



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(a_n)$ : - ариф. прогрессия:  $a_n = a_1 + d(n-1)$ , где  $a_1$  - первый член;  
 $d$  - разность

$$a_3 = a_1 + d(3-1) = a_1 + 2d; \quad a_3 = 3x+3; \quad a_5 = 3x + 4d = 5x+3(1/1)$$

$$a_5 = a_1 + d(5-1) = a_1 + 4d \quad a_5 = (x^2 + 2x)^2; \quad a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2 / 2$$

$$a_3 = a_1 + d(3-1) = a_1 + 2d \quad a_3 = 3x^2; \quad a_1 + 2d = 3x^2 \quad (3)$$

$$(3) - (1): \quad a_1 + 2d - a_1 - 2d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$0d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$2d = x^2 - x - 1$$

$$(2) - (1): \quad a_1 + 5d - a_1 - 2d = x^5 + 4x^5 + 4x^2 - 3x - 3$$

$$2d = x^5 + 4x^5 + 4x^2 - 3x - 3$$

$$x^2 - x - 1 = x^5 + 4x^5 + 4x^2 - 3x - 3$$

$$x^5 + 4x^5 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(x+1) \cdot (x^3 + 5x^2 + 8x)$$

$$(x+1) \cdot (x^3 + 5x^2 - 2) = 0$$

$$x = -1$$

или

$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$(x+1) \cdot (x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x_{2,3} = -1 \pm \sqrt{3}$$

Ответ:  $x = -1; x = -1 + \sqrt{3}; x = -1 - \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
7 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x - \frac{3A}{5}| \leq 3 \\ |3x - 8| \leq 7 \end{cases}$$

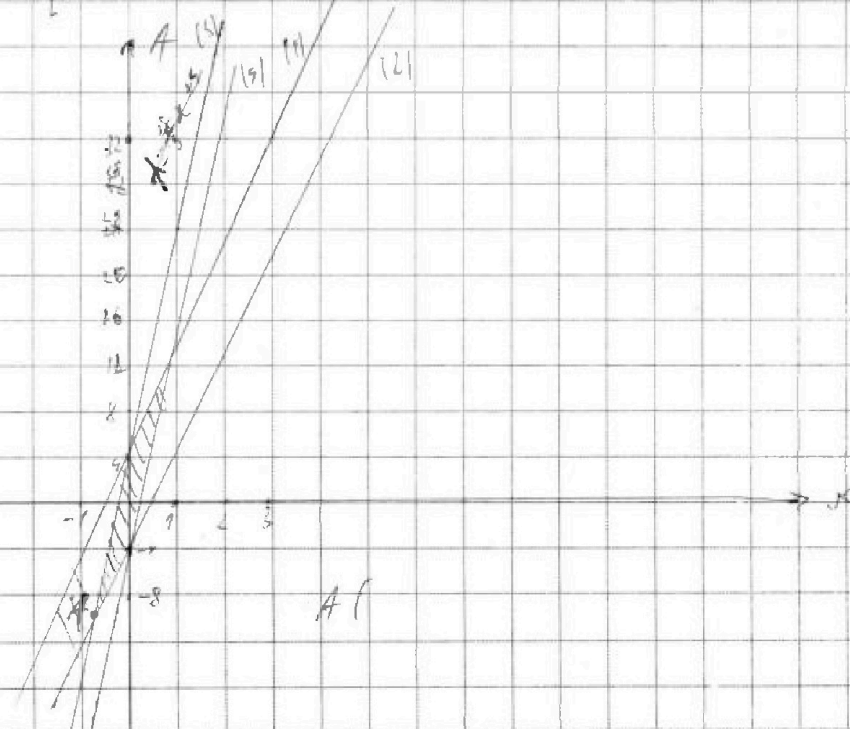
Пусть:  $A = 5x + 8k$ ;  $k = \frac{A}{5} + 2x$

