МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

# 11 КЛАСС. Вариант 2

1. [3 балла] Найдите все действительные значения $x$, при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\dfrac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+7}-\sqrt{5-x-3z}+6=2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20|+2|y-35|=\sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра $p$, при которых уравнение
$$\cos 3x + 6\cos x = 3\cos 2x + p$$
имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких $p$.

4. [5 баллов] Две окружности $\omega_1$ и $\omega_2$ пересекаются в точках $A$ и $B$, а их общая касательная имеет с $\omega_1$ и $\omega_2$ общие точки $C$ и $D$ соответственно, причём точка $B$ расположена ближе к прямой $CD$, чем точка $A$. Луч $CB$ пересекает $\omega_2$ в точках $B$ и $E$. Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ $AD$ четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок $CE$ в отношении $9:25$, считая от вершины $C$.

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник $150\times 200$. Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух “средних линий” прямоугольника (“средней линией” прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a;b;c)$ такие, что:
   - $a>b$,
   - число $a-b$ не кратно 3,
   - число $(a-c)(b-c)$ является квадратом некоторого простого числа,
   - выполняется равенство $a+b^2=820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ☒ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

$(b_n)$ – геометрическая прогрессия; $b_1 = b$; $b_i = bq^{i-1}$ $\quad b_2 = bq$

$b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$ ; $b_{10} = x+4$, $b_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$

Найдем ОДЗ предложенных выражений:

$$\begin{cases} \frac{15x+6}{(x-3)^3} \geq 0 \quad (1) \\ (15x+6)(x-3) \geq 0 \quad (2) \end{cases}$$

(1) $\frac{3(5x+2)}{(x-3)^3} \geq 0$

$+ \quad -0{,}4 \quad - \quad 3 \quad + \quad x$

$\left[\begin{array}{l} x > 3 \\ x \leq -0{,}4 \end{array}\right.$

(2) $(15x+6)(x-3) \geq 0$

$+ \quad -0{,}4 \quad - \quad 3 \quad + \quad x$

$\left[\begin{array}{l} x \geq 3 \\ x \leq -0{,}4 \end{array}\right.$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x > 3 \\ x \leq -0{,}4 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x \geq 3 \\ x \leq -0{,}4 \end{array}\right. \end{cases}$$

То $\left[\begin{array}{l} x > 3 \\ x \leq -0{,}4 \end{array}\right.$ – искомое ОДЗ.

Заметим, что если $x = -0{,}4$, то $b_4 = 0$, то и все последующие члены прогрессии должны быть равны 0, однако $b_{10} = -0{,}4+4 \neq 0$, то $x = -0{,}4$ можно не рассматривать.

1 Рассмотрим случай, если $x > 3$ (то $x - 3 > 0$)

$$b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2 \cdot (x-3)}} = \frac{1}{\underbrace{|x-3|}_{>0}} \sqrt{\frac{15x+6}{x-3}} = \frac{1}{x-3}\sqrt{\frac{15x+6}{x-3}}$$

Сделаем замену: $15x+6 = a$; $x-3 = c$, Тогда

$b_4 = \frac{1}{c}\sqrt{\frac{a}{c}}$ ; $\quad b_{10} = c+7$ ; $\quad b_{12} = \sqrt{ac}$

С другой стороны: $b_4 = bq^3$ ; $\quad b_{10} = bq^9$ ; $\quad b_{12} = bq^{11}$.

То имеем следующую систему:

$$\begin{cases} \frac{1}{c}\sqrt{\frac{a}{c}} = bq^3 \quad (3) \\ c+7 = bq^9 \quad (4) \\ \sqrt{ac} = bq^{11} \quad (5) \end{cases}$$

Отметим то, что в силу случая $b_4 > 0$, $b_{10} > 0$, $b_{12} > 0$.

Тогда: $\frac{(5)}{(3)}$ : $\frac{\sqrt{ac}}{\frac{\sqrt{a}}{c\sqrt{c}}} = \frac{bq^{11}}{bq^3}$

$c^2 = q^8$, то $\left[\begin{array}{l} q = \sqrt[4]{c} \\ q = -\sqrt[4]{c} \end{array}\right.$ т.к. $c > 0$.

