

$$3^2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5$$

$$630 = 21 \cdot 3 \cdot 10 = 3^2 \cdot 7 \cdot 10$$

1, 2, 3, 5, 7,

-3, 3, 7, 9, 21, 30, 63, 70, 90,



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



$$289 + 630 - 4$$

$$\begin{array}{r} 630 \\ - 4 \\ \hline 626 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2520 \\ - 289 \\ \hline 2809 \end{array}$$

X [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)}, \text{ девятый член равен } x+3, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

X [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{array}{r} 53 \\ - 17 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 10712 \\ - 217 \\ \hline 10713 \end{array}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

$$\begin{array}{r} 10713 \\ - 53 \\ \hline 10713 \end{array}$$

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

X [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

$$\begin{array}{l} a < b \\ b - a \not\equiv 0 \pmod{3} \end{array}$$

$$a \equiv 0 \pmod{3} \quad b \equiv 1 \pmod{3}$$

$$71 \cdot 2 \cdot 5$$

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.

$$a^2 + b = 710$$

$$\begin{cases} (a-c)(b-c) = p^2 \cdot 107 \\ a-c = p \\ b-c = p \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} = \sqrt[2]{9^6}$$

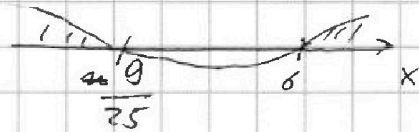
$$b > 0, g \neq 0$$

$$a_9 = \sqrt{x+3} = \sqrt[2]{9^8}$$

$$x+3 > 0 \quad x > -3$$

$$a_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = \sqrt[2]{9^{14}}$$

$$(25x-9)(x-6) > 0$$



$$\frac{a_{15}}{a_9} = \left(\frac{a_9}{a_7}\right)^3$$

ограничение на x
 $\downarrow x \in (-3; \frac{9}{25}) \cup (6; +\infty)$

$$a_{15} \cdot a_7 = a_9^4$$

$$x \in (-3; \frac{9}{25}) \cup (6; +\infty)$$

$$\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \cdot \sqrt{(25x-9)(x-6)^3} = (x+3)^4$$

$$(25x-9)^2 = (x+3)^4$$

$$(x+3)^2 = \sqrt{25x-9}$$

$$1. \quad x < \frac{9}{25}$$

$$x^2 + 6x + 9 = -25x + 9$$

$$x^2 + 31x = 0$$

$$x(x+31) = 0$$

$$x = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ ①}$$

$$x = -31 \text{ (не подходит из-за ограничения)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. \quad x > \frac{9}{25}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25x - 9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$(x - 18)(x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x = 18 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 18 \\ x = 1 \text{ (не подходит из-за ограничения на } x) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 18$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x = 0 \\ x = 18 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. \begin{cases} a-b=1 \\ ab=2,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=b+1 \\ b^2+b-2,5=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=b+1 \\ 2b^2+2b-5=0 \end{cases} \Rightarrow \frac{D}{4} = 1+10=11$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=b+1 \\ b = \frac{\sqrt{11}-1}{2} \\ b = \frac{-\sqrt{11}-1}{2} \text{ не соотв. } \textcircled{X} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{\sqrt{11}+1}{2} \\ b = \frac{\sqrt{11}-1}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+5} = \frac{\sqrt{11}+1}{2} \quad \sqrt{1-x} = \frac{\sqrt{11}-1}{2}$$

$$x+5 = \frac{12+2\sqrt{11}}{4} \quad 1-x = \frac{12-2\sqrt{11}}{4}$$

$$x+5 = 3 + \frac{\sqrt{11}}{2} \quad x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$-2 + \frac{\sqrt{11}}{2} \geq 1 \Rightarrow -2 + \frac{\sqrt{11}}{2} < 1 \quad \textcircled{\checkmark}$$

$$\frac{\sqrt{11}}{2} \geq 3$$

$$\sqrt{11} \leq 5$$

Ответ: $\begin{cases} x = -2 - 2\sqrt{2} \\ y = 5 \\ z = 0 \\ x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2} \\ y = 5 \\ z = 0 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b = -2 \\ a - b = 1 \end{cases}$$

$$a - b + 4 = 2ab$$

$$\begin{cases} -2 + 4 = 2ab \\ 1 + 4 = 2ab \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2ab = 2 \\ 2ab = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab = 1 \\ ab = 2,5 \end{cases}$$