$$\begin{cases} |x - \frac{3A}{5} + 6x| \leq 3 \\ |3x - \frac{A}{5} + 2x| \leq 7 \end{cases} \quad \begin{cases} |Ax - \frac{3A}{5}| \leq 3 \\ |5x - \frac{A}{5}| \leq 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 \leq 7x - \frac{3A}{5} \leq 3 \\ -7 \leq 5x - \frac{A}{5} \leq 7 \end{cases} \quad \begin{cases} -12 \leq 28x - 3A \leq 12 \\ -9 \leq 20x - A \leq 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3A \leq 28x + 12 \\ 3A \geq 28x - 12 \\ A \leq 20x + 9 \\ A \geq 20x - 9 \end{cases} \quad \begin{cases} A \leq \frac{28}{3}x + 4(1) \\ A \geq \frac{28}{3}x - 4(2) \\ A \leq 20x + 9(3) \\ A \geq 20x - 9(4) \end{cases}$$

Область в координатах  
исключим  $Ox$  и  
защитим область





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Из графика видно, что максимальное значение  $A$  достигается в точке пересечения  $A = 20x - 5$  и  $A = \frac{28}{3}x - 5$~~

~~$$\begin{cases} A = 20x - 5 \\ A = \frac{28}{3}x - 5 \end{cases} \quad \begin{aligned} 20x - 5 &= \frac{28}{3}x - 5 \\ 60x - 15 &= 28x - 15 \end{aligned} \quad \begin{aligned} 32x &= 25; \quad x = \frac{25}{32} \end{aligned}$$~~

~~$$A = 20 \cdot \frac{25}{32} - 5 = 15,625 - 5 = 10,625$$~~

Ответ:

Из графика видно, что максимальное значение  $A$  достигается в точке пересечения графика  $A = \frac{28}{3}x - 5$  и

$$A = 20x - 5$$

$$\begin{cases} A = 20x - 5 \\ A = \frac{28}{3}x - 5 \end{cases} \quad \begin{aligned} 20x - 5 &= \frac{28}{3}x - 5; \quad (60) - 12 = 28x + 12; \quad 32x = 25; \quad x = \frac{25}{32} \end{aligned}$$

$$A = 20 \cdot \frac{25}{32} - 5 = 15,625 - 5 = 10,625$$

Ответ: 11



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n) \cdot (m+n-9)$$

$$B = m^2n + n^2m^2 - 3nm = mn(m+n-3)$$

Решим для случая

$$1^\circ A = 75p^2q^2, B = 75q^2 \quad (1)$$

$$(1) \quad (m+n) \cdot (m+n-9) = 13p^2, \text{ так как } m, n - \text{ком. число, то } m+n > m+n-9 \text{ и } m+n-9 > 0$$

Решим систему:

$$\begin{cases} m+n-9=1 \\ m+n=13p^2 \end{cases} \quad 13p^2 = 10 - \text{неверно для } \forall p$$

$$\begin{cases} m+n-9=11 \\ m+n=13p \end{cases} \quad 13p-9=11 \quad p=2 - \text{неверно}$$

$$\begin{cases} m+n-9=p^2(p^2+13) \\ m+n=13 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 13-9=p^2 \\ p=2 \end{cases} \quad \begin{cases} m+n-9=13(13+p^2) \\ m+n=p^2 \end{cases} \quad 13^2-9=13, p^2=22 - \text{неверно}$$

Аналогично следует из условия B что  $m+n > m+n-9$  и  $m+n-9 > 0$

$$2^\circ A = 75q^2, B = 13p^2 + 11$$

$$(2) \quad \text{так } (m+n) \cdot (m+n-9) = 75q^2. \text{ Будем аналогично$$

решать. Решим систему:

$$\begin{cases} m+n-9=1 \\ m+n=75q^2 \end{cases} \quad 75q^2 = 10 - \text{неверно}$$

$$\begin{cases} m+n-9=3 \\ m+n=25q^2 \end{cases} \quad 25q^2 = 12 - \text{неверно}$$

$$\begin{cases} m+n-9=5 \\ m+n=15q^2 \end{cases} \quad 15q^2 = 14 - \text{неверно}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} m+n-g = 15(15 \leq 25q^2) \\ mn = 5q^2 \end{cases} \quad 5q^2 = 25 - \text{неверно}$$

