



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(a_n)$ : - ариф. прогрессия:  $a_n = a_1 + d(n-1)$ , где  $a_1$  - первый член;  
 $d$  - разность

$$a_3 = a_1 + d(3-1) = a_1 + 2d; \quad a_3 = 3x+3; \quad a_5 = 3x + 4d = 5x+3(1/1)$$

$$a_5 = a_1 + d(5-1) = a_1 + 4d; \quad a_5 = (x^2 + 2x)^2; \quad a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2 / 2$$

$$a_3 = a_1 + d(3-1) = a_1 + 2d; \quad a_3 = 3x^2; \quad a_1 + 2d = 3x^2 \quad (3)$$

$$(3) - (1): \quad a_1 + 2d - a_1 - 2d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$0d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$2d = x^2 - x - 1$$

$$(2) - (1): \quad a_1 + 5d - a_1 - 2d = x^5 + 4x^5 + 4x^2 - 3x - 3$$

$$2d = x^5 + 4x^5 + 4x^2 - 3x - 3$$

$$x^2 - x - 1 = x^5 + 4x^5 + 4x^2 - 3x - 3$$

$$x^5 + 4x^5 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(x+1) \cdot (x^3 + 5x^2 + 8x)$$

$$(x+1) \cdot (x^3 + 5x^2 - 2) = 0$$

$$x = -1$$

или

$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$(x+1) \cdot (x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x_{2,3} = -1 \pm \sqrt{3}$$

Ответ:  $x = -1; x = -1 + \sqrt{3}; x = -1 - \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
7 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x - \frac{3A}{5}| \leq 3 \\ |3x - 8| \leq 1 \end{cases}$$

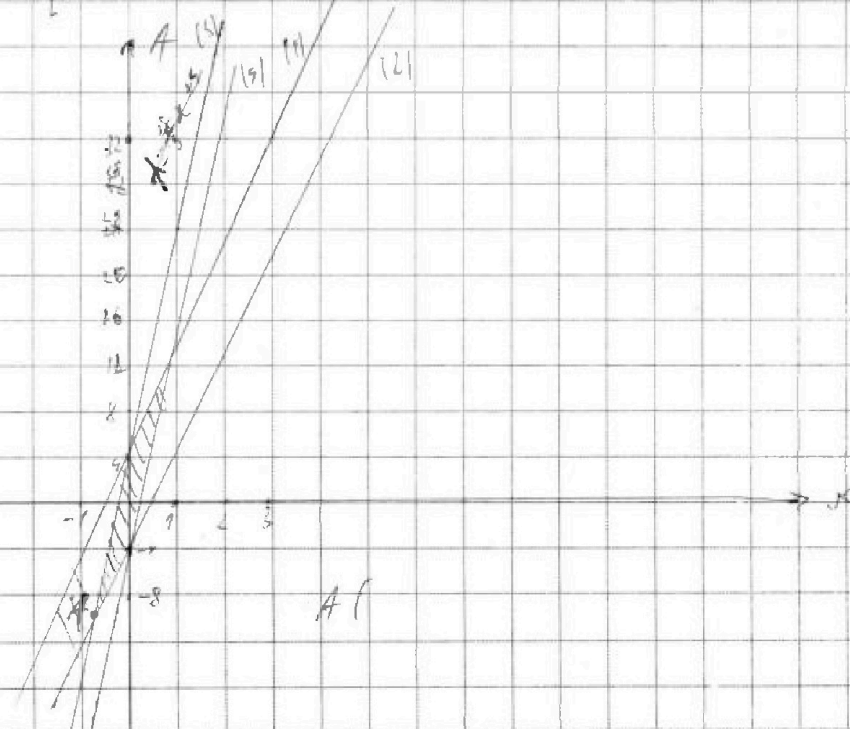
Пусть:  $A = 5x + 8k$ ;  $z = \frac{A}{5} + 2x$

