МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой BC в точке B, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке F, а катет AC – в точке E. Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \dfrac{\pi}{2}$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2}\left(3^{11}\right) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-14;42)$, $Q(6;42)$ и $R(20;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.

   а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

   б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача № 1

~~$ab = pq\cdot 2^{9}\cdot 3^{10}\cdot 5^{10}$, $bc = qm\cdot 2^{14}\cdot 3^{13}\cdot 5^{13}$, $ac = mp\cdot 2^{19}\cdot 3^{18}\cdot 5^{30}$~~

~~$ab\cdot bc\cdot ac = (pqm)^2\cdot 2^{42}\cdot 3^{41}\cdot 5^{53}$~~

~~$(abc)^2 = (pqm)^2\cdot 2^{42}\cdot 3^{41}\cdot 5^{53}$~~

~~Поскольку $\{a, b, c, p, q, m\}\subset\mathbb{N}$, должен извлекаться $3^{41}\cdot 5^{53}\cdot (qpm)^2 = G^2$~~

~~Тогда $G^2 \vdots 3^k\cdot 5^l$, $k \vdots 2$, $l \vdots 2$. И тогда $k = 4k + 8qpm$~~

~~Пусть a_2 – степень двойки, на~~

Пусть a_2 – степень двойки, на которую делится a. Аналогичные обозначения для других степеней.

$abc \vdots 2^{19}$ ~~$(ac \vdots 2^{19})$~~

$abc \vdots 5^{30}$

$abc \vdots 3^{18}$

$$\begin{cases} a_2 + c_2 \geq 19 \\ a_2 + b_2 \geq 9 \\ c_2 + b_2 \geq 14 \end{cases}$$

$a_2 + b_2 + c_2 \geq 21$

р-во при $a_2 = 7$, $b_2 = 2$, $c_2 = 12$

$$(*)\begin{cases} a_3 + c_3 \geq 18 \\ a_3 + b_3 \geq 10 \\ b_3 + c_3 \geq 13 \end{cases}$$

$a_3 + b_3 + c_3 \geq \frac{41}{2}$, $a_3 + b_3 + c_3 \geq 21$ (т.к. $\{a, b, c\}\subset\mathbb{N}$)

$\begin{cases} a_3 + b_3 + c_3 = 21 \\ (*) \end{cases}$ при $a_3 = 8$, $b_3 = 3$, $c_3 = 10$

$$(*_1)\begin{cases} a_5 + c_5 \geq 30 \\ a_5 + b_5 \geq 10 \\ c_5 + b_5 \geq 13 \end{cases}$$

$a_5 + b_5 + c_5 \geq \frac{53}{2}$, $a_5 + b_5 + c_5 \geq 28$ ($\{a, b, c\}\subset\mathbb{N}$).

~~$\begin{cases} a_5 + b_5 + c_5 = 28 \\ (*_1) \end{cases}$ при $a_5 =$, $b_5 =$, $c_5 =$~~

$a_5 + b_5 + c_5 \geq 30$ $(a_5 + c_5 \geq 30)$

$\begin{cases} a_5 + b_5 + c_5 = 30 \\ (*_1) \end{cases}$ при $\begin{cases} a_5 = 10 \\ c_5 = 20 \\ b_5 = 0 \end{cases}$

$abc = 2^{21}\cdot 3^{28}\cdot 5^{30}$, $a = 2^{7}\cdot 3^{8}\cdot 5^{10}$, $b = 2^{2}\cdot 3^{3}$, $c = 2^{12}\cdot 3^{10}\cdot 5^{20}$

Ответ: $2^{21}\cdot 3^{28}\cdot 5^{30}$

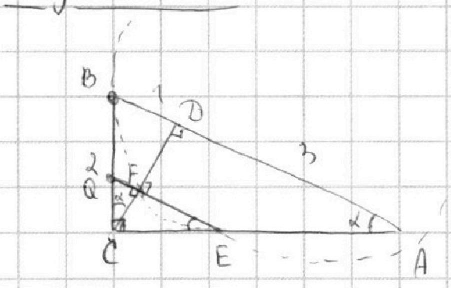
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2



