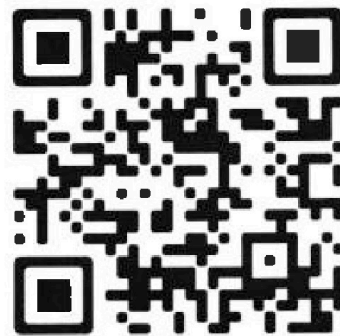




МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен

$$\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}, \text{ двенадцатый член равен } 2 - x, \text{ а восемнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $7 : 20$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $500 \times 120$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 1000$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Запишем прогрессию как  $b_1; b_1q; b_1q^2 \dots$

$$\text{тогда: } \begin{cases} \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = b_1q^{1/2} \\ \sqrt{(25x+34)(3x+2)} = b_1q^3 \end{cases} \rightarrow b_1q^3 = \sqrt{\frac{25x+34}{3x+2}}$$

$$\rightarrow b_1q^6 = \sqrt{25x+34} \quad \text{т.к. } b_1q^6 = \sqrt{b_1q^{2 \cdot 3} \cdot b_1q^{2 \cdot 3}}$$

$$2-x = \sqrt{25x+34}$$

$$4+x^2-4x = 25x+34 \Leftrightarrow x^2-29x-30 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x < 30 \end{cases}$$

Заметим, что  $b_1q^3, b_1q^6$  имеют одного знака,

значит  $2-x > 0$ , также  $(25x+34)(3x+2) > 0$

Корни  $-1; 30$  не удовлетворяют этим условиям  
значит таких действительных  $x$  не существует

Ответ: Нет корней



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} - 22 + 7 = 2\sqrt{y-18-x^2+2} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \\ \sqrt{400-z^2} \leq 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |y+2| + 2|y-18| \geq 20, & |y+2| + 2|y-18| = 20 \Leftrightarrow y = 18 \\ \sqrt{400-z^2} \leq 20 \\ |y+2| + 2|y-18| \geq 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} |y+2| + 2|y-18| < \sqrt{400-z^2} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} y < 18 \\ z = 0 \end{cases} \end{cases}$$

Подставим эти значения в 1 уравнение

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-5x-x^2}, \quad -6 \leq x \leq 3$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{x+6} \cdot \sqrt{3-x}$$

$$\text{Пусть } t = \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x}, \quad t^2 = 9 - 2\sqrt{x+6} \cdot \sqrt{3-x}$$

$$t + t^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -2 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 1 \Leftrightarrow (x+6)(3-x) = 16 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}, \quad -6 < \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} < 3$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = -2 \Leftrightarrow (x+6)(3-x) = \frac{25}{4} \Leftrightarrow x^2 + 5x - 18,75 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{56}}{2}, \quad -6 < \frac{-5 \pm \sqrt{56}}{2} < 3$$

$$\text{Ответ: } \left( \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}; 18; 0 \right); \left( \frac{-5 \pm \sqrt{56}}{2}; 18; 0 \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 6(2 \cos^2 x - 1) + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

Пусть  $t = \cos x$ ,  $|t| \leq 1$

$$pt^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0 \Leftrightarrow pt^3 + (t+1)^3 - t^3 = 0$$

$$(p-1)t^3 = -(t+1)^3$$

$$(1-p)t^3 = (t+1)^3 \Leftrightarrow \sqrt[3]{1-p} t = t+1 \Leftrightarrow$$

$$t = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}$$

$$|t| \leq 1 \rightarrow |\sqrt[3]{1-p} - 1| \geq 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{1-p} \geq 2 \\ \sqrt[3]{1-p} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p \leq -7 \\ p \geq 1 \end{cases}$$

$$p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \quad x = \pm \arccos \left( \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ:  $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$ ;

$$x = \pm \arccos \left( \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $A$  и  $B$  - множества всех точек квадрата  
для симметрии относительно средней линии,  
и  $C$  - множество для центральной симметрии.  
Вокруги из  $A \cap B$  будут содержаться  
и в  $C \rightarrow C \cap A \cap B = A \cap B$