$$\begin{cases} |x - \frac{3A}{5} + 8x| \leq 3 \\ |3x - \frac{A}{5} + 2x| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} |Ax - \frac{3A}{5}| \leq 3 \\ |5x - \frac{A}{5}| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 \leq 7x - \frac{3A}{5} \leq 3 \\ -1 \leq 5x - \frac{A}{5} \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -12 \leq 28x - 3A \leq 12 \\ -9 \leq 20x - A \leq 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3A \leq 28x + 12 \\ 3A \geq 28x - 12 \\ A \leq 20x + 9 \\ A \geq 20x - 9 \end{cases} \quad \begin{cases} A \leq \frac{28}{3}x + 4(1) \\ A \geq \frac{28}{3}x - 4(2) \\ A \leq 20x + 9(3) \\ A \geq 20x - 9(4) \end{cases}$$

Область в координатах  
исключим  $Ox$  и  
защрафим область





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Из графика видно, что максимальное значение  $A$  достигается~~

~~в точке пересечения  $A = 20x - 5$  и  $A = \frac{28}{3}x - 5$~~

~~$A = 20x - 5$~~

~~$20x - 5 = \frac{28}{3}x - 5$~~

~~$A = \frac{28}{3}x - 5$~~

~~$60x - 12 = 28x - 12$ ,  $32x = 25$ ,  $x = \frac{3}{4}$~~

~~$A = 20 \cdot \frac{3}{4} - 5 = 15 - 5 = 10$~~

Ответ:

Из графика видно, что максимальное значение  $A$

достигается в точке пересечения графиков  $A = \frac{28}{3}x - 5$  и

$A = 20x - 5$

$A = 20x - 5$

$20x - 5 = \frac{28}{3}x - 5$ ;  $60 - 12 = 28x + 12$ ;  $32x = 25$ ;  $x = \frac{5}{4}$

$A = \frac{28}{3}x - 5$

$A = 20 \cdot \frac{5}{4} - 5 = 25 - 5 = 20$

Ответ: 20



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n) \cdot (m+n-9)$$

$$B = m^2n + n^2m^2 - 3nm = mn(m+n-3)$$

Решим для случая

$$1^\circ A = 75p^2q^2, B = 75q^2 \quad (1)$$

$$(1) \quad (m+n) \cdot (m+n-9) = 13p^2, \text{ так как } m, n - \text{ком. число, то}$$

$$m+n > m+n-9 \text{ и } m+n-9 > 0$$

Решим систему:

$$\begin{cases} m+n-9=1 \\ m+n=13p^2 \end{cases} \quad 13p^2 = 10 - \text{неверно для } \forall p$$

$$\begin{cases} m+n-9=11 \\ m+n=13p \end{cases} \quad 13p-9=11 \quad p=2 - \text{неверно}$$

$$\begin{cases} m+n-9=p^2(p^2+13) \\ m+n=13 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 13-9=p^2 \\ p=2 \end{cases} \quad \begin{cases} m+n-9=13(13+p^2) \\ m+n=p^2 \end{cases} \quad 13^2-9=13, p^2=22 - \text{неверно}$$

Аналогично следует из условия B что  $m+n > m+n-9$  и  $m+n-9 > 0$

$$2^\circ A = 75q^2, B = 13p^2 + 11$$

$$(2) \quad \text{так } (m+n) \cdot (m+n-9) = 75q^2. \text{ Будем аналогично$$

решать. Решим систему:

$$\begin{cases} m+n-9=1 \\ m+n=75q^2 \end{cases} \quad 75q^2 = 10 - \text{неверно}$$

$$\begin{cases} m+n-9=3 \\ m+n=25q^2 \end{cases} \quad 25q^2 = 12 - \text{неверно}$$

$$\begin{cases} m+n-9=5 \\ m+n=75q^2 \end{cases} \quad 75q^2 = 14 - \text{неверно}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} m+n-g = 15(15 \leq 25q^2) \\ mn = 5q^2 \end{cases} \quad 5q^2 = 25 - \text{неверно}$$