в любом случае (из этих) $q^2 = \sqrt{c}$

$\frac{(5)}{(4)}$ : $\frac{\sqrt{ac}}{c+7} = \frac{bq^{11}}{bq^9}$

$\frac{\sqrt{ac}}{c+7} = q^2$

$\frac{\sqrt{ac}}{c+7} = \sqrt{c} \quad \Big| \cdot \frac{c+7}{\sqrt{c}} > 0$ в силу $x > 3$. , то $\boxed{\sqrt{a} = c+7}$ (6)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Вернёмся к замене в выражении (6)

$$\sqrt{(15x+6)} = x+4$$

$$\begin{cases} 15x+6 = x^2+8x+16 \\ x+4 \geq 0 \text{ — ~~верно~~} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2-7x+10 \\ x \geq -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=5 \\ x=2 \\ x \geq -4 \end{cases} \quad \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=2 \end{array}\right. , \quad x=2 \text{ не подходит в силу случае } x>3\text{, то}$$

$x=5$. Тогда $b_4 = \sqrt{\frac{15\cdot5+6}{(5-3)^3}} = \sqrt{\frac{75+6}{2^3}} = \sqrt{\frac{81}{2^3}} = \frac{9\sqrt{2}}{4}$

$b_{10} = 5+4 = 9$, $b_{12} = \sqrt{(15\cdot5+9)\cdot2} = 9\sqrt{2}$.

а) ~~Итак,~~ $\cancel{\frac{9\sqrt{2}}{4} = bq^3}$ $\cancel{9 = bq^9}$ Если $q = \sqrt[4]{c}$, то $q = \sqrt[4]{x-3} = \sqrt[4]{2}$.

$b_4 = \frac{9\sqrt{2}}{4}$ $\Rightarrow bq^3 = \frac{9\sqrt{2}}{4}$; $\Rightarrow b\sqrt[4]{2^3} = \frac{9\sqrt{2}}{4} \Rightarrow b = \frac{9\sqrt[4]{2^3}}{8}$.

Итак, $b = \frac{9\sqrt[4]{2^3}}{8}$; $q = \sqrt[4]{2}$; $b_4 = bq^3 = \frac{9\sqrt[4]{2^3}}{8}\cdot\sqrt[4]{2^3} = \frac{9}{8}\cdot\sqrt{2^3} = \frac{9}{4}\sqrt{2}$.

$b_{10} = bq^9 = \frac{9\sqrt[4]{2^3}}{8}\cdot\sqrt[4]{2^9} = \frac{9\cdot\sqrt[4]{2^{12}}}{8} = \frac{9\cdot8}{8} = 9$.

$b_{12} = bq^{11} = \frac{9\sqrt[4]{2^3}}{8}\cdot\sqrt[4]{2^{11}} = \frac{9\sqrt[4]{2^{14}}}{8} = \frac{9\sqrt{2^7}}{8} = \frac{9\cdot8\sqrt{2}}{8} = 9\sqrt{2}$.

То при $x=5$ $\exists$ геом прогрессия. Случай $q = -\sqrt[4]{c}$ разбирать не будем, т.к. мы уже нашли геом. прогрессию.

(2) $x < -0{,}4$, то $x-3<0$. (делаем замену аналогичную замене (1)
$15x+6<0$
$15x+6 = a$
$x-3 = c$.

$b_4 = \sqrt{\frac{a}{c^3}} = \frac{1}{|c|}\sqrt{\frac{a}{c}} = -\frac{1}{c}\sqrt{\frac{a}{c}}$.

$b_{10} = c+7$, $b_{12} = \sqrt{ac}$

Опять же, отметим, что в силу $x < -0{,}4$ $b_4, b_{10}; b_{12}$ не равны 0.

Имеем систему: (по аналогии)

$$\begin{cases} -\frac{1}{c}\sqrt{\frac{a}{c}} = bq^3 & (7) \\ c+7 = bq^9 & (8) \\ \sqrt{ac} = bq^{11} & (9) \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\frac{(9)}{(7)}$: $\frac{\sqrt{ac}}{-\frac{1}{c}\sqrt{\frac{a}{c}}} = \frac{bq^{11}}{bq^3}$ $\quad \cancel{q^2 = q^8}$

$-c\cdot\sqrt{\frac{ac}{a}\cdot c} = q^8$

$-c\cdot \underbrace{|c|}_{<0} = q^8$

$q^8 = c^2.$ $\qquad q^2 = \sqrt{|c|} = \sqrt{-c}$

$\frac{(9)}{(8)}$: $\frac{\sqrt{ac}}{c+7} = q^2$ $\qquad \frac{\sqrt{ac}}{c+7} = \sqrt{-c}.\ \Big| \cdot \frac{c+7}{(-\sqrt{-c})} > 0.$

$\sqrt{-a} = c+7.$

Вернёмся и заменим

$\sqrt{-15x-6} = x+4$

$\begin{cases} -15x-6 = x^2+8x+16 \\ x+4 \geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2+23x+22=0 \\ x \geq -4 \end{cases}$ $\qquad \left[\begin{cases} x=-1 \\ x=-22 \end{cases}\right.$ $x \geq -4$ $\qquad \underline{x=-1}$, $-1<-0{,}4$