1) $\angle BCD = \alpha \Rightarrow \angle CAD = \alpha$, $\triangle BCD \sim \triangle CAD$ по 2 углам ($\angle FEC = \alpha$ ($FE \parallel AB$))

$\frac{BD}{CD} = \frac{CD}{AD}$, $CD^2 = AD \cdot BD = 1 \cdot 3 = 3$, $CD = \sqrt{3}$

$BC = 2$,

2) $EF \cap BC = (\cdot)\ Q$. Пусть $FQ = x$.

Тогда $\frac{QF}{FE} = \frac{BD}{DA}$ (т. Фалеса), $FE = 3x$

$\triangle QCF \sim \triangle BCD$ (по 2 углам) $\Rightarrow \frac{QC}{CD} = \frac{QF}{BD}$,

$\frac{QC}{2} = \frac{x}{1}$, $QC = 2x$, $BQ = 2 - 2x$. Также, $\frac{CF}{CD} = \frac{QF}{BD}$, $CF = \frac{x \cdot \sqrt{3}}{1}$

степень точки Q: $QB^2 = QF \cdot QE$, $(2-2x)^2 = x \cdot 4x$, $4 + 4x^2 - 8x = 4x^2$, $8x = 4$, $x = \frac{1}{2}$.

~~3) $\triangle CQE \sim \triangle CBA$ (по 2 углам) $\Rightarrow \left(\frac{QE}{AB}\right)^2 = \frac{S_{CQE}}{S_{ABC}}$, S_{CQE} – площадь $\triangle CQE$, S_{ABC} – площадь $\triangle ABC$. $\frac{S_{ABC}}{S_{CQE}} = \left(\frac{4}{1/2}\right)^2 = 16 \cdot 4 = 64$.~~

3) S_{CEF} – площадь $\triangle CEF$, $S_{CEF} = CF \cdot FE \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$

S_{ABC} – площадь $\triangle ABC$, $S_{ABC} = BC \cdot AC \cdot \frac{1}{2} = 2 \cdot \sqrt{16-4} \cdot \frac{1}{2} = 3\sqrt{3}$

$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = 8$

Ответ: 8

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача №3 $5\arcsin(\cos x)=x+\frac{\pi}{2}$, Пусть $\arcsin(\cos x)=\alpha$, $\alpha\in[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}]$.

$(5\alpha)\in[-\frac{5\pi}{2};\frac{5\pi}{2}]$, $(x+\frac{\pi}{2})\in[-\frac{5\pi}{2};\frac{5\pi}{2}]$, $x\in[-3\pi;2\pi]$. , $\sin\alpha=\cos x$

$|\cos\alpha|=\sqrt{1-\cos^2 x}$

$\sin 5\alpha=\sin(x+\frac{\pi}{2})$, $\sin 5\alpha=\cos x$

$\sin 2\alpha\cos 3\alpha+\sin 3\alpha\cos 2\alpha=\cos x$

$8\sin\alpha\cos^4\alpha-6\sin\alpha\cos^2\alpha+6\sin\alpha\cos^2\alpha-8\sin^3\alpha\cos^2\alpha+4\sin^3\alpha-3\sin\alpha=\cos x$

Пусть $\cos x=t$

$8t(1-t^2)^2-\cancel{6t(1-t^2)}+\cancel{6t(1-t^2)}-8t^3(1-t^2)+4t^3-3t=t$

$t(8(1-t^2)^2-8t^2+8t^4+4t^2-4)=0$

$\left[\begin{array}{l} t=0 \\ 8+8t^4-16t^2-8t^2+8t^4+4t^2-4=0\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \cos x=0 \\ 16t^4-20t^2+4=0,\ 8t^4-10t^2+2=0\end{array}\right.$, $(t^2-1)(8t^2-2)=0$, $(t-1)(t+1)(2t-1)(2t+1)=0$

