



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}, \text{ девятый член равен } x + 3, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

$x \in \mathbb{R}$ т.к. $b_i \in \mathbb{R} \Rightarrow \left. \begin{matrix} (25x-9)/(x-6) > 0 \\ \frac{25x-9}{x-6} > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow x \in (-\infty; \frac{9}{25}] \cup (6; +\infty)$

$b_2 = \sqrt{(25x-9)/(x-6)} = b_1 \cdot 9^6$ b_1 - первый элемент прогр. 9 - коэф.

$b_3 = x+3 = b_1 \cdot 9^3$

$b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = b_1 \cdot 9^{14}$

$b_{15} \cdot b_2^3 = b_1^4 \cdot 9^{18} \cdot 9^{14} = (b_1 \cdot 9^8)^4 = (25x-9)/(x-6) \cdot \sqrt{(25x-9)/(x-6)} \cdot \sqrt{(x-6)^3} =$

$= (25x-9)/(x-6) \cdot \frac{25x-9}{x-6} = (25x-9)^2 \Rightarrow b_1 \cdot 9^8 = \sqrt{25x-9} \Rightarrow$

$\Rightarrow b_1 = \sqrt{25x-9} = x+3 \Rightarrow x=18$

$\begin{cases} \sqrt{25x-9} = x+3 \\ x+3 \geq 0 \\ -\sqrt{25x-9} = x+3 \\ x+3 \leq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} |25x-9| = x^2+6x+9 \\ x+3 \geq 0 \end{cases}$

1) $25x-9 \geq 0 \Rightarrow x^2+6x+9 = 25x-9 \Rightarrow x^2-19x+18=0 \Rightarrow x=18 \begin{matrix} 2-3 \\ 2-3 \end{matrix} \Rightarrow \text{подходит}$
 $x=1 \begin{matrix} 2-3 \\ 2-3 \end{matrix} \Rightarrow \text{подходит}$

2) $25x-9 \leq 0 \Rightarrow x^2+6x+9 = -25x+9 \Rightarrow x^2+31x=0 \Rightarrow x=0 \begin{matrix} 2-3 \\ 2-3 \end{matrix}, \frac{9}{25} \Rightarrow \text{подходит}$
 $x=-31 \leq -3$ - не подходит

$\begin{cases} |25x-9| = x^2+6x+9 \\ x+3 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (25x-9) = x^2+6x+9 \\ x+3 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow x^2+31x=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} x=0 \begin{matrix} 2-3 \\ 2-3 \end{matrix} \Rightarrow \text{не подходит} \\ x=-31 \leq -3 - \text{не подходит} \end{cases}$

~~$x=18$ не подходит~~
 ~~$x=1$ не подходит~~

~~$x=0$ не подходит~~
 ~~$x=-31$ не подходит~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверка:

$x=1$ не подходит, т.к. $(25x-9)(x-6) < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow b_2 \in \mathbb{R}$

$x=-31$ не подходит. т.к. $b_2 > 0$, $b_9 < 0$, а
такого не может быть, т.к. $\frac{b_9}{b_2} = q^2 \geq 0$, а при $x=-31$
 $q^2 < 0 \Rightarrow$ противоречие

$x=0$ подходит $b_2 = 3\sqrt{6}$
 $b_9 = 3$ ~~$q = \frac{1}{\sqrt{6}}$~~
 $b_5 = \frac{2}{6\sqrt{6}}$ $q = \frac{1}{\sqrt{6}}$

$x=18$ подходит $b_2 = 25\sqrt{12}$
 $b_9 = 21$ $q = \frac{1}{\sqrt{12}}$
 $b = \frac{25}{\sqrt{12}}$