$$\begin{cases} m+n-g = q \\ mn = 75q \end{cases} \quad 75q - 4q = 2 \quad 75q = 9 - \text{неверно}$$

$$\begin{cases} m+n-g = 3q \\ mn = 25q \end{cases} \quad 25q - 9 = 3q \quad ; \quad 22q = 9 - \text{неверно}$$

$$\begin{cases} m+n-g = 5q \\ mn = 75q \end{cases} \quad 75q - 9 = 5q \quad ; \quad 70q = 9 - \text{неверно}$$

$$\begin{cases} m+n-g = 15(15 \leq 25q^2) \\ mn = q^2 \end{cases} \quad q^2 - 9 = 75 \quad ; \quad q^2 = 84 \quad ; \quad q = 8 - \text{неверно} \Rightarrow \\ \text{неверно} \quad \Rightarrow \text{неверно}$$

$$\begin{cases} m+n-g = q^2 (q^2 \leq 75) \\ mn = 45 \end{cases} \quad 75 - 9 = q^2 \quad ; \quad q^2 = 66, \quad q = 8 - \text{неверно и т.д.}$$

$$\begin{cases} m+n-g = 25(25 \leq 25q^2) \\ mn = 3q^2 \end{cases} \quad 3q^2 - 9 = 25 \quad q^2 = \frac{34}{3} - \text{неверно}$$

$$\begin{cases} m+n-g = 3q^2 (3q^2 \leq 25) \\ mn = 25 \end{cases} \quad 25 - 9 = 3q^2 \quad ; \quad q^2 = \frac{16}{3} - \text{неверно}$$

Углубим анализ или рассмотрим все возможные случаи и

какие возможны случаи  $p=2$ , или  $\begin{cases} m+n-g = p^2 = 4 \\ mn = 13 \end{cases}$

$$m \cdot n - (m+n-3) = 75q^2$$

$$mn = 10 = 75q^2$$

$$m \cdot n - 2 = 25 \cdot 75q^2 \Rightarrow 75q^2 = 2 \Rightarrow q^2 = \frac{2}{75} \Rightarrow q = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{75}}$$

$$m \cdot n - 2 = 75 \cdot 5; \quad mn = 30 \quad \begin{cases} 13 - m - n = 30 \\ m \in \mathbb{N} \end{cases} \quad \begin{cases} m=3 \quad n=10 \\ m=10 \quad n=3 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (3, 10), (10, 3)$$

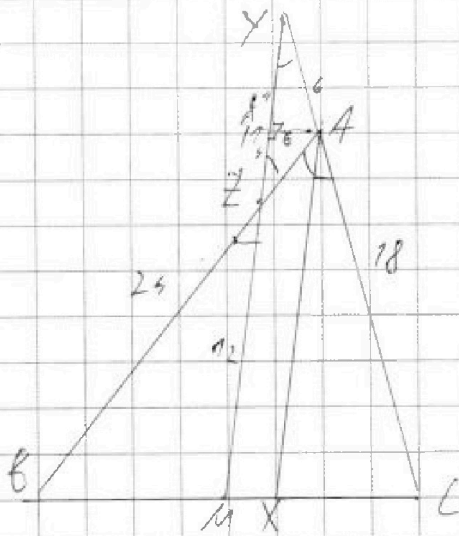


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Реш:  $\triangle ABC$ ;  $AX$  - высота  $\perp BC$ ;

$M$  - середина  $BC$ ;  $Z \in AB$ ;  $MZ \parallel AX$ ;

$MZ \perp AC = Y$ ;  $AC = 18$ ;  $AZ = 6$ ;  $YZ = 8$

Найти  $BC$  - ?