$$\begin{cases} m+n-g = q \\ mn = 75q \end{cases} \quad 75q - 4q = 2 \quad 75q = 9 - \text{неверно}$$

$$\begin{cases} m+n-g = 3q \\ mn = 25q \end{cases} \quad 25q - 9 = 3q \quad ; \quad 22q = 9 - \text{неверно}$$

$$\begin{cases} m+n-g = 5q \\ mn = 75q \end{cases} \quad 15q - 9 = 5q \quad ; \quad 10q = 9 - \text{неверно}$$

$$\begin{cases} m+n-g = 15(15 \leq 25q^2) \\ mn = q^2 \end{cases} \quad q^2 - 9 = 75 \quad ; \quad q^2 = 84 \quad ; \quad q = 8 - \text{неверно} \Rightarrow \text{неверно}$$

$$\begin{cases} m+n-g = q^2 (q^2 \leq 75) \\ mn = 45 \end{cases} \quad 75 - 9 = q^2 \quad ; \quad q^2 = 66, \quad q = 8 - \text{неверно и т.д.}$$

$$\begin{cases} m+n-g = 25(25 \leq 25q^2) \\ mn = 3q^2 \end{cases} \quad 3q^2 - 9 = 25 \quad q^2 = \frac{34}{3} - \text{неверно}$$

$$\begin{cases} m+n-g = 3q^2 (3q^2 \leq 25) \\ mn = 25 \end{cases} \quad 25 - 9 = 3q^2 \quad ; \quad q^2 = \frac{16}{3} - \text{неверно}$$

Углубим анализ или рассмотрим все возможные случаи и

какие возможны случаи  $p=2$ , или  $\begin{cases} m+n-g = p^2 = 5 \\ mn = 13 \end{cases}$

$$m \cdot n - (m+n-3) = 75q^2$$

$$mn = 10 = 75q^2$$

$$m \cdot n - 2 = 25 \cdot 75q^2 \Rightarrow 150q^2 = 2 \Rightarrow q^2 = \frac{1}{75} \Rightarrow q = \frac{1}{\sqrt{75}}$$

$$m \cdot n - 2 = 75 \cdot 5; \quad mn = 30 \quad \begin{cases} 13 - m - n = 30 \\ m \in \mathbb{N} \end{cases} \quad \begin{cases} m=3 \quad n=10 \\ m=10 \quad n=3 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (3, 10), (10, 3)$$

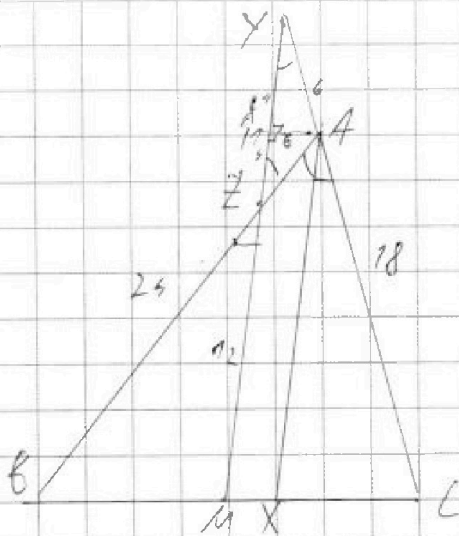


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Реш:  $\triangle ABC$ ;  $AX$  - высота  $\perp BC$ ;

$M$  - середина  $BC$ ;  $Z \in AB$ ;  $MZ \parallel AX$ ;

$MZ \cap AC = Y$ ;  $AC = 18$ ;  $AZ = 6$ ;  $YZ = 8$

Найти  $BC$  - ?