Ответ: $\{0; 18\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
/ ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos^2 x + 10$$

$$p \cos 3x +$$

$$p(4 \cos^2 x - 3 \cos x) + \cos x(3p+12) = 12 \cos^2 x - 6 + 10$$

$$\cos x (p \cdot 4 \cos^2 x - 3p + 3p + 12) = 12 \cos^2 x + 4$$

$$\cos x (4p \cos^2 x + 12) = 12 \cos^2 x + 4$$

Пусть $a = \cos x$, тогда $a \in [-1; 1]$

$$4p \cdot a^3 - 12a^2 + 12a - 4 = 0$$

$$f(a) = pa^3 - 3a^2 + 3a - 1 = 0$$

$$f'(a) = 3pa^2 - 6a + 3 = 3(pa^2 - 2a + 1) \geq 0$$

или $p \geq 1 \Rightarrow$ или $p \geq 1$ $f(a) \uparrow$

$$f(1) = p - 1 \geq 0 \text{ или } p \geq 1$$

$$f(-1) = -p - 2 < 0 \text{ или } p \geq 1$$

$$f(a) = (p-1)(a-1)^3 + (p-1)a^3 \Rightarrow f(a) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a-1}{a}\right)^3 = 1-p \Rightarrow \left(1 - \frac{1}{\cos x}\right)^3 = 1-p \Rightarrow p \neq 0$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{\cos x} = \sqrt[3]{1-p} \Rightarrow \frac{1}{\cos x} = \sqrt[3]{1-p} - 1$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}, \text{ чтобы решение было,}$$

нужно, чтобы $\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \in [-1; 1] \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{1-p} - 1 \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$$

$$\sqrt[3]{1-p} \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$$

$$1-p \in (-\infty; 0] \cup [8; +\infty)$$

$$p-1 \in (-\infty; -8] \cup [0; +\infty) \Rightarrow p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$$

$$\text{При этих } p \quad x = \pm \arccos \left(\sqrt[3]{|p-1|} - 1 \right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: при } p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$$

$$x = \pm \arccos \left(\sqrt[3]{|p-1|} - 1 \right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

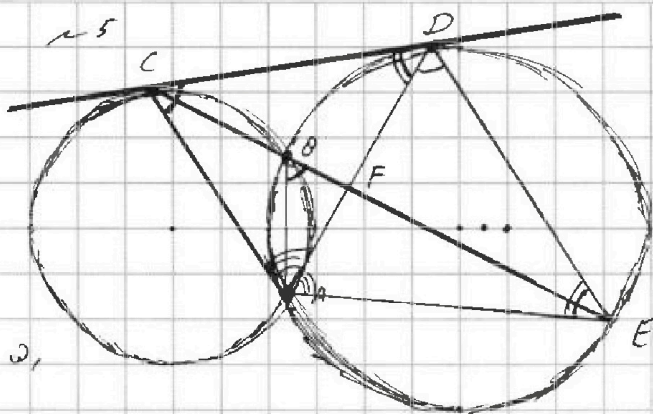


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$ED \parallel CD - ?$

$AD \cap CE = F$

$$\frac{CF}{FE} = \frac{2}{3}$$

1) $\angle ACD = 90^\circ - \angle CA = 180^\circ - \angle ABE$ (т.к. CD-касат.)
 $\angle ACD = \angle ABC = 180^\circ - \angle ABE$
 $\angle ABE = \angle ADE$ (из впис. ABDE) \Rightarrow

$$\Rightarrow \angle ACD = 180^\circ - (180^\circ - \angle ADE) = \angle ADE$$

2) $\angle CDA = \angle DEA$ (т.к. CD-касат к ω_2)
 $\angle ACD = \angle ADE$ (из п. 1) $\Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle ADE$ - подобны =,

$$\Rightarrow \angle CAD = \angle DAE \Rightarrow \frac{S_{\triangle ACF}}{AC} = \frac{S_{\triangle AFE}}{AE} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ACF}}{S_{\triangle AFE}} = \frac{AC}{AE} = \frac{h \cdot CF}{h \cdot FE} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD} = k - \text{коэф. подобия } \triangle$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{2}{3} = \frac{r_1}{r_2} \quad (\text{т.к. } O \in CE)$$

(т.к. все E-образ т.с при поворотной гомотетии с ч. с.т. А)

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

(свойство)