Если $x=-1$, то $b_4 = \sqrt{\frac{-15+6}{(-1-3)^3}} = \sqrt{\frac{-9}{-4^3}} = \sqrt{\frac{3^2}{2^6}} = \frac{3}{2^3} = \frac{3}{8}$

$b_{10} = -1+4 = 3.$ ; $b_{12} = \sqrt{(-15+6)(-1-3)} = \sqrt{+9\cdot4} = 6.$

$\begin{cases} \frac{3}{8} = bq^3 \\ 3 = bq^9 \\ 6 = bq^{11} \end{cases}$ $\qquad q^2 = \sqrt{-c} = \sqrt{-(x-3)} = \sqrt{3-x} = \sqrt{4} = 2.$

а) Если $q = \sqrt{2}$, то $b = \frac{3}{8q^3} = \frac{3}{8\cdot2\cdot\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{32}.$

$b_4 = bq^3 = \frac{3\sqrt{2}}{32}\cdot\sqrt{2^3} = \frac{3\cdot2^2}{32} = \frac{3}{8}$

$b_{10} = bq^9 = \frac{3\sqrt{2}}{32}\cdot\sqrt{2^9} = \frac{3\sqrt{2^{10}}}{32} = \frac{3\cdot2^5}{32} = 3.$

$b_{12} = bq^{11} = \frac{3\sqrt{2}}{32}\cdot\sqrt{2^{11}} = \frac{3\cdot2^6}{32} = 6.$

Итак, при $x=-1$ получилась геом. прогрессия при данных усл, то случай $q=-\sqrt{2}$ можно не рассматривать

Ответ: $\{-1; 5\}$ (примеры постр. в решении)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

О.Д.З.

$$\begin{cases} x+7 \geq 0 \\ 5-x-3z \geq 0 \\ y-2x-x^2+z \geq 0 \\ 225-z^2 \geq 0 \end{cases}$$

$x \geq -7$

$-15 \leq z \leq 15$

$x \leq 5-3z$

$5-3z \geq -7$

$z \leq 4$

$-15 \leq z \leq 4$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

$\cos 3x + 6\cos x = 3\cos 2x + p$

$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos x - 3(2\cos^2 x - 1) - p = 0.$

$4\cos^3 x - 6\cos^2 x + 3\cos x + 3 - p = 0.$

Замена: $\cos x = t, \quad t \in [-1; 1].$

$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p = 0, \quad t \in [-1; 1]$

$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p, \quad t \in [-1; 1].$

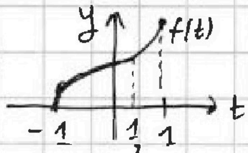
Функция непрерывна и дифф. на $[-1;1]$ и $(-1;1)$ соответственно.

$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3; \quad f'(t) = (2\sqrt{3}t - \sqrt{3})^2$, то

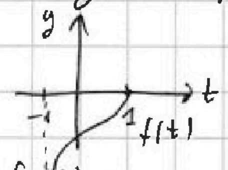
$f'(t) \geq 0 \ \forall t \in [-1; 1]$, то $f(t) \nearrow$ на $[-1; 1]$.

Тогда, ~~но~~ у уравнения $f(t) = 0$ не более одного корня. А нам нужно $\geq 1$ решение отн. $x$, то это уравнение должно иметь ровно один корень (отн. $t$).

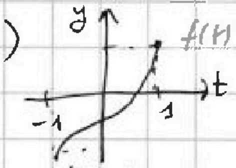
Возможны три случая: (в силу монотонности $y = f(t)$)

а) 


$f(-1) = 0$

б) 


$f(1) = 0$

в) 


$\begin{cases} f(1) > 0 \\ f(-1) < 0 \end{cases}$

а) $f(-1) = 0$

$-4 - 6 - 3 + 3 - p = 0$

$p = -10$

$t = -1.$

$\cos x = -1$

$x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$

б) $f(1) = 0$

$4 - 6 + 3 + 3 - p = 0$

$p = 4.$

$t = 1$

$\cos x = 1$

$x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

В силу непрерывности $y = f(t)$, у $f(t) = 0$ при этих условиях будет один корень отн. $t$ на $[-1;1]$

в) $\begin{cases} f(1) > 0 \\ f(-1) < 0 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} 4 - p > 0 \\ -10 - p < 0 \end{cases}$ $\quad -10 < p < 4.$

$f(t) = \left(\sqrt[3]{4}t - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)^3 + \frac{5}{2} - p$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$f(t) = 0$ $\quad \left(\sqrt[3]{4}t - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)^3 = p - \frac{5}{2}$

$\sqrt[3]{4}t - \frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{p - \frac{5}{2}}$

$t = \left(\sqrt[3]{p - \frac{5}{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$

$t = \sqrt[3]{\frac{p}{4} - \frac{5}{8}} + \frac{1}{2}$

$\cos x = \sqrt[3]{\frac{p}{4} - \frac{5}{8}} + \frac{1}{2}$

$x = \pm \arccos\left(\sqrt[3]{\frac{p}{4} - \frac{5}{8}} + \frac{1}{2}\right) + 2\pi k, k \in Z$.