1)  $AX \parallel YM \Rightarrow \angle MYC = \angle XAC =$

$= \angle ZYA$ ;  $\angle ZAX = \angle XZA$ ;  $YZ \parallel AX \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ZYA = \angle XZA \Rightarrow \triangle AYH$  - равнобедрен. (отм  $YZ \parallel$ )

$\Rightarrow YA = AZ = 6$

2) По м. Менелая для  $\triangle YMC$  и  $BA$ :  $\frac{AC}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{CM}{BC} = 1$

$$\frac{18}{6} \cdot \frac{8}{ZM} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{12}{ZM} = 1 \Rightarrow ZM = 12;$$

3) По м. Менелая для  $\triangle ABC$  и  $YM$ :  $\frac{MC}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{YA}{YC} = 1$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{BZ}{6} \cdot \frac{6}{6+18} = 1 \quad \frac{BZ}{24} = 1; BZ = 24$$

4)  $AX \perp AZ$ ;  $AM \perp YZ$   
 $\triangle AYZ$  - равнобедрен  $\Rightarrow AM$  - медиана  $\Rightarrow M$  - середина  $YZ \Rightarrow$

$$\Rightarrow MZ = \frac{1}{2} YZ = \frac{8}{2} = 4$$

$\angle BZM = \angle MZA = \alpha$  (как вертикальные);  $\triangle AZM$ :  $\cos \alpha = \frac{MZ}{ZA} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$\triangle BZM$ ; по м. косинусов:  $BM^2 = BZ^2 + ZM^2 - 2 \cos \alpha \cdot BZ \cdot ZM =$

$$= 24^2 + 4^2 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 24 \cdot 4 = 12^2 \cdot (9 + 1 - \frac{4}{3} \cdot 2) = 12^2 \cdot (10 - \frac{8}{3}) = 12^2 \cdot \frac{22}{3}; BM = 12\sqrt{\frac{22}{3}}$$

$$BC = 24\sqrt{\frac{22}{3}} \quad \text{Ответ: } 24\sqrt{\frac{22}{3}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 \leq x \leq 6 \Rightarrow -1 \leq x \leq 6 \\ -1 \leq x \leq 6 \end{array} \right. \quad \text{также } x \geq 0 \quad y \Rightarrow 0 \leq x \leq 6$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2 \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{6-x}$$

$$\sqrt{x+1} = a, \quad \sqrt{6-x} = b, \quad a \geq 0, \quad b \geq 0$$

$$a^2 + b^2 = x + 1 + 6 - x = 7 \quad (1)$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$(a - b) = 2ab - 5$$

$$(a - b)^2 = (2ab - 5)^2$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = 4a^2b^2 - 20ab + 25$$

$$7 = 4a^2b^2 - 18ab + 25; \quad 4a^2b^2 - 18ab + 18; \quad 2a^2b^2 - 9ab + 9 = 0$$

$$(2b - 3) \cdot (2ab - 3)$$

$$2ab = 3 \quad \text{или} \quad 2b = \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{6-x} = 3$$

$$-x^2 + 5x + 6 = 9$$

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$D = 25 - 12 = 13$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} \quad y \Rightarrow x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}$$

$$0 \leq x \leq 6$$

$$y = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{6-x} = \frac{3}{2}$$

$$2(-x^2 + 5x + 6) = 9$$

$$-4x^2 + 20x + 12 = 9$$

$$4x^2 - 20x - 3 = 0$$

$$D = 100 + 48 = 148 = 4 \cdot 37 = 2\sqrt{37}$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{37}}{2}$$

$$0 \leq x \leq 6$$

$$y \Rightarrow x = \frac{10 + \sqrt{37}}{2}$$

$$y = \frac{10 + \sqrt{37}}{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2^{\circ} (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (11xy) \cdot (12xy^2) - (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (12xy) \cdot 5x1 = 2$$

По 1-й левой части вычитаем ~~равна~~  $12xy1 \Rightarrow$

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (11xy) \cdot (12xy^2) + (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (12xy) \cdot 5x1 > 0 \Rightarrow$$

$x \in \emptyset$

Ответ:  $\left( \frac{5 + \sqrt{13}}{2}, \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \right), \left( \frac{10 + \sqrt{13}}{5}, \frac{10 + \sqrt{13}}{5} \right)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} & |1| \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{8} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 & |2| \end{cases}$$

|2|: Анализируем возможные условия:

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (*)$$

$$x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x^2 - y^2) \cdot (x^2 + y^2) + (x - y) \cdot (x + y) \cdot 5 + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x - y) \cdot (x + y) \cdot (x^2 + y^2) + (x - y) \cdot (x + y) \cdot 5 + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

но по (\*)  $x \geq 0$  и  $y \geq 0$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (x + y) \cdot (x^2 + y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (x + y) \cdot 5 + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (x + y) \cdot (x^2 + y^2) + (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (x + y) \cdot 5 + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

Рассмотрим две случая:

1°  $\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$ ;  $\sqrt{x} = \sqrt{y}$ , но (\*),  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ , но  $\Rightarrow x = y$

Подставим в (1)

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

Несложно увидеть:  $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \\ 6+5x-x^2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 6 \\ (x+1) - (x-6) \leq 0 \end{cases} \Rightarrow x = 3.5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 \leq x \leq 2 \\ -1 \leq x \leq 6 \end{array} \right. \Rightarrow 0 \leq x \leq 6 \quad (3)$$

$$\sqrt{2x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(6-x) \cdot (x+1)}$$

$$2\sqrt{(6-x) \cdot (x+1)} + \sqrt{6-x} - \sqrt{2x+1} - 5 = 0$$

$$\sqrt{6-x} \cdot (2\sqrt{2x+1} + 1) = \sqrt{2x+1} + 5$$

$$\sqrt{6-x} = \frac{\sqrt{2x+1} + 5}{2\sqrt{2x+1} + 1} \quad (2\sqrt{2x+1} + 1 \neq 0)$$

$$6-x = \frac{(\sqrt{2x+1} + 5)^2}{(2\sqrt{2x+1} + 1)^2}$$

$$6-x = \frac{2x+6+10\sqrt{2x+1}}{4x+5+4\sqrt{2x+1}}$$

$$(6-x) \cdot (4x+5+4\sqrt{2x+1}) = 2x+6+10\sqrt{2x+1}$$

$$24x+30+24\sqrt{2x+1} - 4x^2 - 5x - 4x\sqrt{2x+1} = 2x+6+10\sqrt{2x+1}$$

$$10\sqrt{2x+1} = 4x^2 - 18x - 9$$

$$5\sqrt{2x+1} = 2x^2 - 9x - 2$$

$$25 \cdot 25 = (2x^2 - 9x - 2)^2$$

$$4x^4 + 81x^2 + 9 + 56x - 36x^2 - 8x = 25x + 25$$

$$4x^4 - 36x^2 + 56x - 8x + 11x - 29 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ \_  
ИЗ  
\_ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-3 \leq x - 3y \leq 5$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$5x - 1 \leq y$$

$$y \leq 3x + 1$$

$$y \leq 3x + 1$$

3.