1)  $AX \parallel YM \Rightarrow \angle MYC = \angle XAC =$

$= \angle ZYA$ ;  $\angle ZAX = \angle XZA$ ;  $YZ \parallel AX \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ZYA = \angle XZA \Rightarrow \triangle AYH$  - равнобедрен. (отм  $YZ \parallel$ )

$\Rightarrow YA = AZ = 6$

2) По м. Менелая для  $\triangle YMC$  и  $BA$ :  $\frac{AC}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{CM}{BC} = 1$

$$\frac{18}{6} \cdot \frac{8}{ZM} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{12}{ZM} = 1 \Rightarrow ZM = 12;$$

3) По м. Менелая для  $\triangle ABC$  и  $YM$ :  $\frac{MC}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{YA}{YC} = 1$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{BZ}{6} \cdot \frac{6}{6+18} = 1 \quad \frac{BZ}{24} = 1; BZ = 24$$

4)  $AX \perp AZ$ ;  $AM \perp YZ$   
 $\triangle AYZ$  - равнобедрен  $\Rightarrow AM$  - медиана  $\Rightarrow M$  - середина  $YZ \Rightarrow$

$$\Rightarrow MZ = \frac{1}{2} YZ = \frac{8}{2} = 4$$

$\angle BZM = \angle MZA = \alpha$  (как вертикальные);  $\triangle AZM$ :  $\cos \alpha = \frac{MZ}{ZA} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$\triangle BZM$ ; по м. косинусов:  $BM^2 = BZ^2 + ZM^2 - 2 \cos \alpha \cdot BZ \cdot ZM =$

$$= 24^2 + 4^2 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 24 \cdot 4 = 72^2 \cdot (9 + 1 - \frac{2}{3} \cdot 2) = 72^2 \cdot (9 - \frac{4}{3}) = 72^2 \cdot \frac{5}{3}; BM = 72\sqrt{\frac{5}{3}}$$

$$BC = 25\sqrt{\frac{5}{3}} \quad \text{Ответ: } 25\sqrt{\frac{5}{3}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 \leq x \leq 6 \Rightarrow -1 \leq x \leq 6 \\ -1 \leq x \leq 6 \end{array} \right. \quad \text{также } x \geq 0 \quad y \Rightarrow 0 \leq x \leq 6$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2 \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{6-x}$$

$$\sqrt{x+1} = a, \quad \sqrt{6-x} = b, \quad a \geq 0, \quad b \geq 0$$

$$a^2 + b^2 = x + 1 + 6 - x = 7 \quad (1)$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$(a - b) = 2ab - 5$$

$$(a - b)^2 = (2ab - 5)^2$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = 4a^2b^2 - 20ab + 25$$

$$7 = 4a^2b^2 - 18ab + 25; \quad 4a^2b^2 - 18ab + 18; \quad 2a^2b^2 - 9ab + 9 = 0$$

$$(2b - 3) \cdot (2ab - 3)$$

$$2b = 3 \quad \text{или} \quad 2ab = 3$$

$$\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{6-x} = 3$$

$$-x^2 + 5x + 6 = 9$$

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$D = 25 - 12 = 13$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} \quad y \Rightarrow x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}$$

$$0 \leq x \leq 6$$

$$y = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{6-x} = \frac{3}{2}$$

$$2(-x^2 + 5x + 6) = 9$$

$$-4x^2 + 20x + 12 = 9$$

$$4x^2 - 20x - 3 = 0$$

$$D = 100 + 48 = 148 = 4 \cdot 37 = 2 \cdot 2 \cdot 37$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{37}}{2}$$

$$0 \leq x \leq 6$$

$$y = \frac{10 + \sqrt{37}}{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2^{\circ} (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (11xy) \cdot (12xy^2) - (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (11xy) \cdot 5x1 = 2$$

По 1-й левой части ~~выражения~~ ~~равна~~  $11xy1 \Rightarrow$

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (11xy) \cdot (12xy^2) + (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (11xy) \cdot 5x1 > 0 \Rightarrow$$

$x \in \emptyset$

$$\text{Ответ: } \left( \frac{5 + \sqrt{13}}{2}, \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \right), \left( \frac{10 + \sqrt{15}}{5}, \frac{10 + \sqrt{15}}{5} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} & |1| \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{8} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 & |2| \end{cases}$$

|2|: Анализируем возможные условия:

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (*)$$

$$x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x^2 - y^2) \cdot (x^2 + y^2) + (x - y) \cdot (x + y) \cdot 5 + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x - y) \cdot (x + y) \cdot (x^2 + y^2) + (x - y) \cdot (x + y) \cdot 5 + \sqrt{x} - \sqrt{y}$$