Ответ: $\frac{2}{3}$

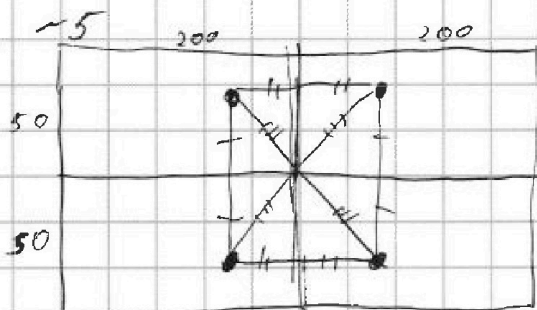
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



← рис. для П. 1

1) Попробуем, что если товар раскраска обладает

симметрией относительно центра, и какой-то осью, то она сим. еще и относительно другой оси. А так же ж.е., что если она сим. относ. 2-ух осей, то она так же сим. относ. центра.

Это легко понять след. образом:

рассмотрим закр. клетку и рассмотрим на её образ при 2-ух симметриях, получится 3 образа, которые образуют прямоугольник с центром в центре исходного прямоуго. 400×100 , так сделаем для каждой точки и получим, что раскраска сим. относ. 2-ух осей и центра.

2) Сделать раскр. сим. относ. 1-ой оси C_{20000}^4 (т.к. досплатом расположить 4 клетки в одной половине, а потом отразить

Сделать раскраску, сим. относ. центра так же C_{20000}^4 способов, т.к. досплатом раскрасить 4 клетки в 1-ой половине большого прямоуго. а затем отразить эту половину, относ. центра прямоуго. 400×100

Таким образом осталось вычислить из $C_{20000}^4 \cdot 3$ общие случаи, и получим ответ.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Как мы доказали ранее, если раскр. сим.
относительно 2-ух осей или оси и центра,
то она сим. относит. 2-ух осей и центра,
=> мы рассмотрим пересечение 2 линий
раза. Раскраск, когда ^{запр. клетки} одна точка сим. относ.
и 2-ух осей и центра C_{10000}^4 , т.к. достаточно
поставить 4 клетки в 1-ой четверти,
а затем они построится образы вобр. точек.
Итого способов сделать нужную раскр. $C_{20000}^8 +$
 $+ C_{20000}^8 + C_{20000}^8 - 2 \cdot C_{10000}^4 = 3C_{20000}^8 - 2C_{10000}^4$
Ответ: $3C_{20000}^8 - 2C_{10000}^4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a < b$

$(a, b, c) \in \mathbb{Z}$

$$\begin{cases} a < b \\ (b-a) \not\equiv 3 \\ (a-c)/(b-c) = p^2 \\ a^2 + b = 710 \end{cases}$$

Т.к. ~~для~~ $a < b \Rightarrow a-c < b-c$

$(a-c)/(b-c) = p^2$, где p^2 делителем только $(1; -1; p; -p; p^2; -p^2)$

$\Rightarrow \begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \\ a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases}$ (остальные варианты невозможны из-за т.к. $a-c < b-c$)

$\Rightarrow b-a = p^2 - 1$, т.к. $\begin{cases} p^2 \equiv 1 \pmod{3} \\ p = 3 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} b-a \equiv 3 \\ b-a = 3^2 - 1 \end{cases}$ - невозможно, т.к. по усл. $(b-a) \not\equiv 3$

$\Rightarrow b-a = 8 \Rightarrow a = b-8$

Решим уравнение $a^2 + b = 710$, т.к. $a = b-8 \Rightarrow$

$\Rightarrow (b-8)^2 + b = 710 \Rightarrow b^2 - 16b + 64 + b = 710 \Rightarrow b^2 - 15b - 646 = 0$

$\Rightarrow (b-34)(b+19) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 34 \Rightarrow a = 26 \Rightarrow 26-c = 1 \Rightarrow c = 25 \\ b = -19 \Rightarrow a = -27 \Rightarrow b-c = -19-c = -1 \Rightarrow c = -18 \end{cases}$