Ответ: Если $p = -10$: $x = \pi + 2\pi k, k \in Z$.

Если $p = 4$: $x = 2\pi k, k \in Z$

Если $-10 < p < 4$, то $x = \pm \arccos\left(\sqrt[3]{\frac{p}{4} - \frac{5}{8}} + \frac{1}{2}\right) + 2\pi k, k \in Z$.

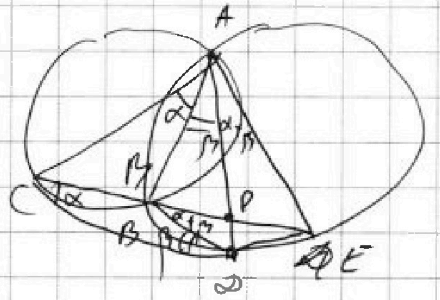
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.




① $AD \cap CE = P$. $\frac{CP}{PE} = \frac{9}{25}$

② $\angle BCD = \angle CAB = \alpha$
$\angle BDC = \angle DAB = \beta$
$\angle ADC = \angle AED$
углы между хордой и касательной

③ $\angle DBE = \angle BDC + \angle DCB = \alpha + \beta$
как внешний для $\triangle BCD$

$\angle DBE = \angle DAE = \alpha + \beta$ – впис. опир. на $\cup DE$ в $\omega_2$.

$\angle CAD = \angle CAB + \angle DAB = \alpha + \beta$, то $AD$ – биссектр. $\angle CAE$.

То по св-ву биссектрисы $\frac{CA}{AE} = \frac{CP}{PE} = \frac{9}{25}$

④ $\triangle CAD \sim \triangle DAE$ по двум углам: $\angle CAD = \angle DAE = \alpha + \beta$
$\angle CDA = \angle AED$
(в силу ②)

То $\frac{AD}{AE} = \frac{CD}{DE} = \frac{CA}{AD}$

$$\left(\frac{CD}{DE}\right)^2 = \frac{CD}{DE} \cdot \frac{CD}{DE} = \frac{AD}{AE} \cdot \frac{CA}{AD} = \frac{CA}{AE} = \frac{9}{25}.$$

$\frac{CD}{DE} = \frac{3}{5}$ $\quad\frac{ED}{CD} = \frac{5}{3}$

Ответ. $\frac{5}{3}$.

$(a-c)(b-c)=p^2$, $p$ - простое

$c^2-c(a+b)+ab-p^2=0$ - квадратное, отн. $c$.

$D=a^2+2ab+b^2-4ab+4p^2=(a-b)^2+4p^2$.

$D$ должен быть полным квадратом, иначе $c$ не ~~не~~ будет целым, т.к. $a, b\in\mathbb{Z}$

То $(a-b)^2+4p^2=n^2$. Посмотрим на остатки по mod 3. $(a-b)\not\vdots\,3$, то $(a-b)^2\equiv 1 \pmod 3$

табл mod 3

| $x$ | $x^2$ |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 2 | 1 |

Но $(a-b)^2+4p^2$ - есть точный квадрат.

То $\left[\begin{array}{l}(a-b)^2+4p^2\equiv 1 \pmod 3\\(a-b)^2+4p^2\equiv 0 \pmod 3\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}4p^2\equiv 0 \pmod 3\\4p^2\equiv \underset{2}{\overset{\shortparallel}{-1}} \pmod 3\end{array}\right.$

но квадрат $(2p)^2$ не может быть сравним с 2 (см табл)

То $4p^2\equiv 0 \pmod 3$ $\Big|:4$, т.к. $(4;3)=1$

$p^2\equiv 0 \pmod 3$

$p\equiv 0 \pmod 3$, то $p\,\vdots\,3$.

$a+b^2=820$ $\quad 820\equiv 1 \pmod 3$ $\quad \left[\begin{array}{l}b^2\equiv 0 \pmod 3\\b^2\equiv 1 \pmod 3\end{array}\right.$

Если $b^2\equiv 0 \pmod 3$, то $a\equiv 1 \pmod 3$.

$b\equiv 0 \pmod 3$

Если $b^2\equiv 1 \pmod 3$, то $a\equiv 0 \pmod 3$.