(1) $\cos x=0$, $5\alpha=0$
(2) $\cos x=-1$, $5\alpha=-\frac{5\pi}{2}$
(3) $\cos x=1$, $5\alpha=\frac{5\pi}{2}$
(4) $\cos x=\frac{1}{2}$, $5\alpha=\frac{5\pi}{6}$
(5) $\cos x=-\frac{1}{2}$, $5\alpha=-\frac{5\pi}{6}$

(1): $x+\frac{\pi}{2}=0$, $x=-\frac{\pi}{2}$ $\cos x=0$ ✓
(2): $x+\frac{\pi}{2}=-\frac{5\pi}{2}$, $x=-3\pi$, $\cos(-3\pi)=-1$ ✓
(3): $x+\frac{\pi}{2}=\frac{5\pi}{2}$, $x=2\pi$, $\cos(2\pi)=1$ ✓
(4): $x+\frac{\pi}{2}=\frac{5\pi}{6}$, $x=\frac{2\pi}{6}$, $\cos(\frac{2\pi}{6})=\frac{1}{2}$ ✓
(5): $x+\frac{\pi}{2}=-\frac{5\pi}{6}$, $x=-\frac{8\pi}{6}$, $\cos(-\frac{4\pi}{3})=-\frac{1}{2}$ ✓

Ответ: $\{-\frac{\pi}{2};-3\pi;2\pi;\frac{\pi}{3};-\frac{4\pi}{6}\}$.

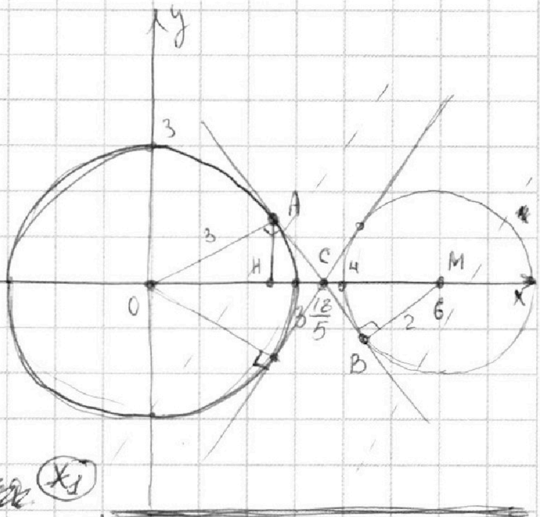
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4

$$\begin{cases} 2y = 3b - ax, \quad y = -\frac{a}{2}x + \frac{3}{2}b \\ \left[\begin{array}{l} x^2+y^2=9 \\ (x-6)^2+y^2=4 \end{array}\right. \end{cases} \qquad \left(-\frac{a}{2}\right)$$



Изменяя a от $-\infty$ до $+\infty$ отслеживаем возможность пересечений прямой $y=-\frac{a}{2}x+\frac{3}{2}b$ с окружностями в 4 точках. Пусть $\left(-\frac{a}{2}\right)=t$.

~~При $t \in ($ 4 решения будут отсутствовать в том случае, когда~~

~~Возьмём, например, $\frac{3}{2}b = \frac{18}{5}$~~

Тогда при $t \in \left(-\frac{5}{\sqrt{11}}; \frac{5}{\sqrt{11}}\right)$ ~~$b = \frac{36}{15}$~~ (*1)

$\left(-\frac{5}{\sqrt{11}}; \frac{5}{\sqrt{11}}\right)$ (*)

При $t = \pm\frac{5}{\sqrt{11}}$ будет не более 2 решений, так как тогда прямая будет касательной к обеим окружностям. И любой сдвиг b даст ~~отсутствие пересечений одной из окружностей~~ пересечение не более, чем в 2 точках.

(*) Найдём общие касательные к окружностям.