$$|m+n| = 1$$

$$m \cdot (m+n)$$

$$m \cdot (m-3)$$

$$(m+n) \cdot (m+n-3)$$

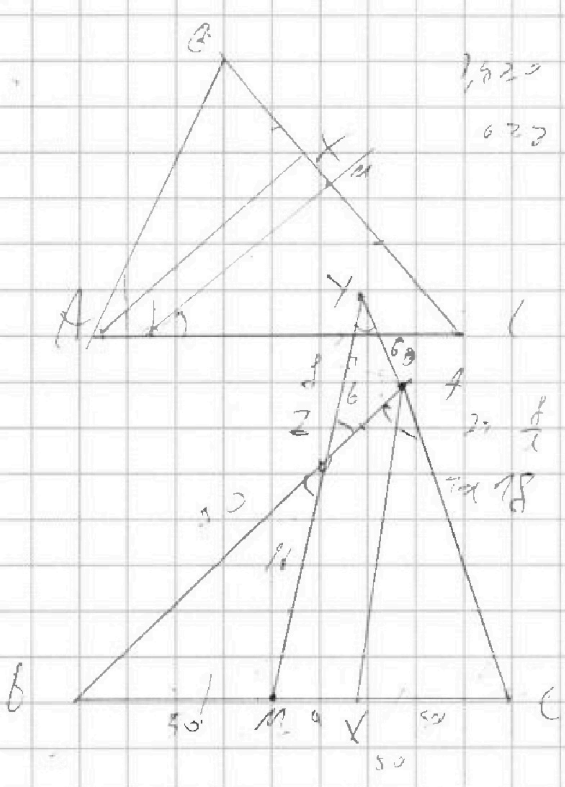
$$(m+n) \cdot (m+n-3)$$

$$p^2 - 4 = 15n^2$$

$$72p^2 + 3110$$

$$p(9p+31) = 0$$

$$m+n = 3$$



$$x^2 + 8x^2 + 4\sqrt{x} = y^2 + 6\sqrt{y} + 4\sqrt{y}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{z}{y}$$

$$x^2 + 8x^2 + 4\sqrt{x} = y^2 + 6\sqrt{y} + 4\sqrt{y}$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) + (\sqrt{x} + \sqrt{y}) + (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 + 4$$

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(an):  $a_n = a_1 + n(d-1) \quad d = 8 \quad \frac{9 \pm \sqrt{81}}{8} \Rightarrow d = \frac{9}{8}$        $206 - 0 + 6 + 5 = 0$        $2d - 0 + 6 + 5 = 0$        $\frac{1 \pm 5}{2} = 3$

$a_3 = a_1 + 5d - 3$ ;  $a_5 = a_1 + 5d - 5$ ;  $a_9 = a_1 + 9d - 9$        $t \cdot (29d + 1) + 4 - 5$

$a_1 + 5d - 3 = 3x + 3$ ;  $a_1 + 5d - 5 = (x^2 + 4x)^2$ ;  $a_1 + 9d - 9 = 3x^2$

$6d - 6 = 3x^2 - 3x - 5$        $5d - 5 = (x-1)^2 \cdot \sqrt{x^2 + 5x}$

$2d - 2 = x^2 - x - 1$

$d = \frac{x^2 - x + 1}{2}$        $x^2 - 5x + 8 = x^2 \cdot (x-1) \cdot (x+5)$

$2x + 1$        $2x^2 - 2x + 2 = 9$

$5d - 5 = (x-x^2) \cdot (x^2 + 5x)$        $x^2 - 5x - 9$

$a_3 = a_1 + 5d - 3$ ;  $a_5 = a_1 + 9d$ ;  $a_9 = a_1 + 9d$

$s_d = a_{11}d = 3x + 5$        $5d = 3x^2 - 3x - 5$

$a_{11} + 10d = \sqrt{x^2 + 5x} \cdot \sqrt{x}$        $2d = \sqrt{x^2 - x - 1} \cdot \sqrt{x}$

$a_{11} + 10d = 3x^2$        $2d = \sqrt{x^2 - x - 1} \cdot \sqrt{x}$

$s_d = 3x^2 - x^5 - 9x^5 - 5x^2$

$x^3 + 9x^5 + 5x^2$        $s_d = -x^7 - 5x^5 - x \cdot \sqrt{x} = -x^7 \cdot (x^2 + 5x + 1)$

$2d = \sqrt{x^5 + 9x^3 + 5x^2 - 3x - 3}$        $2x^2 + 8x + 5$

$3x^5 + 9x^3 + 5x^2 - 3x - 3 = 0$        $x = -1$

$x^2 + x - 7 = x^5 + 9x^3 + 5x^2 - 3x - 3$        $x^2 = \frac{5}{3}$

$x^2 + 9x^3 + 5x^2 - 2x - 2 = 0$        $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$