Проверка: $\begin{cases} a=26 \\ b=34 \\ c=25 \end{cases} \quad \begin{cases} a=-27 \\ b=-19 \\ c=-18 \end{cases}$ Все тройки подходят

- $a < b \oplus$
- $b-a \not\equiv 3 \oplus$
- $(a-c)/(b-c) = 9 = 3^2 \oplus$
- $a^2 + b = 710 \oplus$
- $a, b \in \mathbb{Z} \oplus$
- $a < b \ominus$
- $(b-a) \not\equiv 3 \ominus$
- $(a-c)/(b-c) = 9 = 3^2 \ominus$
- $a^2 + b = 729 - 19 = 710 \ominus$
- $a, b \in \mathbb{Z} \ominus$

Ответ: $(26; 34; 25) (-27; -19; -18)$

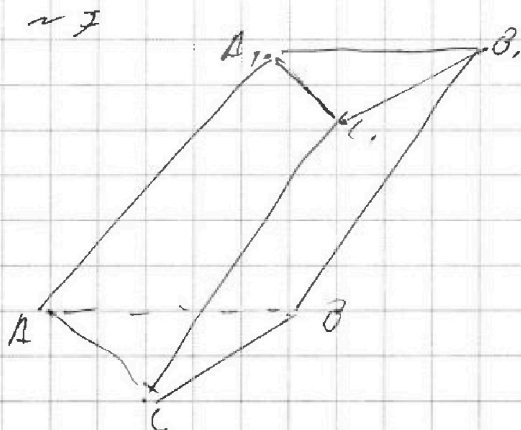


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
/ ИЗ /

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Ал. $ABCA_1B_1C_1$ - *призма*

$$AB = 1$$

$$S_{AA_1C_1C} = 3 = S_{AA_1B_1B}$$

$$S_{CC_1B_1B} = 2$$

$$AB = 1$$

$$S_{AA_1C_1C} = S_{AA_1B_1B} = 3 \Rightarrow \text{т.к. } AA_1C_1C \text{ и } AA_1B_1B -$$

параллелограммы с равными основаниями \Rightarrow

\Rightarrow их высоты равны \Rightarrow грани

AA_1C_1C и AA_1B_1B - параллельны по одной стороне

и по углу $\angle A_1$.