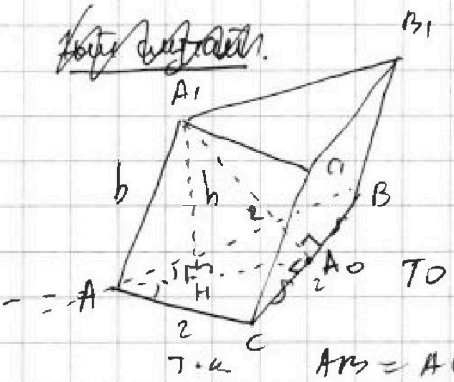
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 7.




Пусть $ABCA_1B_1C_1$ — ~~искомая~~ эта призма.

Пусть $S(AA_1C_1C)=S(AA_1B_1B)=5$

$S(CC_1B_1B)=4$. Пусть $b$ — бок. ребро, $h$ — высота

$AA_1C_1C$ и $AA_1B_1B$ — параллелограммы — это многоугольники бок. граней призмы.

То $S(AA_1C_1C) = AA_1 \cdot AC \sin\angle A_1AC = 5$ (1)

$S(AA_1B_1B) = AA_1 \cdot AB \sin\angle A_1AB = 5$ (2)

Т.к. $AB = AC = 2$ и площади этих граней равны, то из (1) и (2) $\Rightarrow$ $\sin\angle A_1AC = \sin\angle A_1AB$. (3)

~~Ясно, что либо и $\angle A_1AC$ и $\angle A_1AB$ — острые, либо наоборот — тупые.~~

(а) Если $\angle A_1AC$ и $\angle A_1AB$ — острые, то из (3) следует: $\angle A_1AC = \angle A_1AB$.

То $A_1$ проецируется на биссектрису $\angle BAC$.

$Пр^{\perp}_{(ABC)}(A_1) = H$, $AH \cap BC = A_0$.

$AA_0$ — биссектриса $\angle CAB$, то и высота. ($\Delta BAC$ — р/с)

По т. Пифагора для $\Delta AA_1H$: $AH = \sqrt{b^2-h^2}$

По т. о 3-х косинусах. $\cos\angle A_1AC = \cos\angle CAH \cdot \cos\angle A_1AH$.

$\cos\angle A_1AC = \cos 30^\circ \cdot \cos\angle A_1AH$.

Из $\Delta AA_1H$: $\cos\angle A_1AH = \frac{AH}{AA_1} = \frac{\sqrt{b^2-h^2}}{b}$

$\cos\angle A_1AC = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{b^2-h^2}}{b}$, то $\sin\angle A_1AC = \sqrt{1 - \frac{3(b^2-h^2)}{4b^2}} =$

$= \sqrt{\frac{b^2+3h^2}{4b^2}} = \frac{\sqrt{b^2+3h^2}}{2b}$

Из $AA_1C_1C$: $S(AA_1C_1C) = AA_1 \cdot AC \sin\angle CAA_1 = 2b \sin\angle A_1AC$

$5 = 2b \cdot \frac{\sqrt{b^2+3h^2}}{2b}$

$25 = b^2+3h^2$

$h = \sqrt{\frac{25-b^2}{3}}$.

Т.к. $HA_0 \perp CB$, то по Т.Т.П. $A_1A_0 \perp BC$.

То $BC \perp (A_1HA_0)$, то $BC \perp AA_1$

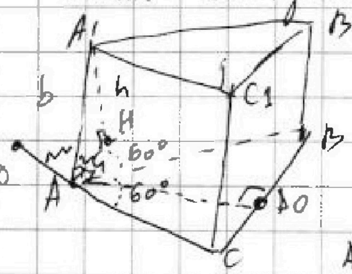
Т.к. $CC_1 \parallel AA_1$, то $BC \perp CC_1$, то $CC_1B_1B$ - прямоугольник

То $S(CC_1B_1B) = CC_1 \cdot BC = 2b = 4 \Rightarrow b = 2$.

То $h = \sqrt{\frac{25-4}{3}} = \sqrt{7}$.

(б) Если один из углов $\angle A_1AC$; $\angle A_1AB$ острый, а другой - тупой. Не умаляя общности:

$\angle A_1AC$ - ~~он~~ тупой, $\angle A_1AB$ - острый, то в силу (3): $\angle A_1AC + \angle A_1AB = 180^\circ$




Отметим точку $D$ на луче $CA$ за точкой $A$

$\angle A_1AD = 180^\circ - \angle A_1AC$ [illegible]

То $\angle A_1AD = \angle A_1AB$, то $A_1$ проецируется на биссектрису $\angle DAB$

$\Leftarrow Пр^{\perp}_{(ABC)}(A_1) = H$. , $\angle BAC = 60^\circ$, то $\angle BAD = 120^\circ$, то $\angle BAH = 60^\circ$.