$(x^2 - \frac{2}{x}) \sqrt{x}$

$-5x^3 - 9x^2 - 5x + 5 = 0$

$-5x^3 \cdot (x+1) + 5x^2 \cdot (x+1) = 0$

$(5x^2) \cdot (-5x^2 + 5) = 0$

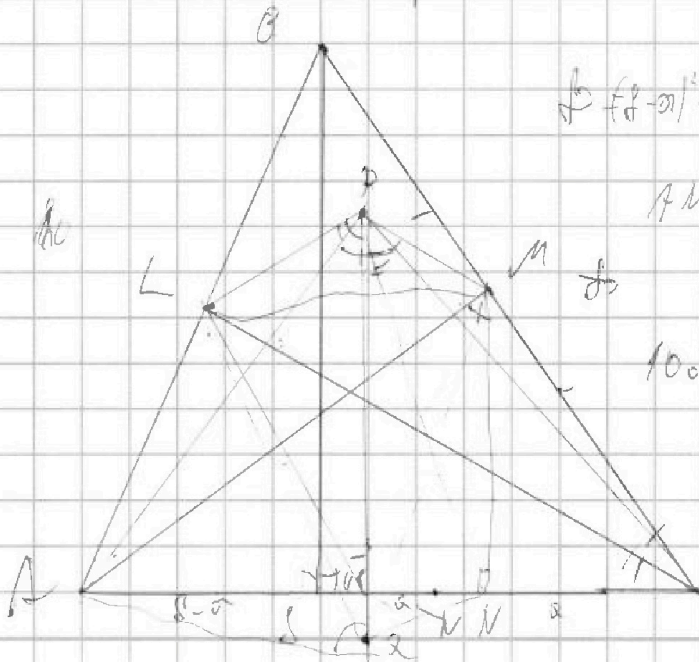
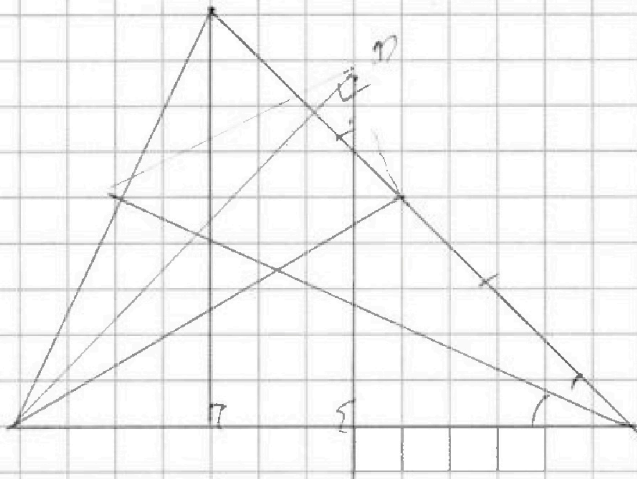
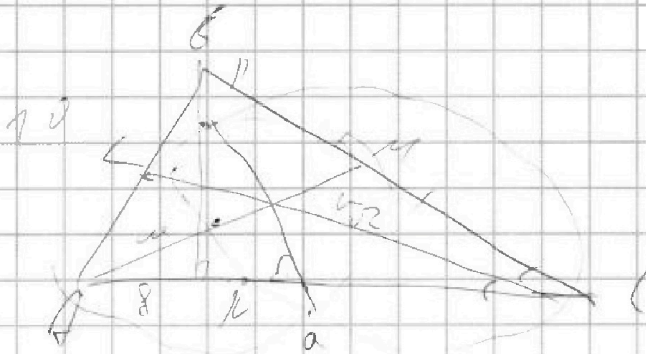


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{1}{2} (b^2 - a^2) = \frac{(a+b) \cdot d}{2}$$

$$56 \cdot d^2 =$$

$$d^2 \cdot (56 - 16a + a^2) = MN^2$$

ANB

$$\frac{d}{\sin \alpha} = AN$$

$$MN = d \cdot \sqrt{a^2 - 4a + 56}$$

$$16^2 - 4 \cdot 56$$

$$100 = 64 - 16a + a^2 + 16^2 \cdot \cos^2 \alpha$$

$$56 = 16a - a^2 + 16d^2$$

$$57 = 16a + a^2 + \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$52 \cdot d^2 = d^2 (16a + a^2) + MN^2$$