$$h_1 = h_2 = 3/1 = 3$$

$h_3 = x$

$$h_3 = 2/1 = 2$$

С помощью этого получим объем = $2\sqrt{2}$

(Ответ) $2\sqrt{2}$

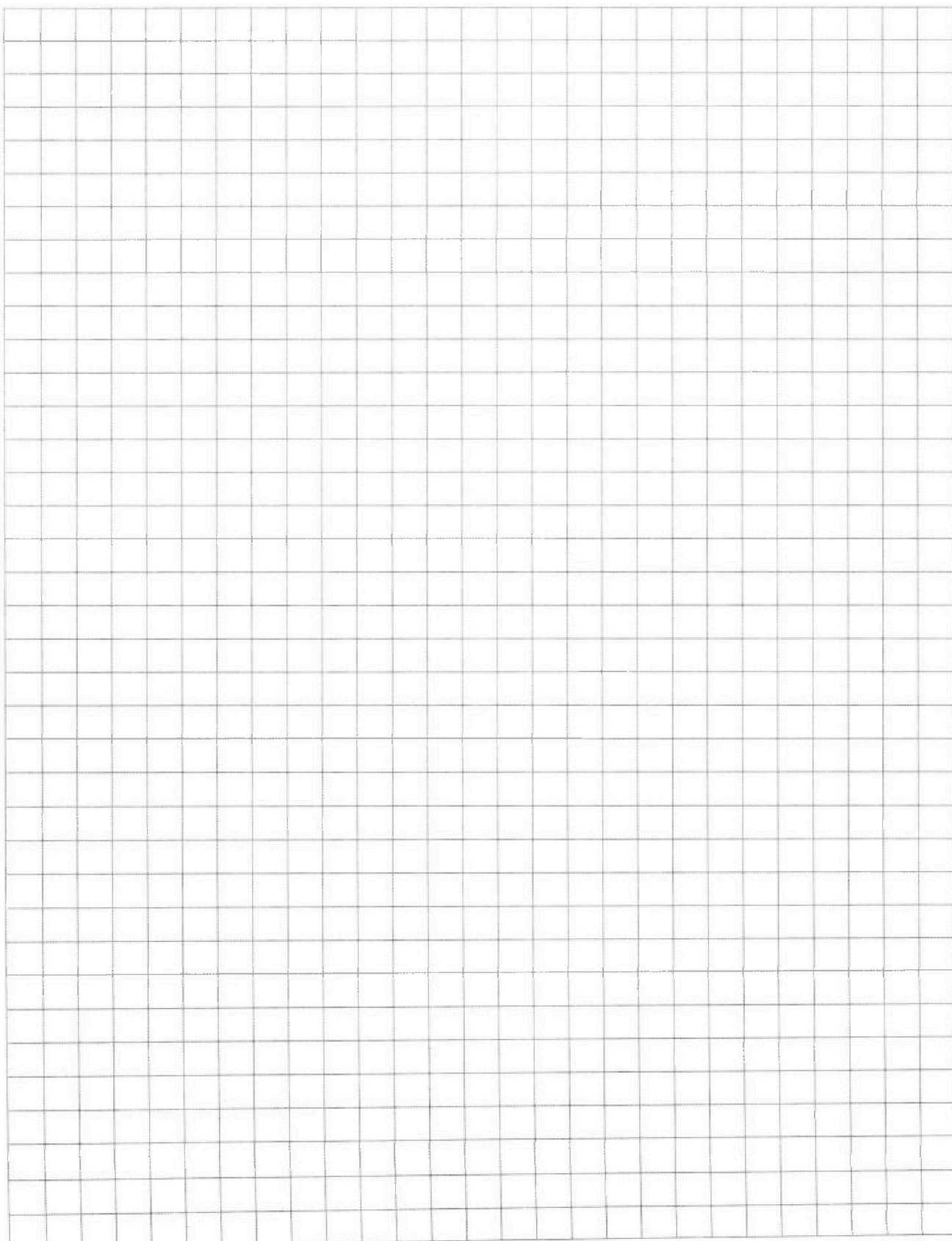


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

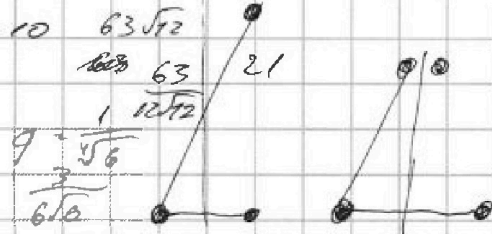
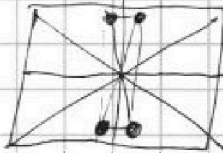
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$50 \sqrt{2} = 50 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 25 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 12$$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cdot \cos 2x + 10 \quad 63\sqrt{2}$$

$$2p \leq 3p+4$$

4. В. А. М. К.



$$(4 \cos^3 x - 3 \cos x) p + 3(p+4) \cos x = 6 \cdot (2 \cos^2 x - 1) \cdot 4 + 10$$