Также  $A \cap C$  и  $B \cap C$  будут содержаться в  $A \cap B$   
т.к. две осевые симметрии в композиции дают  
центральную, итого:

$$A \cap B = A \cap C = B \cap C = A \cap B \cap C$$

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

$$= |A| + |B| + |C| - 2|A \cap C| = 3|A| - 2|A \cap C|$$

Нельзя заметить, что  $|A| = |B| = |C| = C_4^{30000}$

т.к. ~~каждая~~ каждая клетка будет  
находиться в шши. поэтому  $|A \cap C| = C_2^{15000}$

т.к. ~~каждая~~ каждая клетка будет относиться  
либо к шши, либо к симметричному червильку

принадлежит

Ответ:  $3 \cdot C_4^{30000} - 2 \cdot C_2^{15000}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $p$  - простое число  $(a-c)(b-c) = p^2$

П.к.  $a-c \neq b-c$  из первого условия, то

$$(a-c)(b-c) = p^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = -1 \\ a-c < 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \Leftrightarrow b-a = p^2 - 1, \text{ это число делится на } p$$

Из условия 2:  $b-a \neq 0 \pmod{p} \Leftrightarrow p^2 - 1 \neq 0 \pmod{p}$

$p^2 \neq 1 \pmod{p} \Leftrightarrow p \equiv 0 \pmod{p} \Leftrightarrow p < 3$ , т.к. только

одно из простых чисел делится на  $p = 5$

$$b-a \leq 8 \rightarrow b < a+8$$

$$a^2 + a + 8 = 1000 \Leftrightarrow a^2 + a - 992 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 31 \\ a = -32 \end{cases}$$

соответствующие им  $b$ :  $\begin{cases} b = 39 \\ b = -24 \end{cases} \quad \begin{cases} (a, b) = (31, 39) \\ (a, b) = (-32, -24) \end{cases}$

Для каждой пары  $(a, b)$  будем искать соответствующие

$z$ , удовлетворяющие следующим условиям

$$31 - c = 1 \Leftrightarrow z = 30 \quad 31 - c = -92 \Leftrightarrow c = 40$$

-32

$$-32 - c = 1 \Leftrightarrow c = -33 \quad -32 - c = -9 \Leftrightarrow c = -23$$

Ответ:  $(31, 39, 40); (31, 39, 30); (-32, -24, -33); (-32, -24, -23)$



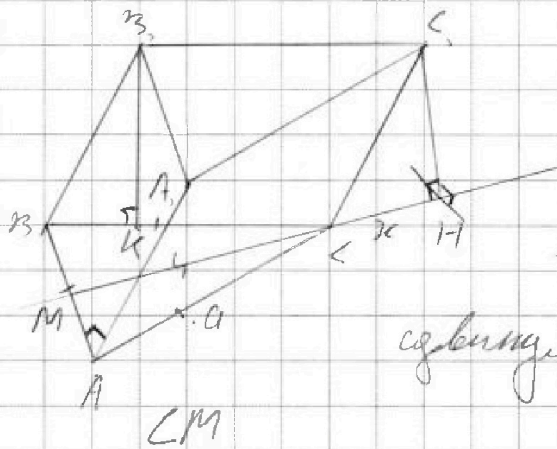
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



т.к.  $S_{ABC} = S_{AA_1B_1C_1}$

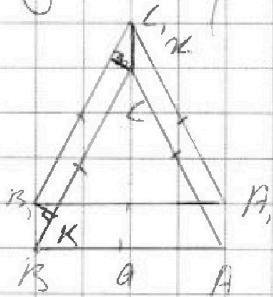
то треугольник  
выпущено основание  
соединим на  $K$  длину медианы

Высота  $h = CH$ ,  $CH \perp (A_1B_1C_1)$

$h_1 = BK$ ;  $h_2 = AA_1$ , т.к.  $AA_1 \perp A_1B_1C_1$

Из т. Пифагора:  $h_2^2 = x^2 + h^2$

$$h_1^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + h^2$$



$BK$  в проекции на  $(A_1B_1C_1) = \frac{x}{2}$

$a, a = 6$

$b, b = 5$

$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 4$

$$3h^2 = 4h_1^2 - h_2^2$$

$$ka = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$h_1 = \frac{2\sqrt{3}}{2}$$

$$h_2 = \frac{5\sqrt{3}}{4}$$

$$3h^2 = 9 - \sqrt{3} - \frac{25\sqrt{3}}{16} = \frac{144 - 25\sqrt{3}}{16} = \frac{119\sqrt{3}}{16}$$