$OC = \frac{18}{5}$, $CM = \frac{12}{5}$, $AC = \sqrt{OC^2 - 3^2} = \frac{3\sqrt{11}}{5}$, $AH = \frac{OA \cdot AC}{OC} = \frac{\sqrt{11}}{2}$

$HC = \frac{11}{10}$

$k_{касательной} = \pm\frac{AH}{CH} = \pm\frac{5}{\sqrt{11}}$

При $t \in \left(-\infty; -\frac{5}{\sqrt{11}}\right) \cup \left(\frac{5}{\sqrt{11}}; \infty\right)$ — прямая будет касаться/пересекать не более, чем с 1 окружностью. $\Rightarrow$ решений не более 2.

(*1) ~~найдём~~ существует такое b, что $\left(\frac{18}{5}; 0\right)$ — решение $y = tx + \frac{3}{2}b$, а также будет 4 пересечения этой прямой с окружностью, так как $\left(\frac{18}{5}; 0\right)$ — точка пересечения касательных, ~~для которых~~

$-\frac{a}{2} = t \in \left(-\frac{5}{\sqrt{11}}; \frac{5}{\sqrt{11}}\right) \qquad a \in \left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right)$

Ответ: $\left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача №5

1) $\log_3^4 x + 6\log_x 3 = \frac{5}{2}\log_x 3 - 8$

$\log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{5}{2\log_3 x} - 8$

$2\log_3^5 x + 12 = 5 - 16\log_3 x$

$2\log_3^5 x + 16\log_3 x + 7 = 0$

2) $\log_3^4(5y) + 2\log_{5y} 3 = \frac{11}{2}\log_{5y} 3 - 8$

$2\log_3^5(5y) + 4 = 11 - 16\log_3 5y$

$2\log_3^5(5y) + 16\log_3(5y) - 7 = 0$

$f_1(t) = 2t^5 + 16t$

$f_1'(t) = 10t^4 + 16 > 0 \Rightarrow f$ - возрастает на $D_f = \mathbb{R}$

$g(x) = \log_3 x$ - непрерывная монотонно возрастающая $\Big\}$ $f_1(g(x))$ - возрастает.

$\left(f_1(g(x)) = 7\right)$ - имеет не более одного решения (т.к. f_1-монотонно возрастает)

~~Значит, $x = 5y$, $xy = 5y^2$~~

~~Аналогично $f_2(t) = 2t^5 + 16t - 7$~~

~~$f_2'(t) = 10t^4 + 16 > 0 \Rightarrow f_2(g(5y))$ - возрастает, $f_2(g(5y)) = 0$~~

~~имеет не более 1 решения.~~

Также, $f_1(-t) = -f_1(t)$ (*), т.е. если $(f_1(t) = 7)$, то $(f_1(-t) = -7)$

~~Тогда $x = 5y$, $xy = 5y^2$.~~

~~Тогда log~~ Тогда $(f_1(\log_3 x) = -7) \Rightarrow (f_1(-\log_3 x) = 7)$

$\begin{cases} f_1(-\log_3 x) = 7 \\ f_1(\log_3 5y) = 7 \end{cases}$ (×) $f_1(-\log_3 x) = f_1(\log_3(5y))$

(×) $\Leftrightarrow$ $-\log_3 x = \log_3 5y$, поскольку f_1-монотонно возрастающая.