$$1. \begin{cases} a - b = -2 \\ ab = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = b - 2 \\ (b - 2)b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = b - 2 \\ b^2 - 2b - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = b - 2 \\ b = \sqrt{2^2 + 1} \\ b = -\sqrt{2^2 + 1} < 0 \text{ (X)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt{2^2 + 1} - \frac{D}{4} = 1 + 1 = 2 \\ b = \sqrt{2^2 + 1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt{2^2 - 1} \\ b = \sqrt{2^2 + 1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} = \sqrt{2^2 - 1} \\ \sqrt{1-x} = \sqrt{2^2 + 1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+5 = 3 - 2\sqrt{2^2} \\ 1-x = 3 + 2\sqrt{2^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 - 2\sqrt{2^2} \\ x = -2 - 2\sqrt{2^2} \end{cases}$$

$$-2 - 2\sqrt{2^2} \vee -5$$

$$2 + 2\sqrt{2^2} \wedge 5$$

$$2\sqrt{2^2} \wedge 3$$

$$3 < 8 \Rightarrow -2 - 2\sqrt{2^2} > -5 \text{ (✓)}$$

$$y = 5, z = 0, x = -2 - 2\sqrt{2^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+2} \\ |y+4| + |y-5| = \sqrt{81-z^2} \end{cases} \quad x \geq -5$$

1. ~~$y=5 \Rightarrow |y+4| = 9, |y-5| = 0 \Rightarrow 9 = \sqrt{81-z^2}$~~

$$\sqrt{81-z^2} = 9 \Rightarrow 81-z^2 = 81 \Rightarrow z^2 = 0 \Rightarrow z = 0$$

$$\sqrt{31-z^2} \leq 9$$

$$y+4 \geq 9$$

$$y = 5, z = 0$$

$$|y-5| \geq 0$$

$$|y-5| + |y+4| = \sqrt{81-z^2}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$x+5 \geq -1-x$$

$$x \geq -5 \quad x \leq 1$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{1-x}\sqrt{x+5}$$

$$x+5 = \sqrt{x+5}, \quad b = \sqrt{1-x}$$

$$\begin{cases} a-b+4 = 2\sqrt{ab} \\ a^2+b^2=6 \end{cases} \Rightarrow (a-b)^2 = (2\sqrt{ab}-4)^2$$

$$a-b+4 = a^2+b^2 - (a-b)^2$$

$$a^2+b^2=6$$

$$(a-b)+4 = 6 - (a-b)^2$$

$$\begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \end{cases}$$

Пусть $t = (a-b), t \in \mathbb{R} \Rightarrow$

$$t^2 + t - 2 = 0 \Rightarrow (t+2)(t-1) = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \end{cases}$$

$$\sqrt{81-z^2} \leq 9$$

$$y > 5 \Rightarrow \begin{cases} y+4 > 9 \\ 4(y-5) > 0 \end{cases} \Rightarrow |y+4| + 4|y-5| > 9 \quad (\otimes)$$

$$y < -4 \Rightarrow \begin{cases} 4|y-5| > 36 \\ |y+4| + 4|y-5| > 36 \end{cases} \quad (\otimes)$$

$$y \in [-4; 5] \Rightarrow y+4-4y+20 = 24-3y = \sqrt{81-z^2}$$

↑
это y

$$f(y) = 24 - 3y$$

$$f'(y) = -3 \Rightarrow y \downarrow, y \in [-4; 5] \Rightarrow$$

\Rightarrow наименьшее значение в точке $y = 5 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 24 - 3 \cdot 5 = 9 \rightarrow \text{минимальное значение} \Rightarrow f(y) = 9$$

$$\sqrt{81-z^2} \leq 9$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{81-z^2} = 9 \\ f(y) = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = 0 \\ y = 5 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3(p+4) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x = 12 \cos^2 x - 6 + 10$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$$

Пусть $t = \cos x, t \in [-1; 1]$

$$p t^3 - 3 t^2 + 3 t - 1 = 0$$

$$p \cos^3 x = 3 \cos^2 x - 3 \cos x + 1$$

$$p \cos^3 x = 3 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 \quad \text{Пусть } t = \cos x, t \in [-1; 1]$$

$$f(t) = 3t^2 - 3t + 1 \rightarrow \begin{matrix} \text{max} \\ \text{min} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{max} \\ \text{min} \end{matrix} = 3 \cdot \frac{1}{4} - 3 \cdot \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{4}$$

$$t_0 = \frac{-3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$3t^2 - 3t + 1$$