но (\*)  $x \geq 0$  и  $y \geq 0$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (x + y) \cdot (x^2 + y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (x + y) \cdot 5 + \sqrt{x} - \sqrt{y}$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (x + y) \cdot (x^2 + y^2) + (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (x + y) \cdot 5 + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

Рассмотрим две случая:

1°  $\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$ ;  $\sqrt{x} = \sqrt{y}$ , но (\*),  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ , но  $\Rightarrow x = y$

Подставим в (1)

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

Несложно увидеть:  $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \\ 6+5x-x^2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 6 \\ (x+1) - (x-6) \leq 0 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left. \begin{array}{l} -1 \leq x \leq 2 \\ -1 \leq x \leq 6 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 \leq x \leq 6 \quad (3)$$

$$\sqrt{2x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(6-x) \cdot (x+1)}$$

$$2\sqrt{(6-x) \cdot (x+1)} + \sqrt{6-x} - \sqrt{2x+1} - 5 = 0$$

$$\sqrt{6-x} \cdot (2\sqrt{2x+1} + 1) = \sqrt{2x+1} + 5$$

$$\sqrt{6-x} = \frac{\sqrt{2x+1} + 5}{2\sqrt{2x+1} + 1} \quad (2\sqrt{2x+1} + 1 \neq 0)$$

$$6-x = \frac{(\sqrt{2x+1} + 5)^2}{(2\sqrt{2x+1} + 1)^2}$$

$$6-x = \frac{2x+6+10\sqrt{2x+1}}{4x+5+4\sqrt{2x+1}}$$

$$(6-x) \cdot (4x+5+4\sqrt{2x+1}) = 2x+6+10\sqrt{2x+1}$$

$$24x+30+24\sqrt{2x+1} - 4x^2 - 5x - 4x\sqrt{2x+1} = 2x+6+10\sqrt{2x+1}$$

$$10\sqrt{2x+1} = 4x^2 - 18x - 9$$

$$5\sqrt{2x+1} = 2x^2 - 9x - 2$$

$$25 \cdot 25 = (2x^2 - 9x - 2)^2$$

$$4x^4 + 81x^2 + 9 + 56x - 36x^2 - 8x = 25x^2 + 45$$

$$4x^4 - 36x^2 + 56x - 73x^2 + 11x - 29 = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-3 \leq x - 3y \leq 5$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$5x - 1 \leq z$$

$$y \leq 3$$

$$z = \frac{4}{9} - 2x$$

$$y \leq \frac{x+3}{3}$$

$$|2x - \frac{3}{2}y| \leq 3$$

$$|5x - \frac{1}{2}y| \leq 8$$

3.

