



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{(25x-9)(x-6)}$ , девятый член равен  $x+3$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $2 : 5$ , считая от вершины  $C$ .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $100 \times 400$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:
- $a < b$ ,
  - число  $b - a$  не кратно 3,
  - число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
  - выполняется равенство  $a^2 + b = 710$ .
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть заданной чисел геометрической прогрессии  
равен  $a$ , тогда девятый равен  $a q^2$ , а пятнад-  
цатый равен  $a q^8$ , тогда

$$\begin{cases} \sqrt{25x-9}(x-6) = a & ① \\ x+3 = a q^2 & ② \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = a q^8 & ③ \end{cases}$$

$$① : ③$$

$$\frac{1}{q^8} = \sqrt{(x-6)^4}$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{(x-6)^2}}$$

$$q q^2 = \sqrt{25x-9} = x+3 \quad \text{при } x \neq 6$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25x - 9 \quad \begin{cases} x = 1 - \text{не подходит} \\ x = 18 \end{cases}$$

$$\text{при } x = 6$$

$$-25x + 9 = (x+3)^2 \quad \begin{cases} x = 0 - \text{не подходит} \\ x = -31 - \text{не подходит} \end{cases}$$

Ответ: 1, 5, 7, 8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4x} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+2} \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-2z} \end{cases}$$

$$(y+4) + 4(y-5) \leq 9$$

или  $y < -4$

$$-y-4 + (-4y+20) \leq 9$$

$$-5y \leq -7$$

$$y \geq \frac{-7}{-5} \quad \emptyset$$

или  $-4y \leq 5$

$$y+4 - 4y+20 \leq 9$$

$$-3y \leq -15$$

$$y \geq 5$$

$$y = 5$$

или  $y \geq 5$

$$5y - 16 \leq 9$$

$$y \leq 5$$

$$y = 5, \text{ тогда}$$

$$9 = \sqrt{81-2z}$$

$$z = 0, \text{ тогда}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{-x^2-4x+5}$$

Пусть  $2\sqrt{-x^2-4x+5} = k$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = k - 4$$

$$x+5 - 2\sqrt{x+5}\sqrt{1-x} + 1-x = (k-4)^2$$

$$6-k = (k-4)^2$$

$$k^2 - 8k + 16 = 6 - k$$

$$k^2 - 7k + 10 = 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D = 49 - 40 = 9 \quad k_{1,2} = \frac{7 \pm 3}{2} = 5; 2$$

$$\begin{cases} 2\sqrt{-x^2 - 4x + 5} = 2 \\ 2\sqrt{-x^2 - 4x + 5} = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} -x^2 - 4x + 5 = 1 \\ -x^2 - 4x + 5 = 2.5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x - 4 = 0 & D = (4\sqrt{2})^2 \\ x^2 + 4x + 7.25 = 0 & D = 16 - 5 = 11 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = \frac{-4 - 4\sqrt{2}}{2} = -2 - 2\sqrt{2} \text{ - не подходит} \\ x_2 = \frac{-4 + 4\sqrt{2}}{2} = -2 + 2\sqrt{2} \text{ - не подходит} \\ x_3 = \frac{-4 - \sqrt{11}}{2} \\ x_4 = \frac{-4 + \sqrt{11}}{2} \end{cases}$$

Ответ:  $x = \frac{-4 - \sqrt{11}}{2}$  или  $x = \frac{-4 + \sqrt{11}}{2}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 \quad \sin 2x = 2\sin x \cos x \quad \sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$p(2\cos^3 x - \cos x) - p(\sin 2x + \sin x) + 3p\cos x + 12\cos x = 12\cos^2 x - 6 \neq 0$$

$$2p\cos^3 x - p\cos x + 2p\cos^3 x - 2p\cos x + 3p\cos x + 12\cos x = 12\cos^2 x + 4$$

Пусть  $\cos x = t \Rightarrow$

$$4pt^3 - 12t^2 + 12t - 4 = 0 \quad /:4$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$(p-1)t^3 = -(t-1)^3 = (1-t)^3$$

$$\sqrt[3]{p-1} t = 1 - t$$

$$t(\sqrt[3]{p-1} + 1) = 1 \quad \text{при } p \neq 0$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}$$

$$x = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

при  $p=0$   $-t = 1 - t \quad 0 = 1 \quad \emptyset$

Ответ:  $x = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} + 2\pi n ; p \neq 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Количество раскрасок симметричной вертикальной линией равно  $C_{20000}^4$  т.е. выбираем 4 точки на одной стороне попарно и ставим их зеркально.