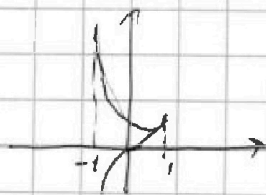
$$\text{max} \quad \text{max} \\ \text{min} = \text{max}(f(-1), f(1)) = \max(3 + 3 + 1, 3 - 3 + 1) = 7$$

$$\begin{cases} p \cos^3 x \geq \frac{1}{4} \\ p \cos^3 x \leq 7 \end{cases} \Rightarrow$$

~~решение есть~~
 ~~$\cos^3 x \geq \frac{1}{4}$~~

$p \in (\frac{1}{4}, \frac{1}{4}]$ - решение нет
 $p \in (-7, \frac{1}{4})$ - решение нет

\Downarrow
 $p \in (-\infty, -7] \cup [\frac{1}{4}, +\infty)$ - решение есть всегда.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$$

$$p \in (-\infty, -7] \cup [\frac{1}{4}; +\infty)$$

$$p > \frac{1}{4}$$

$$\cos x \geq 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \cos x > 0 \\ \cos x < 1 \end{array} \right.$$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x$$

$$6 \cos 2x + 10$$

$$p \cos^3 x = 3 \cos^2 x - 3 \cos x + 1$$

$$p t^3 - 3 t^2 + 3 t - 1 = 0$$

$$t = \sqrt[3]{\frac{1}{p}}$$

$$1. p > \frac{1}{4} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \cos x > 0 \\ \cos x < 1 \end{array} \right.$$

~~COS X > 0~~

~~p~~

$$(A t - 1)(B t^2 + C t - 1) = 0$$

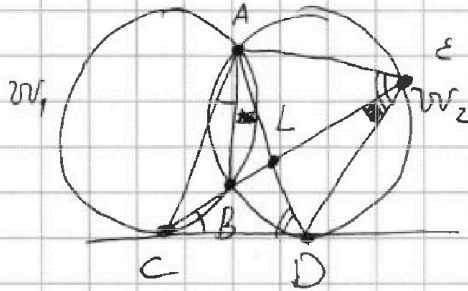


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$CL = 2x, \quad LE = 5x$$

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

Дано: $w_1, w_2,$

$$w_1 \cap w_2 = \{A, B\},$$

CD - кас. w_1 и $w_2,$

$$CD \cap w_1 = C, \quad CD \cap w_2 = D,$$

$$CB \cap w_2 = \{B, E\},$$

$$AD \cap CE = L,$$

$$\frac{CL}{LE} = \frac{2}{5}$$

И-ти: $\frac{EB}{CD} = ?$



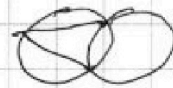
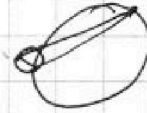
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

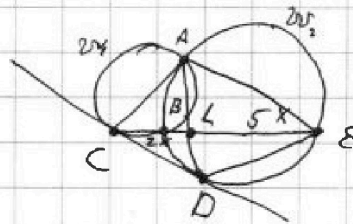
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

f



$$CL = \underline{CB} + \underline{BL}$$

$$\frac{CL}{LE} = \frac{2x}{5-x}$$

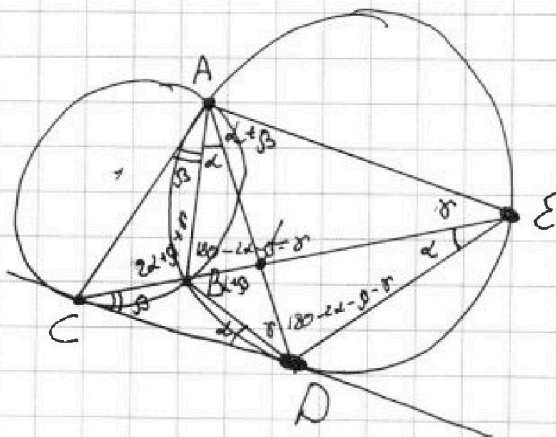


$$180 - 2\alpha - \beta$$

$$180 - 2\alpha - \beta$$

$$\triangle CED \sim \triangle ALB \Rightarrow \frac{CE}{AL} = \frac{CD}{BL} = \frac{DE}{AB}$$