$$h = \sqrt{\frac{119\sqrt{3}}{16}}$$

$$V = 4h = \sqrt{\frac{119\sqrt{3}}{3}}$$

Ответ:  $\frac{\sqrt{119\sqrt{3}}}{\sqrt{3}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a < b$$

$$b - a \neq 0 \pmod{m}$$

$$(a-c)(b-c) = p^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \Leftrightarrow b-a+1 = p^2$$

$$\begin{cases} a = 31 \\ b = 4039 \\ c = 3050 \end{cases}$$

$$a^2 + b = 1000$$

~~4039~~

$$b - a = (p-1)(p+1) \neq 0 \pmod{m}$$

$$1001 - a^2 - a = p^2$$

$$p \neq 0 \pmod{m}$$

$$a(a+1) = 1001 - p^2$$

$$p = 5$$

$$1000 - a^2 - a \neq 0 \pmod{m} \quad a(a+1) < 1000 \rightarrow a \leq 31$$

$$p \leq 31$$

$$1 - a(a+1) \neq 0 \pmod{m} \quad a^2 + a + (1001 - p^2) = 0$$

$$D = 1 + 4(1001 - p^2) = k^2$$

$$\begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases}$$

$$4005 = 4p^2 + k^2$$

$$b-a = 8 \quad c = -p^2 - 1$$

$$b-a = 8$$

$$b = a+8$$

$$a = b-8$$

$$\begin{cases} a = 31 \\ b = 39 \\ c = 50 \end{cases}$$

$$a = 30$$

$$b = 22$$

$$a) (b-8)^2 + b = 1000$$

$$b-a = p^2 - 1$$

$$b-a = (p^2 - 1)$$

$$b^2 + 64 - 14b = 1000 = 0$$

$$b = \frac{14 \pm \sqrt{289 + 4 \cdot 956}}{2}$$

$$\frac{14-11}{2} = 22$$

$$a = 50$$

$$\begin{cases} a = 31 \\ b = 39 \\ c = 50 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 31 \\ b = 39 \\ c = 40 \end{cases} \quad a = 30$$

$$\begin{cases} a = 32 \\ b = 24 \\ c = 55 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 32 \\ b = 24 \\ c = 25 \end{cases}$$

$$a^2 + a + 8 = 1000$$

$$a^2 - a + 992 = 0$$

$$\begin{matrix} 31 \\ -32 \end{matrix}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

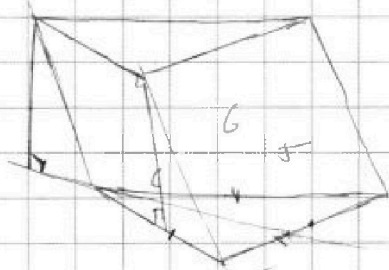
72) +

$$2x - 3 + 72 = 9 \sqrt{10}$$

-6

$$\cos \frac{4\pi}{3}$$

$$4 = \frac{a^2 \sqrt{5}}{4}$$



$$- \cos \frac{2\pi}{3}$$

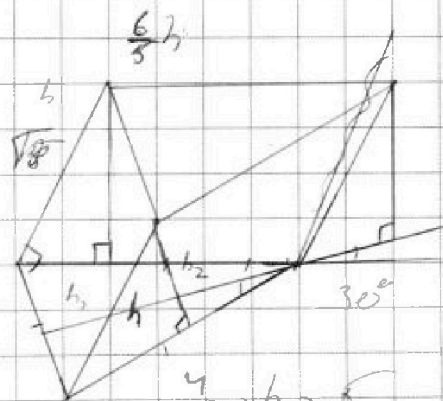
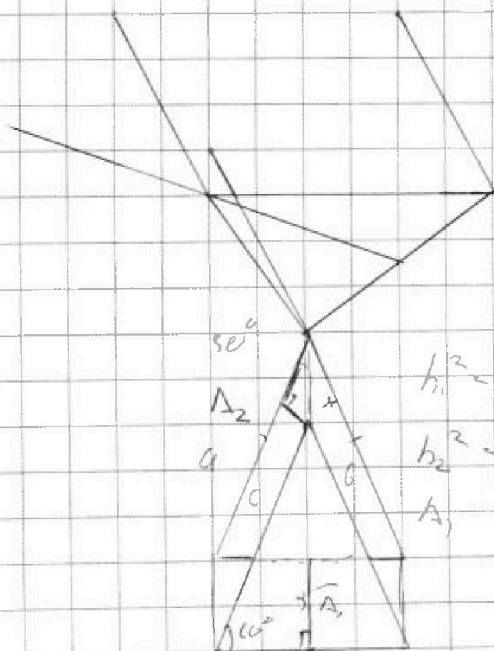
$$\frac{16}{\sqrt{5}} = a^2$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$a = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$2\sqrt{5} + 18 \Rightarrow$$