$$\cos x \cdot p \cdot (4 \cos^2 x - 3) + 3(p+4) \cos x = 12 \cos^2 x + 4$$

$$\cos x (4p \cos^2 x - 3p + 3p + 12) = 12 \cos^2 x + 4$$

$$\cos x (4p \cos^2 x + 12) = 12 \cos^2 x + 4$$

$$\cos x (p \cos^2 x + 3) = 3 \cos^2 x + 1$$

$$a(p a^2 + 3) = 3a^2 + 1$$

$$p \cos^2 x - 3 \cos x + 3 = \frac{1}{\cos x}$$

$$p \cos^2 x = \frac{1}{\cos x} + 3 \cos x - 3$$

$$p a^3 - 3a^2 + 3a - 1 = 0$$

$$3p a^2 - 6a + 3 = 0$$

$$\sqrt{3} \cdot 6 = 3\sqrt{6}$$

$$x^4 = 9$$

$$x^2 = 3$$

$$x = \pm \sqrt{3} \quad p - 3 + 3 - 1 = p - 1$$

$$x \approx 1.73$$

$$x + 42 \leq 1$$

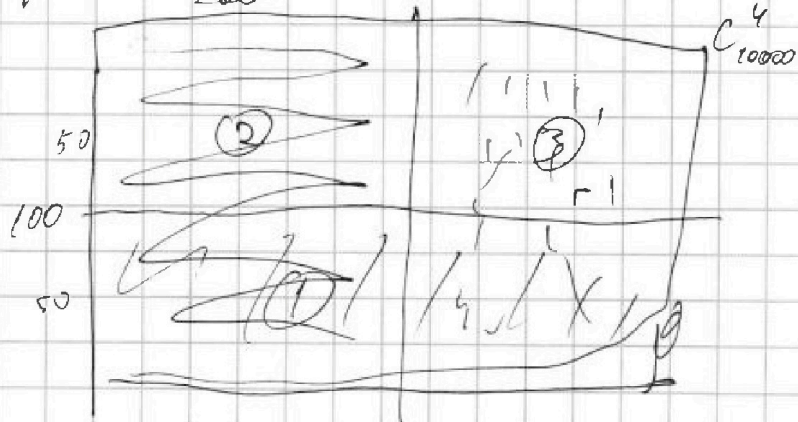
$$x^2 - 4x + 4 + 2 \geq 0$$

$$x^2 - 2^2 \geq 0 \quad x \in [2; 9]$$

$$x^4 = a^2$$

$$x^2 = |a|$$

$$x = \pm \sqrt{|a|}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$27^2 - 19 =$
 $\times CR$
 22
 22
 44
 22
 66
 22
 88
 22
 110
 22
 132
 22
 154
 22
 176
 22
 198
 22
 220
 22
 242
 22
 264
 22
 286
 22
 308
 22
 330
 22
 352
 22
 374
 22
 396
 22
 418
 22
 440
 22
 462
 22
 484
 22
 506
 22
 528
 22
 550
 22
 572
 22
 594
 22
 616
 22
 638
 22
 660
 22
 682
 22
 704
 22
 726
 22
 748
 22
 770
 22
 792
 22
 814
 22
 836
 22
 858
 22
 880
 22
 902
 22
 924
 22
 946
 22
 968
 22
 990

$646/2$
 323
 323
 5
 13
 17
 19
 $69 = x + 3$
 $b_9 = x + 3$
 $b_{15} = \sqrt{\frac{25x+9}{x-6}}$
 $b_7 = \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}}$
 $b_9 = x + 3$
 $b_{15} = \sqrt{\frac{25x+9}{x-6}}$
 $b_7 = \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}}$
 $169 = 4 + 34 =$
 $400 + 226 + 34 = 710$
 $(25x-9)(x-6) \geq 0$
 $b_7 \cdot b_{15} = b_{11}^2 = \frac{25-9}{x-6} \Rightarrow b_{11} = \sqrt{\frac{16}{x-6}} = 1 \cdot b_{11}$
 $(b_7 \cdot b_{15})^3 = b_7^3 \cdot b_{15}^3 = b_7^4 \cdot b_{15}^4 \Rightarrow (b_7 \cdot b_{15})^6 = (25x-9)(x-6) \cdot \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}}$
 $= (25x-9)^2 \Rightarrow b_7 \cdot b_{15} = b_9 = \sqrt{25x-9} = x+3 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 25x-9 = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow x^2 - 19x - 18 = 0$
 $a < b$
 $b \neq a$ (mod 3)
 $(a-c)(b-c) = p^2$
 $a^2 + b^2 = 710$
 $a-c=1$
 $b+c=p^2$
 $a > c \geq 1$
 $b/c = -p^2$
 $b^2 - 15b + 64 = 710$
 $b^2 - 15b - 646 = 0$
 $(b-3)^2 + b = 710$
 $a-c=1$
 $b-c=p^2$
 $a-c=1$
 $b-c=-1$
 $646/2$
 323
 323
 12
 153
 $18^2 - 1 =$
 $= 81 \cdot 9 - 1 =$
 $= 324 - 1 =$
 323
 $34 - 19 =$
 $x = 6$
 $x \in (-\infty; \frac{9}{25}] \cup (6; +\infty)$
 $p=3$
 $\beta = 1 \text{ mod } 3$
 $a^2 + 210 =$
 $b-a = p^2 - 1$
 $b-a = 8$
 $b-a = p^2 - 1$
 $a = b - p^2 + 1$
 01
 02
 10
 12
 20
 $(21) +$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y+2 = (x+2)^2 + 4$$