$$\frac{CL}{LE} = \frac{2x}{5-x}$$



$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$\triangle CDE \sim \triangle$$

$$\triangle ALE \sim \triangle BLD$$

$$\alpha + 180 - 2\alpha - \beta + \frac{2\alpha + 2\beta}{2} = 2 + \beta$$

$$\frac{BL}{LE} \cdot \frac{BL}{LE} = \frac{BD}{AE} = \frac{AL}{AL}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. \begin{cases} b-c=p \\ a-c=p \end{cases} \quad \text{м.к. } b-a=a-c$$

$$b-a=a, \text{ т.к. } b>a \quad \text{X}$$

$$3. \begin{cases} b-c=-1 \\ a-c=p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=c-1 \\ a=c+p^2 \end{cases}$$

$$b-a=p^2-1 \Rightarrow p=3 \Rightarrow \begin{cases} b=c-1 \\ a=c-9 \end{cases}$$

$$(c-9)^2 + c - 1 = 710$$

$$\text{делителями } 630 = 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5$$

$$c^2 - 18c + 81 + c - 1 = 710 \quad \uparrow, \uparrow$$

$$c^2 - 17c = 630$$

$$c^2 - 17c - 630 = 0$$

$$(c-17)(c-63) = 0$$

$$c_1 + c_2 = 630$$

$$c_1 + c_2 = 17$$

$$D = 289 + 4 \cdot 630$$

$$D = 289 + 630 \cdot 4 = 2809 = 53^2$$

$$\begin{cases} c = \frac{53+17}{2} \\ c = \frac{-53+17}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 35 \\ c = -18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 35 \\ a = 26 \\ b = 34 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = -18 \\ b = -19 \\ a = -27 \end{cases}$$

$$(a=26; b=34; c=35);$$

$$\text{Ответ: } (a=26; b=34; c=25); (a=-27; b=-19; c=-28); (a=-27; b=-19; c=-18)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a < b \quad b - a \mid 3 \quad a^2 + b = 710$$

$$(a - c)(b - c) = p^2 \quad a, b, c \in \mathbb{Z}$$

$$b > a \Rightarrow b - c > a - c \quad \underline{p^2 > 1}$$

$$1. \begin{cases} b - c = p^2 \\ a - c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = p^2 + c \\ a = c + 1 \end{cases}$$

$$b - a = p^2 + c - c - 1 = p^2 - 1 \stackrel{0}{\equiv} \left[\begin{array}{l} 0 \\ 3 \end{array} \right] \div 1$$

$$p \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p^2 - 1 \equiv -1 \pmod{3} \Rightarrow p = 3 \Rightarrow \begin{cases} b = 9 + c \\ a = c + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p \equiv 1 \pmod{3} \\ p \equiv 2 \pmod{3} \end{cases} \Rightarrow p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3} \quad (\text{X}) \quad \begin{cases} b = 9 + c \\ a = c + 1 \end{cases}$$

$$(c + 1)^2 + 9 + c = 710$$

$$c^2 + 2c + 1 + c = 701$$

$$c^2 + 3c - 700 = 0$$

$$D = 9 + 2800 = 2809 = 53^2$$

$$\begin{cases} c = \frac{53 - 3}{2} \\ c = \frac{-53 - 3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 25 \\ c = -28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} a = 26 \\ c = 25 \\ b = 34 \end{cases} \\ \begin{cases} a = -27 \\ b = -19 \\ c = -28 \end{cases} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

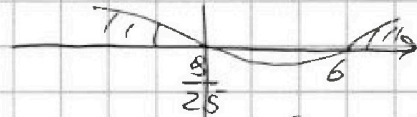
СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} = b q^6 \quad b > 0, q \neq 0$$

$$a_9 = x+3 = b q^8 \quad x > -3$$

$$a_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = b q^{14}$$



$$x \in (-3; \frac{9}{25}) \cup (6; +\infty)$$

~~$$\frac{x+3}{\sqrt{\dots}}$$~~

$$\frac{a_{15}}{a_9} = \frac{a_7}{b}$$

$$\frac{\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}}{x+3}$$

$$= \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$\cdot \frac{1}{\sqrt{25x-9}}, x \neq \frac{9}{25}$$