По т. о 3-х косинусах:

$\cos\angle A_1AB = \cos\angle BAH \cdot \cos\angle A_1AH = \cos 60^\circ \cdot \cos\angle A_1AH$

$\cos\angle A_1AH = \frac{\sqrt{b^2-h^2}}{b}$ $\qquad \cos\angle A_1AB = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{b^2-h^2}}{b}$

То $\sin\angle A_1AB = \sqrt{1 - \frac{1}{4b^2}(b^2-h^2)} = \frac{\sqrt{3b^2+h^2}}{2b}$

$S(AA_1B_1B) = 2b\cdot\frac{\sqrt{3b^2+h^2}}{2b} = \sqrt{3b^2+h^2} = 5 \Rightarrow h = \sqrt{25-3b^2}$ (*)

~~Ar~~ Д.п. $AA_0$ - биссектриса $\angle BAC$.

$\angle HAA_0 = 90^\circ$ - как угол между внутренней и внешней биссектрисой.

то т.к. $HA \perp AA_0$ и $BC \perp AA_0$, то $HA \parallel BC$, т.к. лежат в $(ABC)$.

То $\angle A_1AH = \angle C_1CB$ как углы между сонаправ. сторонами

$\sin\angle C_1CB = \frac{h}{b}$ (из $\Delta A_1HA$).

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

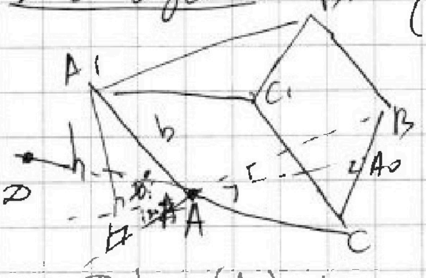
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$S(CC_1B_1B) = 2b\frac{h}{b} = 2h = 4 \Rightarrow h = 2$, а $b = \sqrt{7}$ (из $(*)$)

~~2ой случай~~ (2) Если оба тупые (и $\angle A_1AC$ и $\angle A_1AB$), то из (3) следует, что



$\angle A_1AC = \angle A_1AB$

Тогда $A_1$ проектируется на прямую содержащую биссектрису $\angle BAC$.

$\Pi p^{\perp}_{(ABC)}(A_1) = H$; $HA \cap BC = A_0$. $AA_0$ - биссектриса $\angle BAC$,

то т.к $HA$ - биссектриса вертикального угла для $\angle BAC$.

4. Отметим на луче $CA$ за $A$ точку $D$.

$\angle A_1AD + \angle A_1AC = 180°$.

По т. о 3-х косинусах $\cos\angle A_1AD = \cos\angle DAH \cdot \cos\angle A_1AH$

$\cos(180° - \angle A_1AC) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{b^2-h^2}}{b}$.

$-\cos\angle A_1AC = \frac{\sqrt{3b^2-3h^2}}{2b}$

То $\sin\angle A_1AC = \frac{\sqrt{b^2+3h^2}}{2b}$, по О.Т.Т.

По аналогии с (1) $CC_1B_1B$ - прямоугольник

и $S(CC_1B_1B) = 2b = 4$

$b = 2$.

$S(A_1ABB_1) = 2b\frac{\sqrt{b^2+3h^2}}{2b} = \sqrt{b^2+3h^2} = 5$

$b^2 + 3h^2 = 25$

$4 + 3h^2 = 25$

$h^2 = 7$

$h = \sqrt{7}$

Ответ: 2 или $\sqrt{7}$

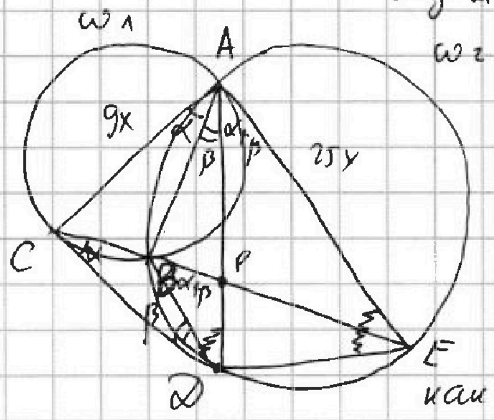
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.




① Пусть $AD \cap CE = P$. То, по условию $\frac{CP}{PE} = \frac{9}{25}$.

② $\angle BCD = \angle CAB = \alpha$ | – как углы между хордой и касательной.
$\angle BDC = \angle DAB = \beta$
$\angle ADC = \angle AED$

$\angle DBE = \angle BDC + \angle DCB = \alpha + \beta$ как внешний для $\Delta BCD$

$\angle DBE = \angle DAE = \alpha + \beta$ – как вписанные в $\omega_2$, опирающиеся на $\cup DE$.

$\angle CAD = \angle CAB + \angle DAB = \alpha + \beta$. То, $AD$ - биссектриса $\angle CAE$.