$$x+5 = x$$

$$x+5 + 1 - x - 42 = 2\sqrt{(x+5)(1-x-42)}$$

$$= 10 - 42 = 2\sqrt{x-x^2-4x2-5x+5-202}$$

$$= 10 - 42 = 2\sqrt{-x^2-4x+4x2+5-202}$$

$$4y = 4x - 2x^2 + 2$$

$$x+5 + 1 - x - 42 = 2\sqrt{-x^2-4x+4x2+5-202} + 16x = 4\sqrt{x+5} + 4\sqrt{1-x-42}$$

$$= 4y - 16x - 4x^2 - 42$$

$$p(\cos 3x + 3) + 4 \cos 2x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x + 3) \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\cos x (4p \cos^2 x - 3p + 3p + 12) = 12 \cos^2 x + 4$$

$$\cos x (4p \cos^2 x + 12) = 12 \cos^2 x + 4$$

$$\cos x (p \cos^2 x + 3) = 3 \cos^2 x + 1$$

$$a(pa^2 + 3) = 3a^2 + 1$$

$$px^3 + 3x - 3x^2 - 1 = 0 \quad x \in [-1; 1]$$

$$3px^2 + 3 - 6p = 0 \quad px^3$$

$$px^2 \quad x=1 \quad px \quad p=0 \quad p=$$

$$p \geq 1 \Rightarrow 3px^2 + 3 - 6x = 0$$

$$px^2 + 1 - 2x = 0$$



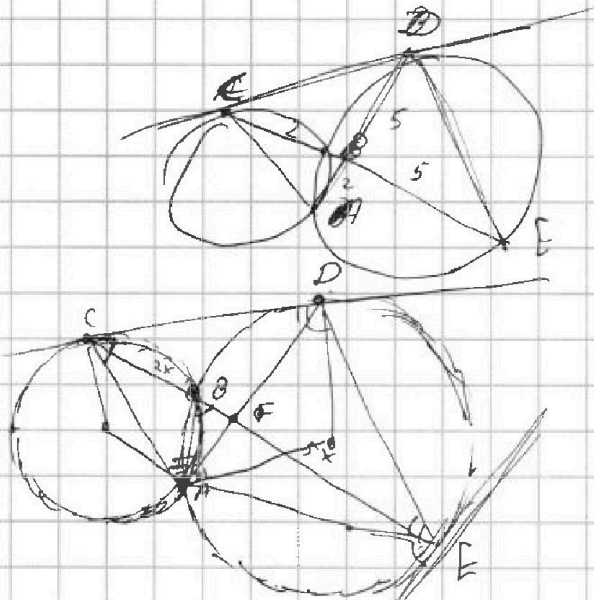
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1
5
6



$$\frac{AE}{\sin \angle ADE} =$$

$$\frac{ED}{\sin \angle CDE}$$

AD

$$CB \cdot CE = CD^2$$

$$CD - 2x = CD^2$$

ACD
ADE

$$\frac{AE}{AD} = \frac{\sin \angle ADE}{\sin \angle ACD}$$

$$\frac{CD}{AE} = \frac{AC}{AD} = \frac{AD}{AE}$$

$\triangle ACD \sim \triangle ADE$

$$AD^2 = AC \cdot AE = 2x^2$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{S_{ACF}}{S_{AFE}} = \frac{2}{5}$$