$$-3 + 16$$



50°

$\Delta_2$

a

c

b

100°

$\frac{5\sqrt{3}}{2}$

$$h_1^2 = h^2 + a^2$$

$$h_2^2 = b^2 + \Delta_2^2$$

$\Delta_1$

$$\Delta_2 = \frac{a}{2}$$

$$\frac{4}{\sqrt{5}} h = 5$$

$$h = \frac{5\sqrt{5}}{4}$$

$$h_2 = \frac{2\sqrt{5}}{4} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$$

$$9 \cdot 16 = 900 + 54$$

$$= 954$$

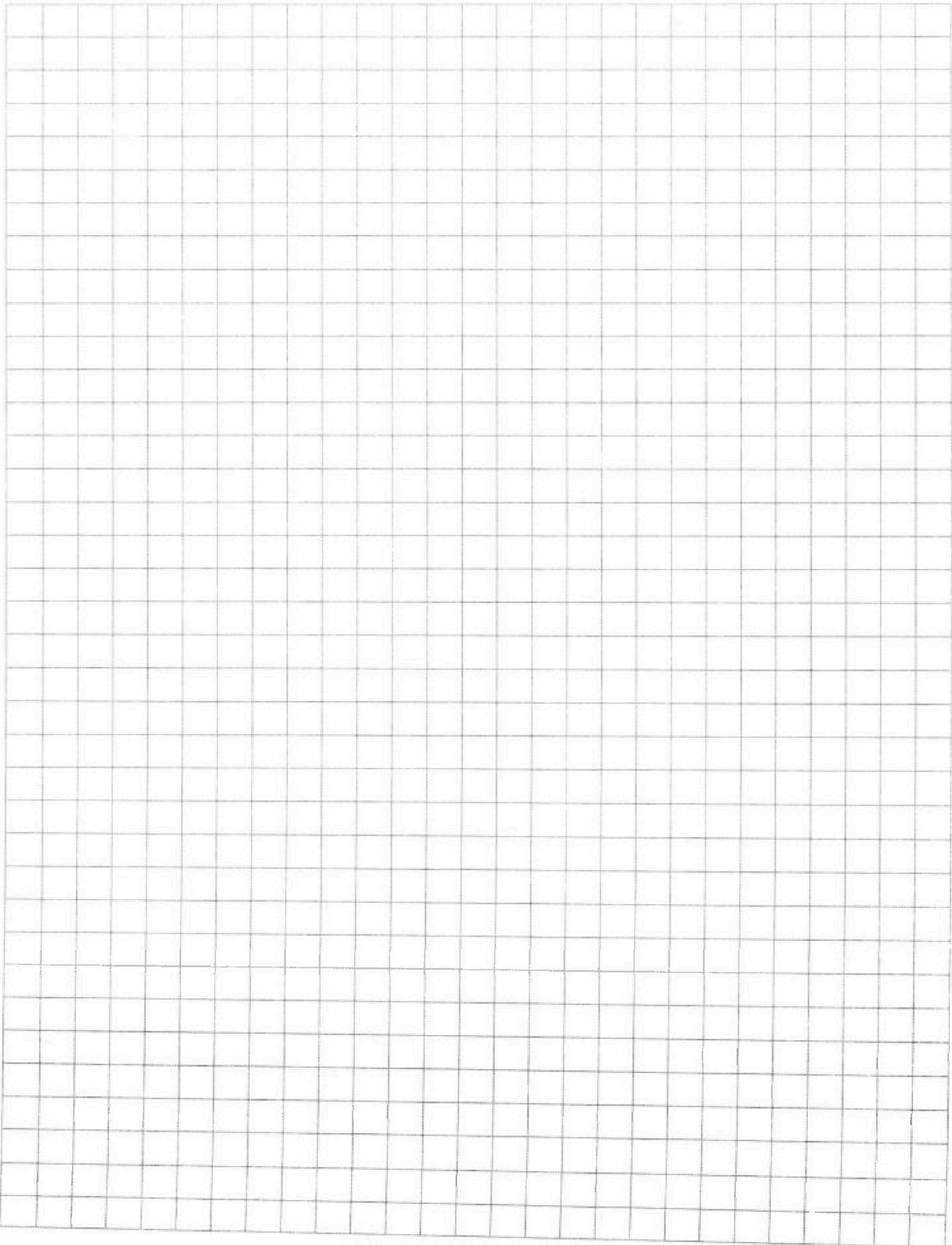


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 7 = 2\sqrt{18-5x-x^2}$$

helps

$$2 - \sqrt{5-x} + 7 = 2\sqrt{18-5x-x^2}$$

$$2 - \sqrt{5-x} + 7 = 2\sqrt{18-5x-x^2}$$

$$2 = \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} \quad 9 - 2\sqrt{18-5x-x^2}$$

$$9 - 2^2 = 2 \cdot 4$$

$$2^2 + 2 - 2 = 0$$

$$\begin{cases} 2 = 1 \\ 2 = -2 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+6} = 5$$

$$x = -13$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 1 \\ \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = -2 \end{cases}$$

$$x+6 = 5-x$$

$$9 - 2^2 = 8$$

$$9 - 2^2 = 5$$

$$\frac{-5 \pm \sqrt{9+8}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$18 - 5x - x^2 + 18$$

$$2x^2 + 5x - 2 < 0$$

$$18 - 5x - x^2 = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ x = 9 \end{cases}$$

$$4 = 9 - 2\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x}$$

$$-18 + 6,25$$

$$\sqrt{\frac{5}{2}} - 2x^2 - 5x + 18$$

$$-12,75$$

$$x^2 + 5x + 18 + \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$11 \frac{5}{4} - 4 = 44 + 5 = 49 \div 9$$