$$|m+n| = 1$$

$$m \cdot (m+n)$$

$$m \cdot (m+n-3)$$

$$(m+n) \cdot (m+n-3)$$

$$|15x - \frac{3}{2}y| \leq 3$$

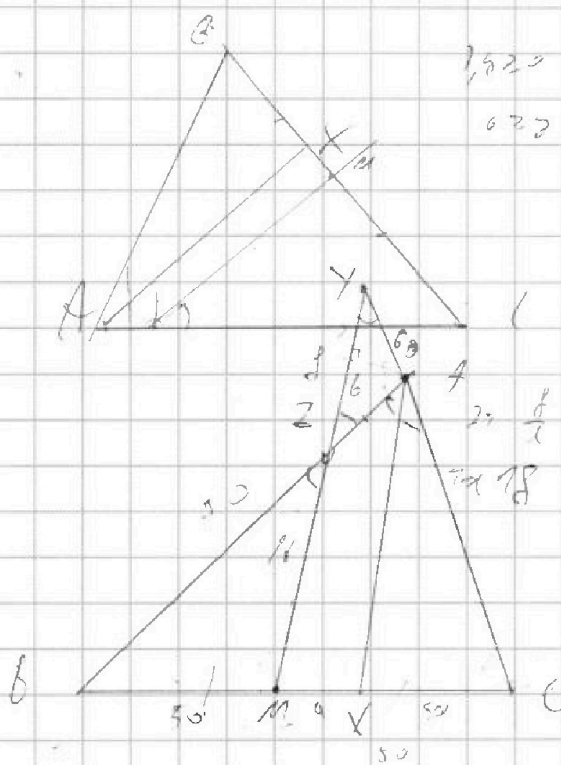
$$|m+n-3| \cdot m$$

$$p^2 - 4 = 15/4$$

$$72p^2 + 3110$$

$$p(9p+31) = 0$$

$$2^2 + 8\sqrt{2} + \sqrt{2} = 8^2 + 8\sqrt{2} + \sqrt{2}$$



$$\frac{8}{3} \leq \frac{8}{3} \leq 8$$

$$2 \leq \sqrt{2x+0}$$

$$|x^2 + y^2| - |x^2 + y^2| + (x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) + (x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$$x = y$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$2\lambda^2 - 9\lambda - 2 > 0$      $2\lambda^2 - 0 + 6 + 5 = 0$      $2\lambda^2 - 6\lambda - 5$      $\frac{\lambda \pm 5}{2}$

(an):  $a_n = a_1 + n \cdot (d - 1)$      $d = 16$      $\frac{9 \pm 5}{2}$      $\lambda = \frac{7}{2}$

$a_3 = a_1 + 5d - 3$ ;     $a_5 = a_1 + 5d - 5$ ;     $a_9 = a_1 + 9d - 9$      $t = \frac{5 - 9}{2 \cdot 9 - 4}$

$a_1 + 5d - 3 = 3\lambda + 3$ ;     $a_1 + 5d - 5 = (3^2 + 4\lambda)^2$ ;     $a_1 + 9d - 9 = 3\lambda^2$

$6d - 6 = 3\lambda^2 - 5\lambda - 5$      $5d - 5 = (2\lambda - 1)^2 / (\lambda^2 + 5\lambda)$

$2d - 2 = \lambda^2 - \lambda - 1$      $5\lambda^2 - 5\lambda - 9 = \lambda^2 \cdot (7 - \lambda) / (\lambda^2 + 5\lambda)$

$d = \frac{\lambda^2 - \lambda - 1}{2}$      $2\lambda^2 - 2\lambda + 2 = 9$

$5d - 9 = (\lambda - \lambda^2) \cdot (\lambda^2 + 5\lambda)$      $\lambda^2 - 5\lambda - 9$

$a_3 = a_1 + 5d - 3$ ;     $a_5 = a_1 + 5d$ ;     $a_9 = a_1 + 9d$

$s_d = a_1 + d = 3\lambda + 5$

$a_1 + 5d = 16\lambda + 25$      $5d = 3\lambda^2 - 5\lambda - 5$

$a_1 + 9d = 3\lambda^2$      $2d = 1\lambda^2 - \lambda - 1$

$5d = 3\lambda^2 - 5\lambda - 5$

$\lambda^3 + 5\lambda^2 + 5\lambda^2$      $5d = -\lambda^2 - 5\lambda - 5$      $\lambda = -\frac{\lambda^2 + 4\lambda + 1}{\lambda^2 + 5\lambda}$

$2d = 2(\lambda^2 + 5\lambda^2 + 5\lambda^2 - 3\lambda - 3)$      $2\lambda^2 + 8\lambda - 5$

$3\lambda^3 + 8\lambda^2 + 5\lambda^2 - 5\lambda - 3 = 0$      $\lambda = -1$

$\lambda^2 + 11 - 7 = \lambda^2 + 5\lambda^2 + 5\lambda^2 - 3\lambda - 9$      $\lambda^2 = \frac{5}{5}$

$\lambda^2 + 5\lambda^2 + 5\lambda^2 - 2\lambda - 2 = 0$      $\lambda = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$