Количество раскрасок симметричной горизонтальной линией равно  $C_{10000}^4$  по тем же соображениям, тогда если какая-то раскраска удовлетворяет двум условиям, то можно заметить, что она удовлетворяет и третьей, тогда

количество раскрасок удовлетворяющих двум условиям равно  $C_{10000}^2$  т.е. выбираем 2 точки на четвертике и отзеркаливаем их попарно в т.к. количество раскрасок удовлетворяющих двум условиям мы считаем 3 раза, тогда:

$$\text{Ответ: } 3 C_{20000}^4 - 2 C_{10000}^2.$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решить  $(a-c)(b-c) = p^2$ , тогда

$$\begin{cases} a-c=p \\ b-c=p \end{cases} \text{ тк } a < b \text{ или } \begin{cases} b-c=p^2 \\ a-c=1 \end{cases} \text{ тк } a < b, \text{ тогда}$$

$$\begin{cases} b=p^2+c \\ a=1+c, \text{ тогда} \end{cases}$$

$$b-a = p^2 - 1 \neq 3$$

$$(p-1)(p+1) \neq 3, \text{ тк}$$

$(p-1)(p+1) \neq 3$  тк. следовательно число  $\neq 3$ , тогда

тк  $p \neq 3 \Rightarrow$  тк  $p$  - простое  $p=3$ , тогда

$$\begin{cases} b=9+c \\ a=1+c \end{cases}$$

$$(1+c)^2 + 9 + c = 710$$

$$c^2 + 3c - 700 = 0$$

$$D = 9 + 2800 = 53^2$$

$$c_{1,2} = \frac{-3 \pm 53}{2} = 25; -28, \text{ тогда}$$

$$\begin{cases} c=25 \\ a=26 \\ b=34 \end{cases} \quad \begin{cases} c=-28 \\ a=-27 \\ b=-79 \end{cases}$$

Ответ:  $(26; 34; 25)$  или  $(-27; -79; -28)$ .  $(a; b; c)$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y > 5 \quad k=2 \quad y_0 = \frac{-D}{4a} = \frac{-36}{-4} = 9$$

$$5y - 16 \leq 9 \quad 24 \leq 4y \quad y \geq 6$$

$$5y \leq 25 \quad y \leq 5$$

$$6 - k = 0 \quad k = 6$$

$$k - 1 \leq 0 \quad k \leq 1$$

$$k + 5 \geq 0 \quad k \geq -5$$

$$y = 5 \quad y + 0 = 0 \quad -5 \leq k \leq 1$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{-x^2 - 4x + 5}$$

$$D = 16 + 20 = 36 \quad x_{1,2} = \frac{4 \pm 6}{-2} = -5; 1$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{x+5} \cdot \sqrt{1-x}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{x+5} \cdot \sqrt{1-x} + 6 - 6$$

$$x = 2 - \sqrt{2} + 4 = x + 5 \quad x + 5 \quad x + 5 \quad 1 - x$$

$$\sqrt{-k+6} = k - 4 \quad a = x + 2 \quad D =$$

$$\sqrt{a+3} - \sqrt{3a+1} + 4 = 2\sqrt{9-a^2} \quad a = 0; -2$$

$$x + 5 - 2\sqrt{x+5} \sqrt{1-x} + 1 - x + 7 = 6 = (k-4)^2 K \quad D = 16 + 96 = 112$$

$$-\frac{1}{2}k + 6 = (k-4)^2 \quad = (2k-4)^2 \quad k > 0$$

$$k^2 - 8k + 26 = -k + 6 \quad D = 49 - 40 = 9$$

$$k^2 - 7k + 20 = 0 \quad x_{1,2} = \frac{7 \pm 3}{2} = 5; 2$$

$$\sqrt{x+5} \cdot \sqrt{1-x} = \frac{D}{4} - 4 \quad x^2 - 4x + 15 = 96 \quad x^2 + 4x + 11 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3 \pm 2\sqrt{2}} - \sqrt{\pm 2\sqrt{2} + 3} = 4 = 2\sqrt{1} = 2$$

$$\sqrt{-k+6} = k-4$$

$$\sqrt{6-k} = k-4$$

$$k = 2\sqrt{x+5} - \sqrt{x+1}$$

$$k = 2\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}} = 2$$

36 25

$$k = \sqrt{1-\sqrt{11}} - \sqrt{\quad}$$

$$k = 2\sqrt{3 - \frac{\sqrt{11}}{2}} - \sqrt{3 + \frac{\sqrt{11}}{2}}$$

$$k = 2\sqrt{9 - \frac{11}{4}} = 2\sqrt{\frac{25}{4}} = 5$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a = 1 + c$$

