 = 1$$

$$\frac{\log_x 11}{\log_x x^3}$$

$$f(x-k) = 36 - f(k)$$

$$f(1-k) = 36 - f(k)$$

$$f(x-k) = x - f(k)$$

$$6k^5 + 30k = k$$

$$f(x) = x$$

$$f(x-k) = x - f(k)$$

$$6x^5 + 30x = x$$

$$f(0) = 0$$

$$6x^5 + 30x = x$$

$$-6 \log_x 11 = -\frac{1}{6} \log_x 11 - 5$$

$$\log_n^4 x = \frac{35}{6} \log_x 11 - 5$$

$$\frac{35}{6}$$

$$\frac{1}{\log_x^4 11} = \log_x \left(11 \frac{35}{6} \right)$$

$$\frac{1}{\log_x^4 11} = \frac{35}{6} \log_x 11^5 - 5 \log_x 11^4$$

$$20^4 (k+e)^4 + 30 = 0$$

$$(k+e)^4 = -1$$

$$\sqrt[4]{(69+30)} = \sqrt[4]{99} = 1$$

$$\sqrt[4]{(69+30)} = \sqrt[4]{99} = 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

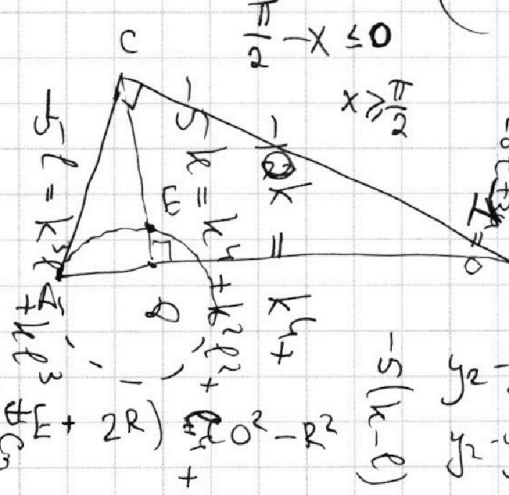
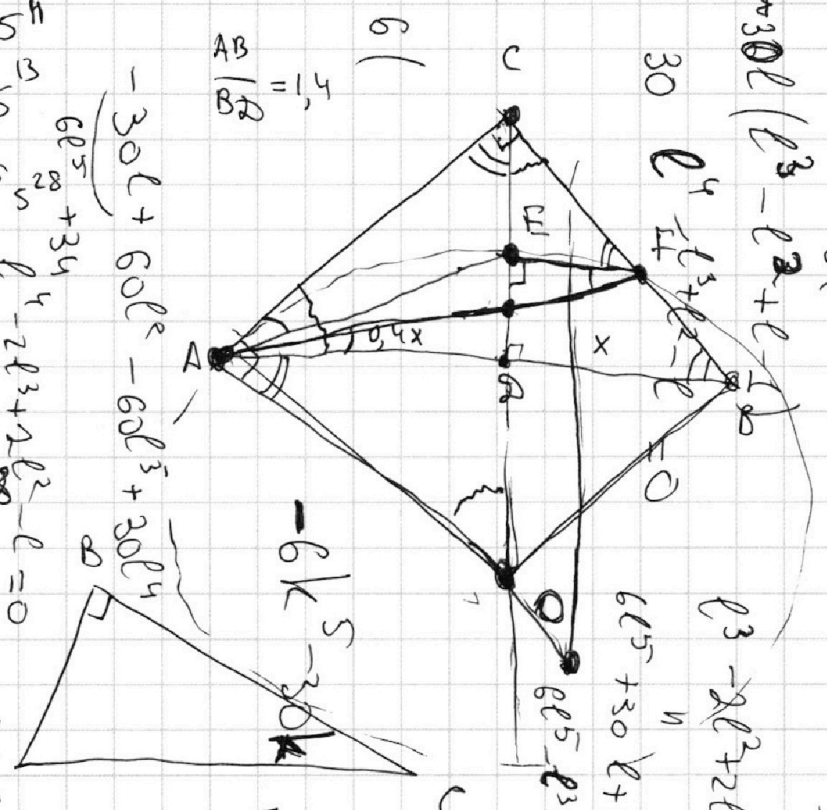