$(\lambda^2 - \frac{2}{\lambda})^2 + 4$

$-5\lambda^3 - 5\lambda^2 - 5\lambda + 5 = 0$

$-5\lambda^2(\lambda + 1) + 5(\lambda + 1) = 0$

$5\lambda^2 + 5 = 0$      $(-\lambda^2 + 5) = 0$

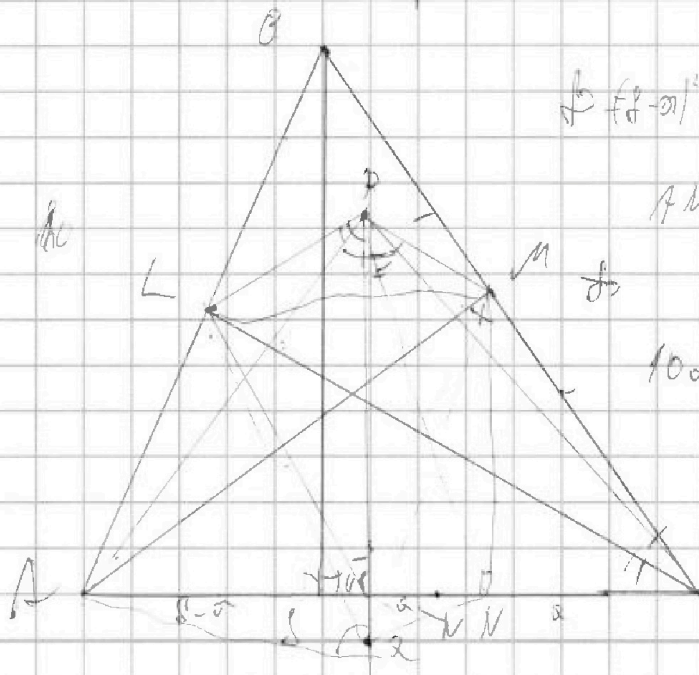
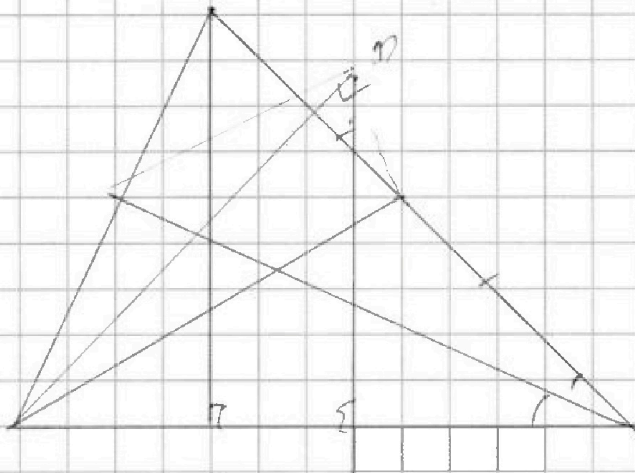
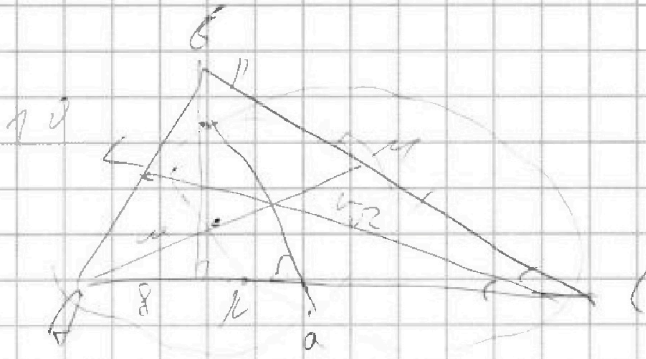


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$b^2 - 2ab \cos C = a^2 - 2ab \cos C$$

$$56 \cdot 8^2 - 8^2 \cdot (56 - 16a + a^2) = MN^2$$

$$\frac{8}{\sin \alpha} = AM \quad MN = 8 \cdot \sqrt{a^2 - 4a + 56}$$

$$100 = 64 \cdot (16a + a^2) + 16^2 \cdot \cos^2 \alpha$$

$$56 = 16a \cos^2 \alpha + 16a^2 \cos^2 \alpha$$

$$57 = 16a \cos^2 \alpha + \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$52 \cdot 8^2 = 8^2 (16a \cos^2 \alpha + MN^2)$$