$$57 \cdot d^2 = d^2 (16a + a^2) = d^2 \cdot MN^2$$

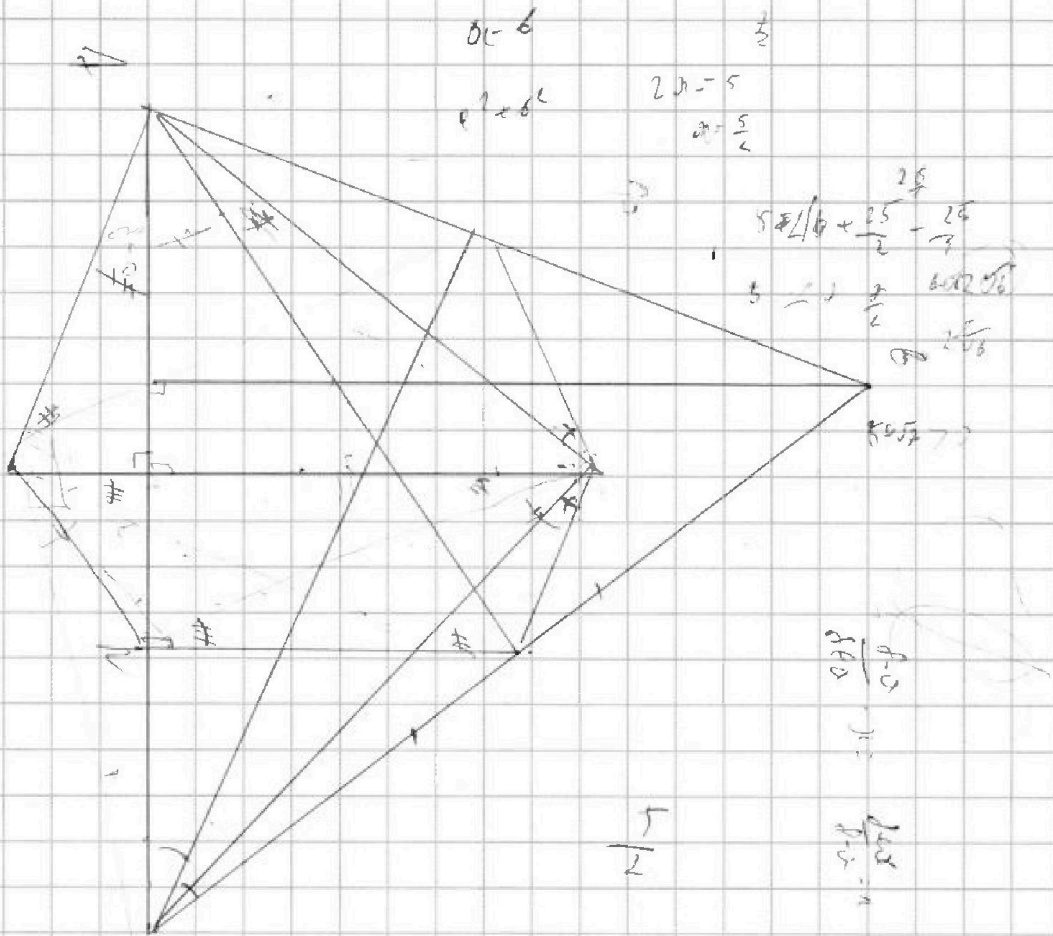


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 & \sin A = \frac{1}{\sqrt{10}} \\
 & \angle B = 90^\circ + \alpha + \beta \Rightarrow \\
 & 2\alpha + \beta = \alpha - \beta \\
 & (\sqrt{2}b^2 + 10ab + 25 = 9 - 22b \\
 & \sqrt{2}b^2 + 22ab + 15 = 0 \\
 & 2\sqrt{2}b^2 + 11ab + 5 = 0 \\
 & (ab + 1)(2\sqrt{2}b + 5)
 \end{aligned}$$

$\sqrt{10} \sqrt{13} \sqrt{29} \sqrt{24}$