$\log_3 5y + \log_3 x = 0$ $\log_3(5yx) = 0$, $5yx = 1$, $yx = \frac{1}{5}$

(*) $f_1(-t) = 2\cdot(-t)^5 + 16\cdot(-t) = -(2t^5 + 16t) = -f_1(t)$

Ответ: $\frac{1}{5}$

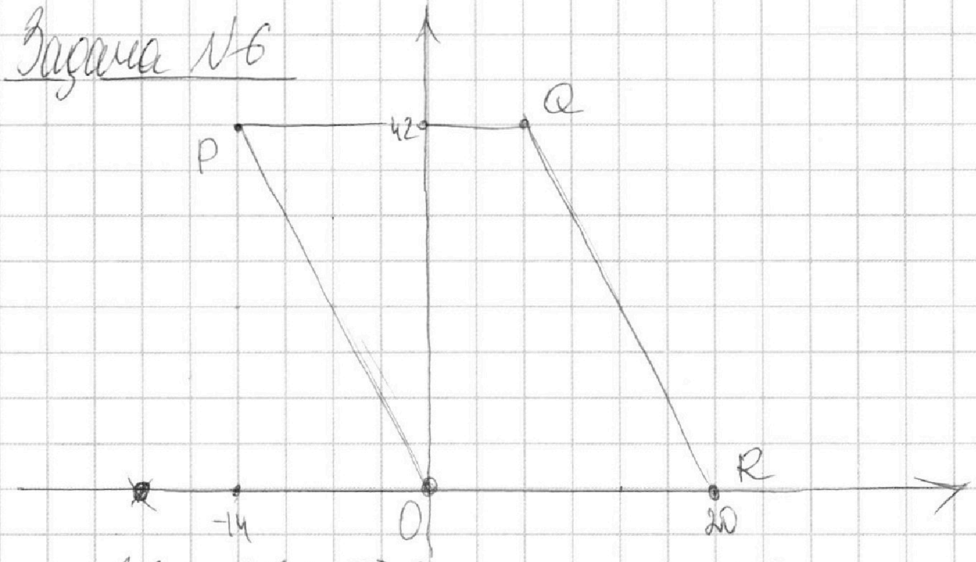
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №6



~~AB~~(~~BA~~($\vec{AB}(x_2-x_1; y_2-y_1)$ $\vec{A'B'}=(\underbrace{3(x_2-x_1)}_{a}; \underbrace{y_2-y_1}_{b})$.

$(3a+b=33) \Rightarrow b \vdots 3$

~~Если~~ a $|b|\in[0;42]$, $|a|\in[0;34]$. Для таких a, b всегда найдутся x_1, x_2, y_1, y_2 такие, что

~~Для любых a и b,~~

$x\in[0;42]$, $y\in[-14;20]$

$3a+b=33$, ~~$3a\in[-102;102]$~~.

$(3a=33-b)\in[-9;75]$.

$a\in[-3;25]$. ← для каждого a есть $b=33-3a$.

Всего в таких a — 29

Ответ: 29

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~ЧЕРНОВИК~~

$-\frac{14}{42}$ $\frac{-42}{14} = \frac{-6}{2} = -3$

в

33-42=

60+16

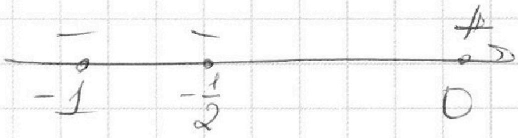
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