~~$\Delta CAD \sim$~~ То, по ~~своим~~ свойству биссектрисы для $\Delta CAE$:

$\frac{CA}{AE} = \frac{CP}{PE} = \frac{9}{25}$, то ~~пусть~~ $CA = 9x$, $AE = 25x$

③ $\Delta CAD \sim \Delta DAE$ по двум углам: • $\angle CAD = \angle DAE = \alpha + \beta$ • $\angle CDA = \angle AED$. (в силу ②)

То $\frac{AD}{AE} = \frac{CD}{DE} = \frac{CA}{AD}$.

$$\left(\frac{CD}{DE}\right)^2 = \frac{CD}{DE} \cdot \frac{CD}{DE} = \frac{AD}{AE} \cdot \frac{CA}{AD} = \frac{CA}{AE} = \frac{9}{25}$$

$$\frac{CD}{DE} = \frac{3}{5}$$

Ответ: $\frac{3}{5}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

$y$ ~~$=20=t+15$~~

$|y-35+15|$ ~~$|a+15|$~~ $+ z + 0$

$$\begin{cases} x+7 \geq 0 \\ 5-x-3z \geq 0 \\ y-2x-x^2+z \geq 0 \\ 225-z^2 \geq 0 \end{cases}$$

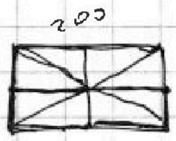
$x \geq -7$

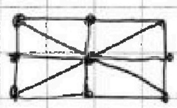
$-x \leq 7$

$3z \leq 5-x \leq 12$

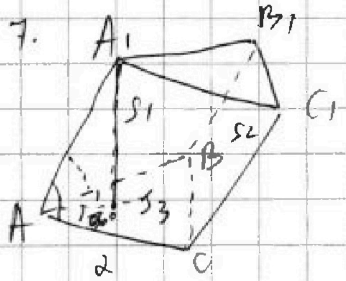
$\boxed{z \leq 4}$

$\boxed{-15 \leq z \leq 4}$



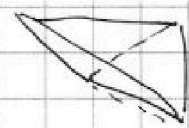



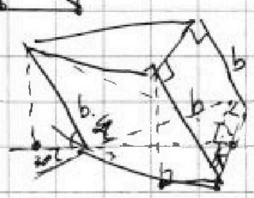
№ 7.




$S_1 = 5$

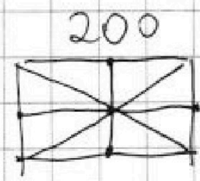
$S_2 =$






$\cos\alpha = \cos 30^\circ \cdot \cos\varphi$

$\cos\alpha = \cos 30^\circ \cdot \dfrac{\sqrt{b^2-h^2}}{b}$

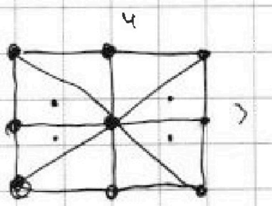



$b\cos\alpha = \cos 30^\circ \sqrt{b^2-h^2}$

$2b\sin\alpha = 5$

$\sin\alpha = \dfrac{5}{2b}$

$\cos\alpha = \sqrt{1-\dfrac{25}{4b^2}} = \dfrac{\sqrt{4b^2-25}}{2b}$




$\dfrac{\sqrt{4b^2-25}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{b^2-h^2}$

$4b^2-25 = 3b^2-3h^2$

$3h^2 = 25-b^2$

$h = \sqrt{\dfrac{25-b^2}{3}}$

$4p^2 \equiv 0 \pmod 3$

$p^2 \equiv 0 \pmod 3$

$p \equiv 0 \pmod 3$

2.

$2b \dfrac{\sqrt{3b^2+4}}{2b} = 5$

$25 = 4 + 3b^2$

$(a, b, c)$ : $a > b$.

$c^2 + ab - ac - bc = p^2$

$(a-b) \vdots 3$

$(a-c)(b-c) = p^2$

$c^2 - (a+b)c + ab - p^2 = 0$

$a + b^2 = 820$

$a^2 + 2ab + b^2 - 4ab + 4p^2 =$

$= \underbrace{(a-b)^2}_{\geq 0} + \underbrace{4p^2}_{>0}$ $D > 0$.

$\underbrace{1}\quad \underbrace{4p^2\ 0}$

$$\begin{cases} c_1 + c_2 = a + b = 820 + b - b^2 \\ c_1 \cdot c_2 = ab - p^2 \end{cases}$$

mod 3

| $n$ | $n^2$ |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 2 | 1 |

$c^2 - c(a+b) + ab - p^2 = 0$

$a^2 + 2ab + b^2 - 4ab + 4p^2$

т.з. $p^2 \vdots 3$

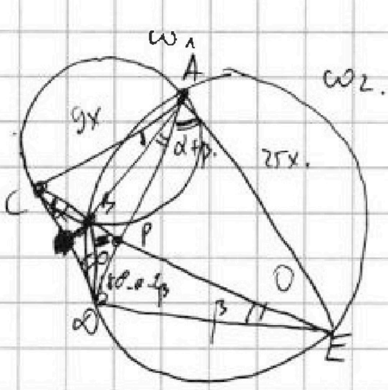
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№4.