$$\frac{1}{(x+3)\sqrt{(x-6)^3}} = \sqrt{x-6}$$

$$\frac{1}{x+3} = \sqrt{(x-6)^4} \quad y+4-4y-20$$

$$\frac{1}{x+3} = (x-6)^2 \quad 24-3y$$

$$(x-6)^2(x+3) = 1$$

$$(x^2 - 12x + 36)(x+3) = 1 \quad -3y-16 \quad y=5$$

$$x^3 + 3x^2 - 12x^2 - 36x + 36x + 108 = 1$$

$$x^3 - 9x^2 + 107 = 0$$

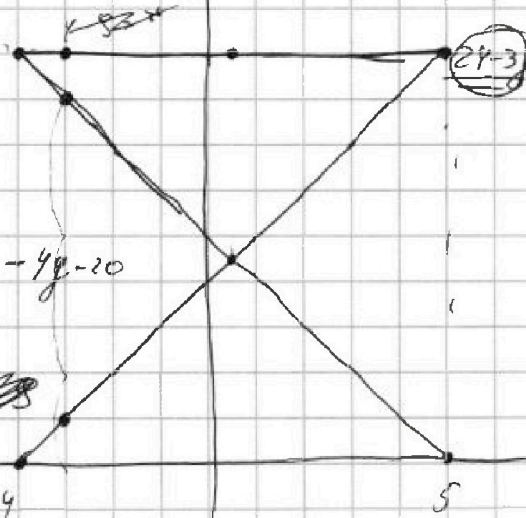
$$24-3y$$

$$y \geq -4$$

$$y \leq 5$$

$$4(5-y) + y + 4 =$$

$$24-3y$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \geq -5 \quad 1 - x - 4z \geq 0$$

$$y \geq 4 \quad -4x - x^2$$

$$y \in (-4; 5)$$

$$+9 \cdot (-6) = 54$$

$$(x+2)^2 + 4 + z + y \quad y+4-4y \quad (pt-1)(\frac{1}{2} + Bt + \frac{1}{2}) = 0$$

$$2 \sqrt{y+z+4 - (x+2)^2} \quad y > 5$$

$$z \leq 1,5 \Rightarrow z^2 \leq 2,25$$

$$\sqrt{(9-2)(8+2)}$$

$$pt^3 + pBt^2 + pct - t^2 - Bt - C = 0$$

$$4z \leq 6$$

$$5y - 16 = \sqrt{81 - z^2}$$

$$3\sqrt{6}$$

$$\begin{cases} z \leq 1,5 \\ x \geq -5 \end{cases}$$

$$\sqrt{1 - x - 4z}$$

$$\frac{9}{3^3 2^3} = \frac{1}{3 \cdot 2^3} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{6}}$$

$$\frac{(x-2)}{3}$$

$$\frac{3}{3\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}} = 9^2 \quad 9^6 \rightarrow$$

$$3\sqrt{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}^3} = \frac{1}{\sqrt{6}^3}$$

$$\begin{cases} x \geq -5 \\ x+4z \leq 1 \\ y+z+4 \geq (x+2)^2 \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} x \geq -5 \\ -x \geq -1 + 4z \end{cases}$$