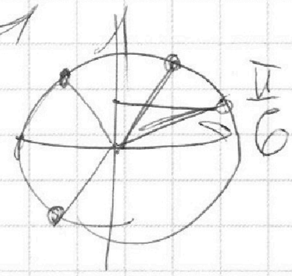
$2a^5+16a+7=0$



$7-\frac{2}{32}-\frac{16}{2}<0$

~~$2a^4 = 16a$~~

$f(a)=-7$



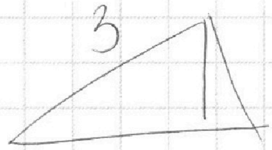
a – решение

$f(b)=7$ $\quad b=-a$

$f(-a)=7$

$\frac{3k}{2k}$ $\quad 5k=6 \quad k=\frac{6}{5} \quad 3k=\frac{18}{5}$

$\frac{9^2\cdot 4^2}{25}-9=9\cdot\left(\frac{9\cdot 4-25}{25}\right)=$



$\left(\frac{\sqrt{11}\cdot 3}{5}\right)^2$

$AH=\frac{3\cdot\sqrt{11}\cdot 3\cdot 5}{5\cdot 18\ 2}=\frac{\sqrt{11}}{2}$

$\frac{18}{5}$

$\frac{\sqrt{11}}{2}\cdot\frac{10}{11}=\frac{5}{\sqrt{11}}$ $\qquad 8a^2-10a+2$

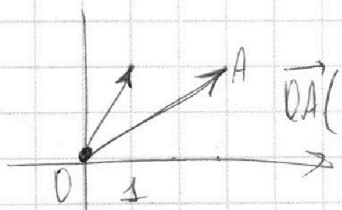
$(a-1)(8a-2)$

$HC=\sqrt{\frac{9\cdot 11}{25}-\frac{11}{4}}=\sqrt{\frac{11(9\cdot 4-25)}{25\cdot 4}}=\frac{11}{10}$

$\sin\alpha=a$
$\cos\alpha=b$

$2ab\left(4b^3-3b\right)+\left(3a-4a^3\right)\left(2b^2-1\right)=$

$8ab^4-\cancel{6ab^2}+\cancel{6ab^2}-8a^3b^2-3a+4a^3$



$\overrightarrow{OA}(3;2)$

$(t-2)(t+2)$

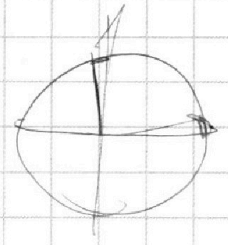
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

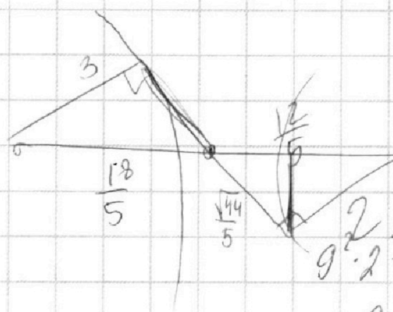
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\sin 5\alpha = \cos x$





$12^2 - 10^2 = 44$

$9^2 \cdot 2^2 - 9 \cdot 25$

$9(9 \cdot 4 - 25) = 9 \cdot 11$

$\sin(\arcsin\frac{1}{2})$

$\cos(\arcsin\frac{1}{2})$

$\cos\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\cancel{3} \cdot 18 \cdot 5}{\cancel{5} \cdot 3\sqrt{11}} = \frac{18}{\sqrt{11}}$

$\sqrt{\frac{9 \cdot 11}{25} - \frac{18^2}{11}} = 3\sqrt{\frac{11}{25} - \frac{9 \cdot 4}{11}} = \cancel{\ldots}$

$\frac{\sqrt{11}}{2 \cdot 11} \cdot 5$

$121 \quad \frac{9 \cdot 11}{25} - \frac{81 \cdot 4}{11}$

$\frac{5}{\sqrt{44}}$

$\frac{9 \cdot 9 \cdot 4}{25} - 9 = 9\left(\frac{9 \cdot 4 - 25}{25}\right) = \frac{3}{5}\sqrt{11}$

$\frac{3 \cdot \frac{3\sqrt{4}}{\cancel{5}} \cdot 5}{18} = \frac{9\sqrt{4}}{9 \cdot 2} = \frac{\sqrt{4}}{2}$

$\sqrt{\frac{9 \cdot 11}{25} - \frac{11}{4}} =$

$\frac{AH}{CH}$

$= \sqrt{\frac{11 \cdot (9 \cdot 4 - 25)}{25 \cdot 4}} = \frac{11}{5 \cdot 2} = \frac{11}{10}$

$2\sin\alpha\cos\alpha(4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha) + (3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha)(2\cos^2\alpha - 1) -$

$= 8\sin\alpha\cos^4\alpha - 6\sin\alpha\cos^2\alpha + 6\sin\alpha\cos^2\alpha - 8\sin^3\alpha\cos^2\alpha + 4\sin^3\alpha + 3\sin\alpha$

$8 + 8t^4 - 16t^2 + 8t^2 - 8t^4 + 4t^2 + 2$

$-4t^2 + 10 = 0$

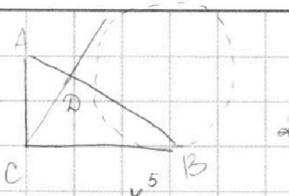
$t^2 = \frac{10}{4} \quad t = \pm\sqrt{\frac{10}{4}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$2a^5+16a-7=0$