$ab : 2^6 3^{13} 5^4$
 $bc : 2^{14} 3^{21} 5^3$
 $ac : 2^{16} 3^{25} 5^{28}$

$6e^5 + 30e^4 - 60e^3 + 30e^2 = 0$
 $e^2 + 3e - 6e + 3 = 0$
 $e^2 - 3e + 3 = 0$

$d_2 + \beta_2 \geq 6$
 $\beta_2 + \delta_2 \geq 14$
 $d_2 + \delta_2 \geq 16$
 $d_2 + \beta_2 + \delta_2 \geq 18$

$X \rightarrow \frac{15\pi}{6} = 3\pi + \frac{\pi}{6}$
 $X - \frac{\pi}{2} = 3\pi - 2x$
 $3x = \frac{13\pi}{2}$



$CA^2 = AD \cdot AB$
 $CF = \frac{\pi}{2}$
 \cos
 $\frac{\pi}{2} \leq X \leq \frac{9\pi}{2}$
 $\frac{\pi}{2} \geq -x \geq -\frac{9\pi}{2}$
 $\pi \geq \frac{\pi}{2} - x \geq -4\pi$

$10 \arccos(\sin x)$
 $\frac{\pi}{2} - x \in [0; \pi] \Rightarrow \arccos(\frac{\pi}{2} - x)$
 $\frac{\pi}{2} - x \in [-\pi; 0] \Rightarrow \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x))$
 $\frac{\pi}{2} - x \in [-\pi; 0] \Rightarrow 0 \leq 9\pi - 2x \leq 10\pi$

$6(1 - 5e + 10e^2 - 10e^3 + 5e^4e^5) + 30 - 30e - 35 = 0$
 $6e^5 - 30e^4 + 60e^3 - 30e^2 + 30 = 0$
 $e^5 - 5e^4 + 10e^3 - 5e^2 + 5 = 0$
 $e^2 - 3e + 3 = 0$
 $e = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 12}}{2} = \frac{3 \pm i\sqrt{3}}{2}$
 $x = \frac{\pi}{2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

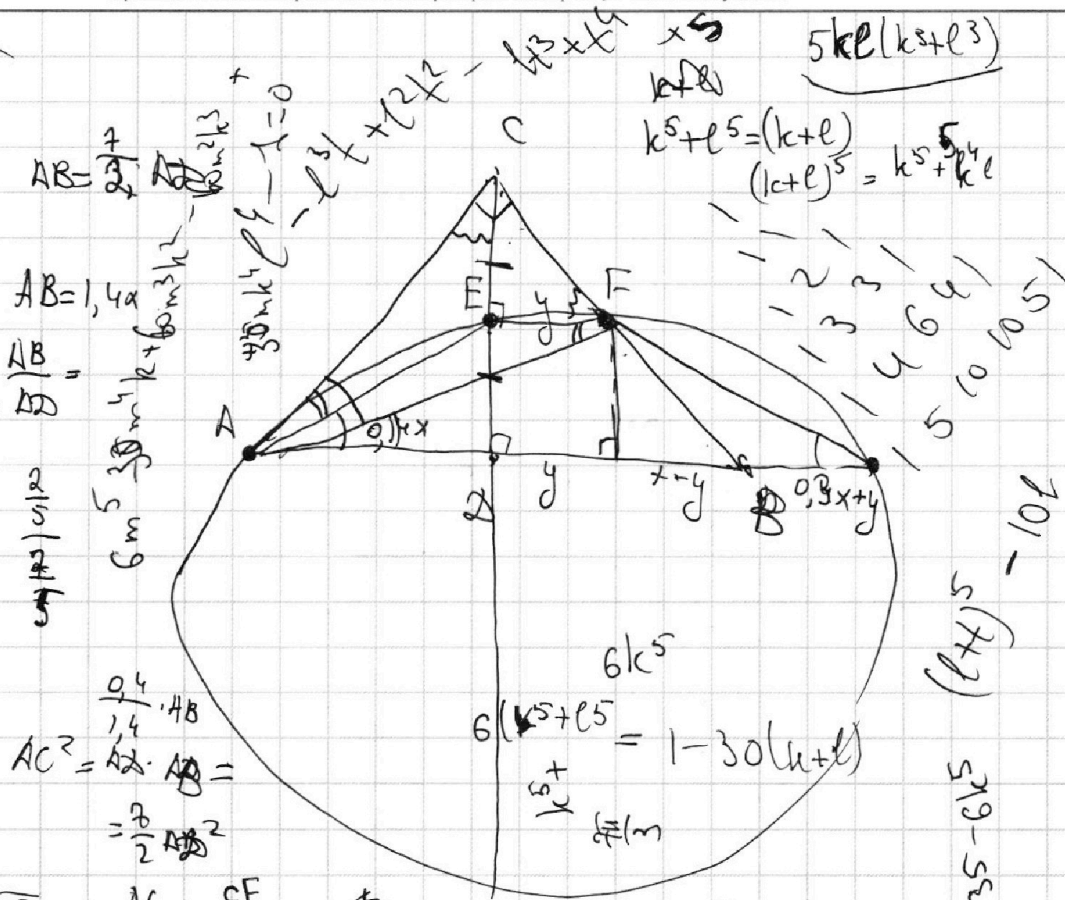
- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$6(m^5 - 5mk + 10m^3k^2 - 10m^2k^3 + 5mk^4 + k^5)$$