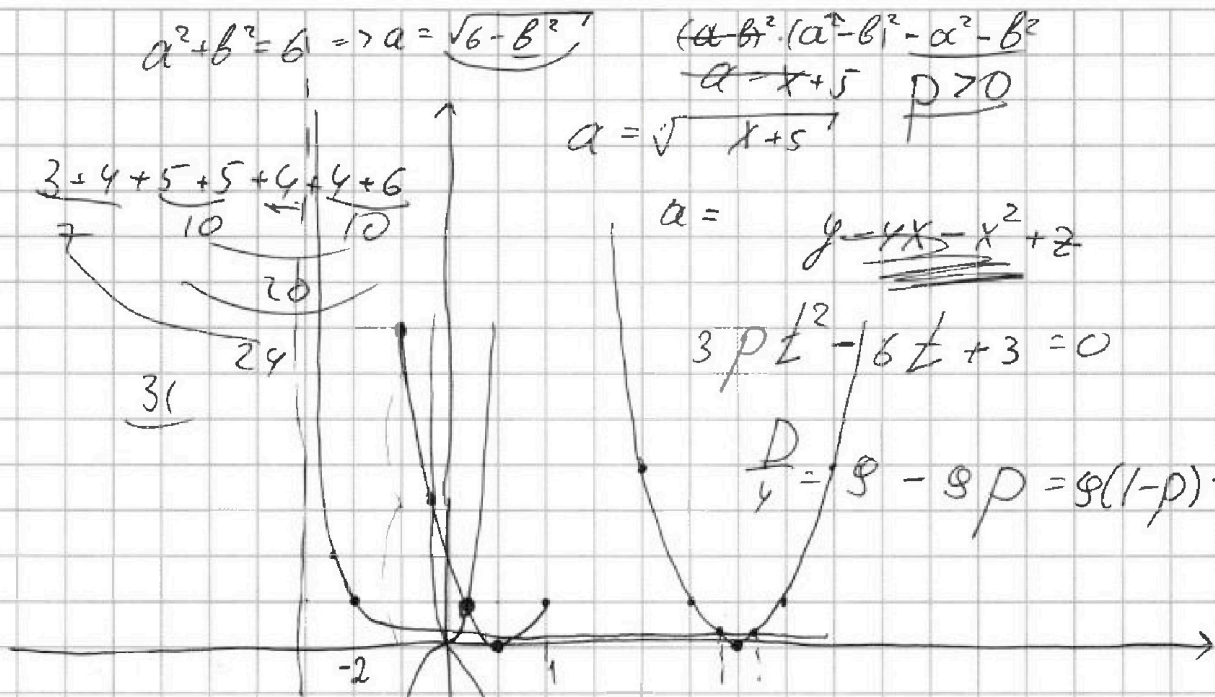


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

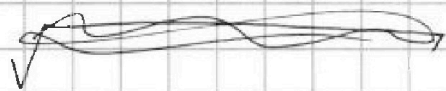
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x + 2\cos^3 x =$$

$$= 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\frac{a}{b} (9^2)^3 = 9^{2 \cdot 3} = 9^6$$



$$\frac{a_{15}}{a_7} = \left(\frac{a_9}{a_7}\right)^3$$

$$a - b + 4 = 2ab^6$$

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$(a-b)^2 = 2ab + 6$$

$$a^2 + b^2 = 6$$

$$\frac{a_{15}}{a_9} = \left(\frac{a_9}{a_7}\right)^3$$

$$y \geq 5$$

$$a > 0$$

$$b > 0$$

$$5y - 16 = \sqrt{81 - 2^2}$$

$$\cos 2x \cos 3x = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x =$$

$$= (2\cos^2 x - 1)\cos x - 2\sin x(\cos x \sin x) =$$

$$= 2\cos^3 x - \cos x - 2(1 - \cos^2 x)\cos x =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p(\cos^2 x \cos x - \sin^2 x \sin x) + 3(p+4)\cos x =$$
$$= 6 \cos^2 x (2 \cos^2 x - 1) (\cos^2 x - \sin^2 x) + 10$$

$$p(\cos^2 x (1 - 2 \sin^2 x) \cos x - 2 \sin^2 x \cos x) +$$
$$+ 3(p+4)\cos x = 6$$

$$p \cos x - 4p \sin^2 x \cos x + 3(p+4)\cos x =$$
$$= 6$$

$$4(p+1)\cos x - 4p \sin^2 x \cos x = 6 \cos^2 x - 6 \sin^2 x + 10 \cos x$$

$$- 4p \sin^2 x \cos x + 4(p+1)\cos x = 16 \cos^2 x + 4 \sin^2 x$$

$$- p \sin^2 x \cos x + (p+1)\cos x = 4 \cos^2 x + \sin^2 x$$

$$- \sin^2 x (p \cos x + 1) + p \cos x + 1 + \cos x - 1 = 4 \cos^2 x$$

$$(p \cos x + 1)(1 - \sin^2 x) + \cos x - 1 = 4 \cos^2 x$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Печать QR-кода недопустима!