$$57 \cdot 8^2 - 8^2 (16a \cos^2 \alpha) = 8^2 \cdot MN^2$$

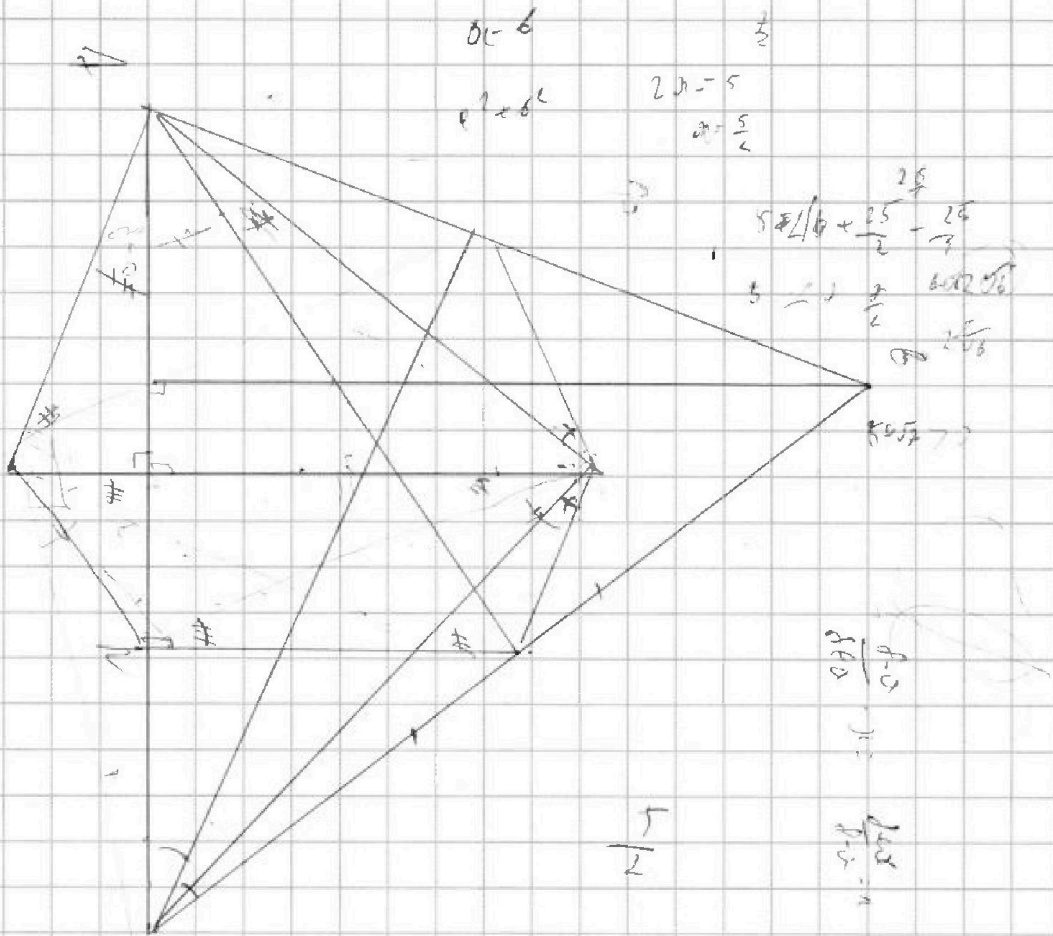


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 &bc = b \\
 &a^2 = bc \\
 &2a = 5 \\
 &a = \frac{5}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &5\sqrt{16} + \frac{25}{2} - \frac{25}{2} \\
 &5 - \frac{2}{2} \quad \text{etc.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\frac{h-5}{h+5} \\
 &\frac{2a-5}{2a+5}
 \end{aligned}$$

$$\frac{5}{2}$$

$$\begin{aligned}
 &ab + bc = a \\
 &ab - c + b + c = 0 \\
 &2ab + 5 = a - b \\
 &(2a^2b^2 + 10ab + 25 = a - 2ab) \\
 &5a^2b^2 + 2ab + 15 = 0 \\
 &2a^2b^2 + 11ab + 5 = 0 \\
 &(ab + 7)(2ab + 5)
 \end{aligned}$$

$$2\sqrt{5} \sqrt{7}$$

$$10\sqrt{35} \vee 24$$