$$6(m-k)^5 = 6m^5 - 5mk^4 + 10m^3k^2 - 10m^2k^3 + 5mk^4 + k^5$$



$$6(k-t)$$

$$AC^2 = 2 \cdot AB \cdot AD = \frac{7}{2} AB^2$$

$$k = \sqrt{\frac{7}{2}} = \frac{AC}{AD} = \frac{CF}{FE}$$

$$\frac{5}{m}$$

$$5x + 6ay - b = 0$$

$$k^5 + l^5 = (k+l)(l^4 - kl^3 + k^2l^2 - k^3l + k^4)$$

$$\frac{CF}{FE}$$

$$5x + 6ay - b = 0 \quad (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 8y + 12)$$

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$x^2 + (y+9)^2 = 4$$

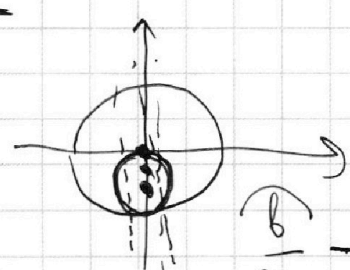
$$k+l = \frac{1}{3}$$

$$1 - 10 = -9$$

$$k^5 + l^5 = -\frac{1}{15}$$

$$\frac{5\pi}{6}$$

$$5x = b$$



$$\frac{b}{ba} = \frac{5x}{ba}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{a(a^2-x)}{a^2+x^2}$
 $(15; 30)$
 $a^3 - ax^2$
 (-6)
 $a^2 - h^2 = 4a^2x^2$
 $= a^2 - \frac{4a^2x^2}{a^4 + 2a^2x^2 + x^4}$
 $a^6 - 2a^4x^2$

$\frac{a(a^2-x^2)}{a^2+x^2}$
 $(2; 80)$
 $S_{ABC} = 180$
 $(AM = 20)$
 $6k^5 + 30k$
 $6(k^5 + 5k)$
 $6k^4 + 30k^3$
 $6(k^4 + 5k^3)$
 $6k^5 + 30k^4$

$a^6 - 2a^4x^2$
 $\frac{a^2}{a^2+x^2}$
 $\frac{2ax}{\sqrt{a^2+x^2}}$
 $4a^2x^2$
 $x^2 + a^2$
 $a^2 = \sqrt{a^2+x^2}$

$x_3 - y$
 $180 = \frac{a}{3}(x_3 - x_1)$
 $\frac{270 - 30}{3} = 48$
 $(1; -6)$
 $6k^5 + 30k - 35 = -68$
 $6k^5 + 30k = -32$
 $6k^5 + 30k + 32 = 0$
 $6k^5 + 30k$
 $6(k^5 + 5k)$
 $6(k^5 + 5k)$

$\frac{2a^2x}{a^2+x^2} = h$
 $x = a$
 $2ax^2 + a^2 - 2ax + x^2 = a \cdot h$
 $\sqrt{a^2+x^2} \cdot x^2 = 2ax$

tgd
 $-x_2y - x_1y_1 + x_2y_1 =$
 $= x_1y - x_1y_2 - x_1y + x_1y_2$
 $y(x_2 + x_1) + x(y_2 - y_1) + x_2y_1 - x_1y_2$
 $6k^5 + 30k$
 $6(k^5 + 5k)$
 $a^5 + 2^4 \cdot 30k + \dots$