$$p \cos^3 x$$

$$p t^3 - 3 t^2 + 3 t - 1 = 0$$

$$p t^3 - p \frac{1}{t} + 3 \frac{1}{t} - 1 = 0$$

$$p \cos 3x + 3p \cos x + 12 \cos x = 6 \cos 2x + 6$$

$$p(\cos 3x + 3 \cos x) + 12 \cos x$$

$$2p \cos 2x \cos x + 2p \cos x + 12 \cos x =$$

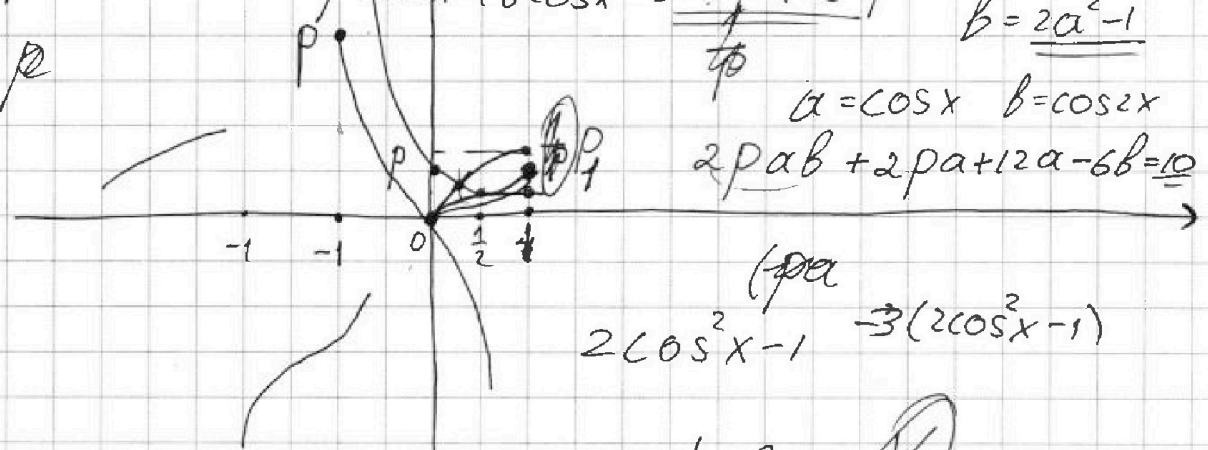
$$-6 \cos 2x = 10$$

$$p \cos 2x \cos x + p \cos x + 6 \cos x - 3 \cos 2x = 5$$

$$b = 2a^2 - 1$$

$$a = \cos x \quad b = \cos 2x$$

$$2pab + 2pa + 12a - 6b = 10$$



$$2 \cos^2 x - 1 = 3(2 \cos^2 x - 1)$$

$$(p \cos x - 3)(\cos 2x + 1) + 2(3 \cos x - 1) = 0$$

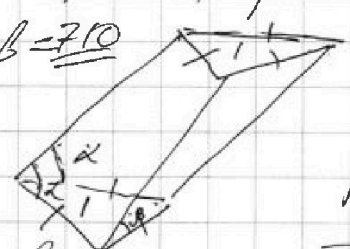
$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a^2 + b = 7$$

$$h \cdot S_{\text{очк}} = \dots$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 1$$

$$a^2 = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

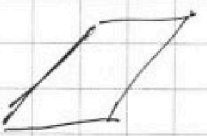


$$b - a = \frac{2}{3}$$

$$b + a = \dots$$

$$p(2 \cos^3 x - 1)(\cos x + p \cos 2x + 6 \cos x - 3 \cos 2x)$$

$$ab - ac - bc + c^2 = p^2$$



$$2p \cos^3 x - p \cos x + p \cos x$$

$$p \cos 2x \cos x + p \cos x + 6 \cos x - 3 \cos 2x = 5$$

$$\cos 2x(p \cos x - 3) + (p \cos x - 3) + 6 \cos x - 2 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a < b, b - a \mid 3$$

$$(a - c)(b - c) = p^2$$

$$a^2 + b = 710$$

$$2, 5, 71$$

$$\begin{aligned} 5 &\rightarrow 0 \rightarrow 0 \\ &1 \rightarrow 1 \\ &2 \rightarrow -1 \\ &3 \rightarrow -1 \\ &4 \rightarrow 1 \end{aligned}$$

$$b \equiv \pm 1 \pmod{5}$$

$$b \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \pmod{5}$$

$$p^2 - 1 = -1$$

$$\begin{aligned} p &\equiv 0 \pmod{3} \\ p &\equiv 1 \pmod{3} \\ p^2 &\equiv 1 \pmod{3} \\ p^2 &\equiv 2 \pmod{3} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = \end{cases}$$

$$a < b \Rightarrow a - c < b - c$$

$$b - c > a - c$$

$$\begin{aligned} p &\equiv 0 \pmod{3} \\ p &\equiv 1 \pmod{3} \\ p &\equiv 2 \pmod{3} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} b - c = p^2 \\ a - c = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = p^2 + c \\ a = c + 1 \end{cases}$$

$$a = c + 1 \quad p^2 - 1 \neq 0 \pmod{3} \quad \textcircled{X}$$

$$(c + 1)^2 + p^2 + c = 710$$

$$\begin{cases} b - c = p \\ a - c = p \end{cases} \quad \textcircled{X}$$

$$\begin{cases} b - c = -1 \\ a - c = -p^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} b &= c - 1 \\ a &= c - p^2 \end{aligned}$$