$$= 56$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p(4\cos^3 x - 5\cos x) + 6(2\cos^2 x - 1) + 5(p+4)\cos x + 10 = 0$$

$$4p\cos^3 x + 6,2\cos^2 x + 2\cos x + 4 = 0$$

$$p\cos^3 x + 3,2\cos^2 x + 5\cos x + 1 = 0$$

$$\frac{(p+1)^2 + 1}{\cos x} - \cos^2 x$$

$$p\cos^3 x + (\cos^2 x + 1)^2 = 0$$

~~$$p\cos^3 x$$~~

$$(p-1)t^3 + (t+1)^2 = 0$$

$$\sqrt{p-1}t = t+1$$

$$t \left( \frac{\sqrt{p-1}-1}{\sqrt{p-1}+1} \right) = 1$$

$$t = \frac{1}{\frac{\sqrt{p-1}-1}{\sqrt{p-1}+1}}$$

500-1

$$500-600$$

$$\frac{500-120}{2}$$

$$2 \cdot C_4 = C_2^2$$

$$-p+6 - 3p-12+10=0$$

$$\rightarrow p = -4$$

$$p = -7$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 6(2 \cos^2 x - 1) + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x - 12 \cos^2 x + 6 + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

$$pt^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0, \quad t \in [-1; 1]$$

$$3pt^2 + 6t + 3 < 0$$

$$t^2 + 2t + 1 < 0$$

$$pt^2 + 2t + 1 < 0$$

$$(t+1)^2 + (p-1)t^2 < 0$$

$$(t+1)^2 = (1-p)t^2$$

$$t+1 = \pm \sqrt{1-p}$$

$$t+1 = -t \pm \sqrt{1-p}$$

$$t = \frac{-1}{1 \pm \sqrt{1-p}}$$

Реш. эквив. при  $p \leq 1$

$$pt^3 + 3t^2 + 3t + 1 < 0$$

$$(p+1)t^3 < 0$$

$$(p+1)t^3 < 0$$

$$-pt^3 + 1 + 3\sqrt{p^2}t^2 + 3\sqrt{p}t$$

$$pt^3 + 1 + 3t^2 + 3t$$

$$3t^2(1-\sqrt{p^2}) + 3t(1-\sqrt{p})$$

$$(1-\sqrt{p})(1+\sqrt{p})$$

$$(1+\sqrt{p+1})^3 \quad 3t(1-\sqrt{p}) \left( t(1+\sqrt{p}) + 1 \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(25x+54)(3x+2)} = b_1 q^n$$