$$b = 1 + c$$

$$a = 1 + c$$

$$b = c^2 + c - (c + 9) \quad c = 3$$

$$(1 + c)^2 + c^2 + c = 710$$

54

$$c^2 + 2c + 1 + c^2 + c = 710$$

$$c^2 + 3c - 700 = 0$$

$$D = 9 + 2800 = 2809 = 53^2$$

53

53

$$c_{1,2} = \frac{-3 \pm 53}{2} = 25, -28$$

53

53

759

75

25

$$\begin{cases} c = 25 \\ a = 26 \\ b = 34 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = -28 \\ a = -27 \\ b = -19 \end{cases}$$

$$-x^2 - 4x + 5 \leq 5 \quad x=0 \quad x=-4$$

$$-x^2 - 4x + 5 = 2 \quad D = 16 + 20 = 28$$

$$x_{1,2} = -x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$D = 16 + 12 = 28 = 7 \cdot 4$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{-2} = -2 \pm \sqrt{7} = \text{корни}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p = a - c \quad q = b - c \quad a = p + c \quad b = q + c$$

$$p = q + 1 \quad p - q = 1$$

$$p = a - c = b - c$$

$$p < q$$

$$a = p + c$$

$$p - q = 1$$

$$b = p + c$$

$$(p + c)^2 + q + c = 710$$

$$a - c = 1$$

$$b - c = q^2$$

$$q : 3 \Rightarrow q = 3$$

$$b = q^2 + c$$

$$a = 1 + c$$

$$\begin{cases} q^2 = 1 \quad \text{н/д} \\ (1+c)^2 + q^2 + c = 710 \\ (q^2+c)^2 + 1+c = 710 \end{cases}$$

$$19^2$$

$$q^4 + 2q^2c + c^2 + c + 1 = 710$$

$$(q + c^2)^2 + 1 + c = 710$$

$$81 + 78c + c^2 + 1 + c = 710$$

$$c^2 + 79c - 628 = 0$$

$$D = \emptyset \text{ ни разу} \Rightarrow$$

361

29	27
79	3
29	628
79	7
361	132
710	8
82	29
57	2572
58	7757
	2873

5



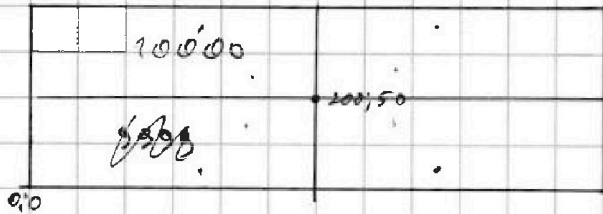
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

400  
100  
 $x = -2 \pm \sqrt{3 \pm 2\sqrt{2}}$



~~$C_n^k$~~   ~~$C_n^k$~~   ~~$C_n^k$~~   
 $C_n^k + C_n^k + C_n^k$

$3C^4_{10000} + C^4_{10000}$   
 $3C^4_{20000} - C^4_{10000}$

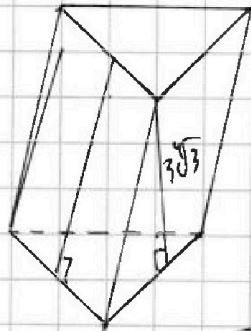
$g = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 1$

$a = \sqrt{\frac{4}{\sqrt{3}}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$S = \frac{1}{2} a h = 3$