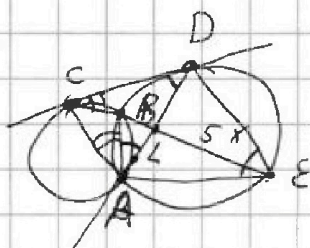


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$CL = 2x$$

$$LE = 5x$$

$$CD^2 = CB \cdot BE$$

$$CD^2 = AL$$

$$\cos 3x = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x =$$

$$= (2\cos^2 x - 1) \cos x - 2\sin x \cos x \sin x =$$

$$= 2\cos^3 x - \cancel{2} \cos x - 2\cos x(1 - \cos^2 x) =$$

$$= 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 3p\cos x + 12\cos x = 6(2\cos^2 x - 1) + 10$$

$$4p\cos^3 x + 12\cos x - 12\cos^2 x - 4 = 0$$

$$p\cos^3 x + 3\cos x - 3\cos^2 x - 1 = 0$$

$$(A \cancel{t} - 1)(B \cancel{t} B \cancel{t}^2 + C \cancel{t} + 1) = 0$$

$$A B \cancel{t}^3 + A C \cancel{t}^2 + A \cancel{t} - B \cancel{t}^2 - C \cancel{t} - 1 = 0$$

$$AB = p$$

$$AC - B = -3$$

$$A - C = 3$$

$$C = \cancel{y} - 3$$

$$\cancel{y}(\cancel{y} - 3) - \frac{p}{\cancel{y}} = -3$$

$$\cancel{y}^2(\cancel{y} - 3) + 3\cancel{y} - p = 0$$

$$\cancel{y}^3 - 3\cancel{y}^2 + 3\cancel{y} - p = 0$$

$$A = \cancel{y}$$

$$B = \left(\frac{p}{\cancel{y}}\right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(pt-1)(t^2 + at + 1) = 0$$

$$pt^3 + apt^2 + pt - t^2 - at - 1 = 0$$

$$|a+4,5| + 4|a-4,5| = \sqrt{21-2^2}$$

$$4 - \frac{1}{2} = a$$

$$ap - 1 = 3$$

$$3(t - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4}$$

$$(pt - A)t$$

$$\frac{1}{2} (A t - 1)(B t^2 + C t + 1) = 0$$

$$A B t^3 + A C t^2 + A t - B t^2 - C t - 1 = 0$$

$$3 \cos^2 x - 3 \cos x = p \cos^3 x - 1$$

$$|p| \leq \frac{1}{4}$$

$$\cos^2 x (p \cos x - 3)$$

$$3 \cos x - 1$$

$$p \in (-\frac{1}{4}; \frac{1}{4})$$

$$p \cos^3 x \geq -p$$

$$p \cos^3 x \leq p$$

$$3t^3 - 3t + 1$$

$$p \cos$$

$$3t^2 - 3t + \frac{3-3+1}{4} = 0$$

$$p = 1$$

$$\cos x$$

$$3(t^2 - t + \frac{1}{4}) - \frac{3}{4} + 1$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos x = 3 \cos^3 x + 1$$

$$p \cos^3 x \in [-p; p]$$

$$AB = p$$

$$AC - B = 3$$

$$p = \frac{3}{\cos x} + \frac{3}{\cos^3 x} + \frac{1}{\cos^5 x}$$

$$3(t - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{4}$$

$$3 + \frac{1}{4}$$

$$-1$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{8}{4}$$

$$\frac{27}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$7$$

$$B \neq 0 \quad A = y$$

$$C = y - 3$$

$$y \geq 5$$

$$B = \frac{p}{y}$$

$$y(y-3) - \frac{p}{y} = -3$$

$$C = y$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$$

$$\frac{1}{p^2} - \frac{3}{p^2} + \frac{3}{p} - 1 = 0$$