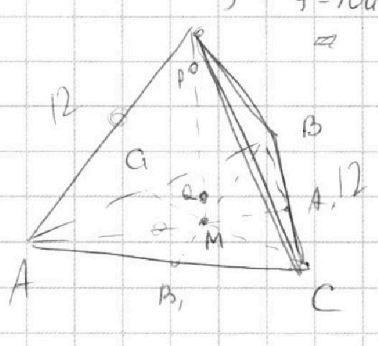
$\cancel{2\cdot 7^5-16\cdot 7-7=0}$

$\cancel{2\cdot 7^4-16-1}$

$2\cdot\frac{7^5}{2^5}\neq\frac{16\cdot 7}{2}-7$

$f'=10a^4+16>0$

$f\nearrow$



$S_{ABC}=90$

$\frac{1}{16}+8-7$

$\frac{1}{7}\ \frac{2}{7^5}+\frac{16}{7}-7=0$

$(\ )(\ )(x-a)$

$\frac{a}{c}=2^{-5}\cdot 3^{-3}\cdot 5^{-3}$

$(5y^2)$?

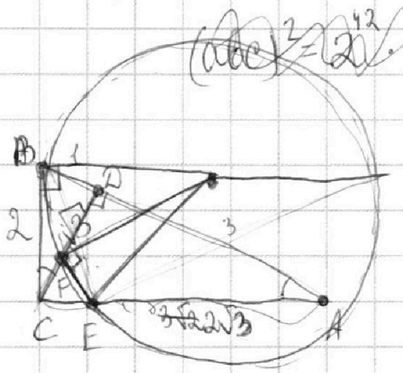
$\frac{c}{a}=2^5\cdot 3^3\cdot 5^3$

$c^2=2^{24}\cdot 3^{21}\cdot 5$

$ac=2^{19}\cdot 3^{18}\cdot 5^{30}$

$a^5+b^5=(a+b)($

$(abc)^2=2^{42}\cdot 3^{41}\cdot 5$



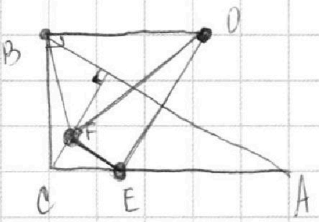
$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}}$

$\frac{BD}{CD}=\frac{CD}{AD}$

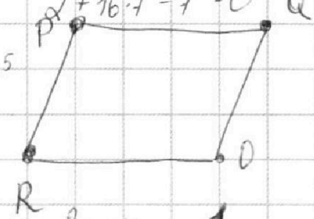
$\frac{1}{CD}=\frac{CD}{3}$

$CD^2=3$

$2\sqrt{3}$



$2+16\cdot 7^4-7^5=0$



$3x_2+y_2$

$3x_2^2+y_2^2-3x_1-y_1=33$

$S(\overline{AB})=33$

A/a

$5\arcsin(\cos x)=x+\frac{\pi}{2}$

$\arcsin(\cos x)=\frac{\pi}{10}+\frac{x}{5}$

$\cos x=\sin\left(\frac{\pi}{10}+\frac{x}{5}\right)$

$\log_3^4 x+\frac{6}{\log_3 x}=\frac{5}{2\log_3 x}-8$

$a^4+\frac{6}{a}=\frac{5}{2a}-8$

$2a^5+16a-7=0$

$x_2'+y_2-x_1'-y_1$

$\log_3^4 5y+\frac{2}{\log_3(5y)}=\frac{11}{2\log_3(5y)}-8$

$b^4+\frac{2}{b}=\frac{11}{2b}-8$

$2b^5+4=11-16b$

$2b^5+16b-7=0$

$\cancel{2b^5+16b-7}\ 2a^5-16a+7=0$

b^5+16b-