$h = 2 \cdot \frac{3}{2} \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

$h = \frac{4}{a} = 2\sqrt{3}$



$y < 6 \Rightarrow -4 - y - 4y + 20 \leq 9$

$-5y \leq 7$   
 $y \geq -\frac{7}{5}$

$-5y \leq 7$   
 $y \geq -\frac{7}{5}$

$y = 5$

$9 - 16$

$9 - 295$   
 $-18$

$-4 \leq y \leq 5$

$y + 4 - 4y + 20 \leq 9 \Rightarrow -3y \leq -15$   
 $y \geq 5$



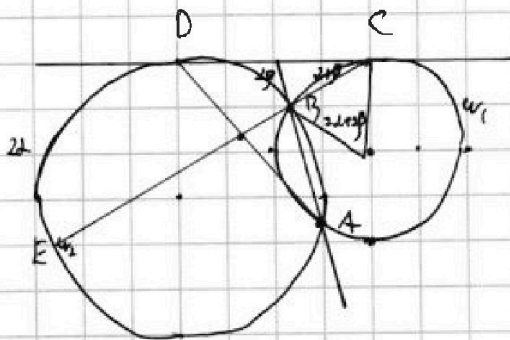
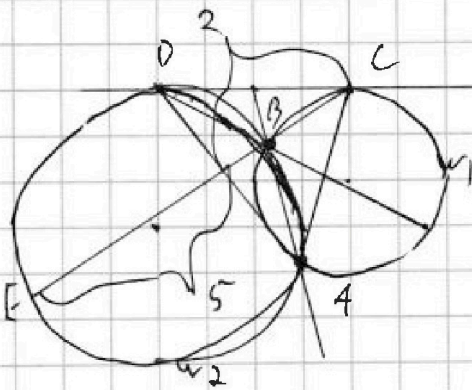
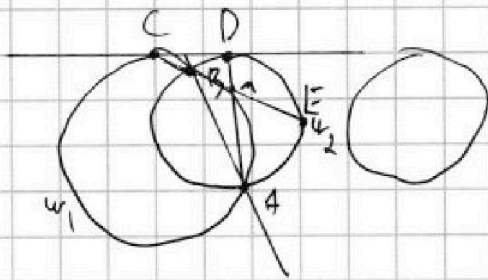


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$|z+5| = a^2$$

$$|z| = a^2 - 5$$

~~$$81z^2 = b^2 \quad |z| = 81 - b^2$$~~

$$a = \sqrt{1 - a^2 + 5 + 4z}$$

$$|z| = 5$$

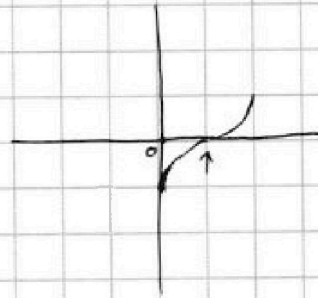
$$z \in [-9; 9]$$

$$(y+x)^2 + 8|y+x||y-5| +$$

$$p t^3 - 3 t^2 + 3 t - 1 = 0$$

$$t = 1$$

$$(p-1)t^3 = (t-1)^3$$



$$\sqrt[3]{p-1} - 1 = k$$

$$|k+t| = t - 1$$

$$k t = -1$$

$$p \neq 2$$



$$\cos \alpha = \frac{-1}{k} = \frac{-1}{\sqrt[3]{p-1} - 1}$$

$$\alpha = \arccos \frac{-1}{\sqrt[3]{p-1} - 1} + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)} = a$$

$$x+3 = aq^2 \quad (1)$$

$$\sqrt{\frac{25x-9}{x-6}} = aq^2$$

$$(x-6)^2 = \frac{1}{a^2 q^4}$$

$$a = \sqrt{\frac{1}{x-6}}$$

$$x^2 + 6x + 9 = -25x - 9$$

$$x+3 = \frac{a}{\sqrt{x-6}}$$

$$x^2 + 31x = 0$$

$$a^2 = (x^2 + 6x + 9)/(x-6)$$

$$a = \sqrt{x^2}$$

$$aq^2 \cdot (x+3) = \sqrt{25x-9}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25x - 9 \quad (2)$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$\begin{cases} x = 18 \\ x = 1 \end{cases} \text{ - корни из (2) } x-6 \geq 0$$

Ответ: 18

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x = \cos(2x+x) = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$$

$$p \cos 3x + 3p \cos x + 72 \cos x = 6 \cos 2x + 70$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$p(2 \cos^2 x - \cos x) - p(\sin 2x - \sin x) + 3p \cos x + 72 \cos x =$$

$$= 72 \cos^2 x - 6 + 70$$

$$2p \cos^2 x - p \cos x - 2p(1 - \cos^2 x) \cos x + 3p \cos x + 72 \cos x =$$

$$= 72 \cos^2 x + 4$$

$$2p \cos^2 x - p \cos x + 2p \cos^3 x - 2p \cos x + 3p \cos x + 72 \cos x =$$

$$= 72 \cos^2 x + 4 \quad D = 9 - 12 < 0$$

$$4pt^3 - 72t^2 + 72t - 4 = 0$$

$$pt^3 - 18t^2 + 18t - 1 = 0$$

$$pt^3 - 9t^2 + 9t - 1 = 0 \quad /:t^2$$

$$(p-1)t^3 + (t-1)^3 = 0$$

$$pt^3 - 3 + 3\frac{1}{t} + \frac{1}{t^3} = 0$$

$$(3p-1)t^3 - 3p^2 t^2 - 3p + 1 = 0$$

$$(t-1)t^3 = -(t-1)^3$$

$$f'(t) = 3pt^2 - 6t + 3$$

$$KKB \quad (p-1)t^3 = (1-t)^3$$

$$f'(t) = 0$$

$$pt^2 - t + 1 = 0$$

$$D = 1 - 4p$$

$$t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4p}}{2p}$$