$$2-x = b_1 q^n$$

$$\frac{\sqrt{25x+54}}{(3x+2)^3} = b_1 q^{4n}$$

$$\frac{1}{(3x+2)^2} = q^6$$

$$x \begin{cases} 2-x > 0 \\ x < 2 \end{cases}$$

$$\frac{25x+54}{3x+2} = (2-x)^2 \cdot q^2 \sqrt{\frac{1}{(3x+2)^4}}$$

$$\frac{25x+54 - (2-x)^2}{\sqrt{(3x+2)^4}}$$

~~9 5 31~~  
~~1 5 8~~

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases}$$

$$b+1-a=p^2$$

$p^2$

$$1000-a^2+1-a=p^2$$

$$1001-a(a+1)-p^2$$

$$a(a+1) = 1001-p^2$$

$$1001 = 11 \cdot 91 = 11 \cdot 13 \cdot 7$$

$$\begin{matrix} 990 \\ 11 \\ 11 \cdot 2^4 \cdot 5 \end{matrix}$$

$$20 \cdot 44$$

$$10 \quad 11$$

$$2c^2+2c = 400 = 20+20$$

$$625 = 25^2 = 2 \cdot 100$$

$$650$$

$$992$$

$$28^2+28$$

$$300 = 20+4+28$$

$$1450 = 32$$

$$812$$

$$840$$

$$650$$

$$992$$

$$9982$$

$$3 \cdot 9 \cdot 29^2 - 1001^2 = 9001 - 1001$$

$$5 \cdot 25$$

$$7 \cdot 49 \cdot 31 = 9461 = 841$$

$$11 \cdot 121$$

$$13 \cdot 169$$

$$14 \cdot 289$$

$$19 \cdot 561$$

$$23 \cdot 529$$

$$25 \cdot 400 + 9 + 20 = 529$$

$$21 \cdot 22$$

$$\sqrt{1+4(1001+p^2)}$$

$$4005 = p^2$$

$$1001-p^2 = 992$$

$$974$$

$$952$$

$$930$$

$$902$$

$$874$$

$$840$$

$$812$$

$$640$$

$$64 \cdot 10$$

$$12 \cdot 20$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(25x+54)/(5x+2)} = b, q^3$$

$$2-x = b, q^4 > 0 \quad x < 2 \quad x \in (-\infty; \frac{2}{5}) \cup (\frac{54}{25}; 2)$$

$$\frac{\sqrt{(25x+54)}}{(5x+2)^{1/2}} = b, q^4$$

$$q^8 = \frac{1}{(5x+2)^2}$$

$$b, q^4 = \sqrt{\frac{25x+54}{5x+2}}$$

$$b, q^3 = \sqrt{25x+54}$$

$$b, q^3 =$$

$$q^4 = \frac{1}{5x+2} \quad (2-x)^2 = \frac{25x+54}{5x+2}$$

$$4+x^2 - 4x - 25x - 54 = 0$$

$$x^2 - 29x - 50 = 0$$

$$\begin{cases} x = -10 \\ x = 30 \end{cases}$$

$$9+49$$

$$g = \frac{a^2 \sqrt{5}}{4} < 4$$

$$a^2 \sqrt{5} < 16$$

$$a^2 < \frac{16}{\sqrt{5}}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-2x-2z} + 7 = 2\sqrt{-5z-x^2+2z} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

$$y \geq 18$$

$$34 - 34$$

$$6 - 55 \geq 20$$

$$2 < 0$$

$$y = 18$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-2x} = 7$$

$$-2\sqrt{18-5x-x^2}$$

$$y+2+56-2y$$

$$38-y \sqrt{-24y} < 18$$

$$18-20 > 18$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-2x} + 7 = \frac{2\sqrt{18-5x-x^2}}{2z} + \frac{-4+2-2y+36}{(6-x)(2z+5)}$$