$\frac{CP}{PE} = \frac{9}{25}$

Т-ма Шегаль.

$\frac{ED}{\sin\alpha} = \frac{CD}{\sin\beta}$ $\frac{ED}{CD} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$

$AP \cdot PD = BP \cdot PE.$

$\frac{AP}{BP} = \frac{PE}{PD}$ $\frac{CD}{CE} = \frac{CB}{CD} = \frac{BD}{ED}.$

$\frac{CB}{BP} = \frac{AC}{AP} \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}.$

$\frac{CD}{CE} = \frac{CB}{CD}$

$\frac{ED}{CD} = ?$

$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{CB \cdot AP}{BP \cdot AC} = \frac{CB}{AC}$ $\frac{PE}{PD}$

$\frac{ED}{BD} = \frac{CD}{CB}.$

$CB \cdot CE = CD^2.$

$(\beta - ?)(\beta + ?)$

$\frac{CB}{AC \cdot PD}$

$\frac{CD}{ED} = \frac{CB^2}{CD^2} \cdot \frac{CE}{BD}$

$\frac{CD^2}{AC \cdot CE \cdot PD}$ $\frac{CD^2}{AC \cdot PD}.$

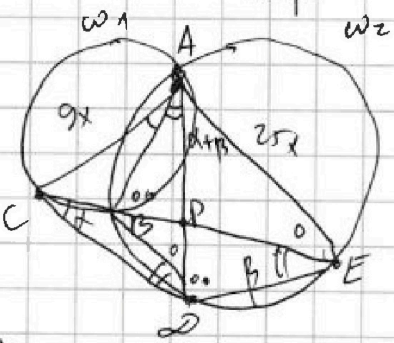
$\frac{CA}{AE} = \frac{CP}{PE}.$ $\frac{AC}{\sin(\beta+0)} = \frac{CD}{\sin(\alpha+\beta)}$ $\frac{AD}{\sin(\beta+?)} = \frac{DE}{\sin(\alpha+\beta)}.$

$\frac{AC}{AD} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} =$

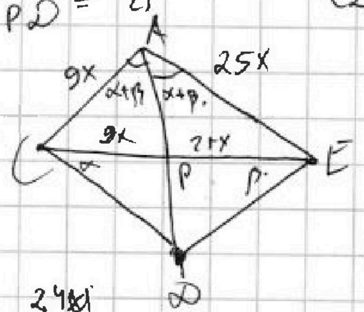
$AC\sin\alpha = AD\sin\beta.$

$\frac{CB^2}{CD^2} \cdot \frac{CE}{BD} =$

$\frac{ED}{CD} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{CB^2 \cdot CE}{CB \cdot CE \cdot BD} = \frac{CB}{BD}$




$\frac{CP}{PD} = \frac{9}{25}$




$AP \cdot PD = BP \cdot PE.$

$CD^2 = CB \cdot CE.$

$\frac{CB}{CE} = \frac{\sin\alpha}{\sin 2(\alpha+\beta)}$

$\frac{BD}{AE} = \frac{PD}{PE}.$ $CB = \frac{\sin\alpha}{\sin 2(\alpha+\beta)}$ $34y$

$CE = 34y.$

$BD = \frac{AE \cdot PD}{PE}$ $CB = \frac{DE}{\cos(\alpha+\beta)}$

$\frac{DE}{\sin\alpha} = \frac{CE}{\sin(\alpha+\beta)}$ $\frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{DE}{CE} = \frac{DE}{34y}.$

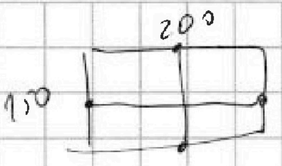
CB

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

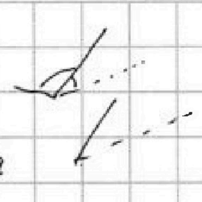
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!




$(a,b,c)$ $a>b$

$t-20-2t+5$ $(a-b)\,\vdots\,3$

$(a-c)(b-c)-\cancel{b}=p^2$



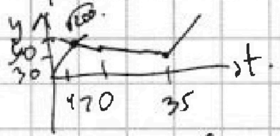
~~ab~~ a

$a-b\equiv 0 \;(\mathrm{mod}\; 3)$ $\begin{array}{r}+70\\20\end{array}$

$a+b^2=820$

$|t-20|+2|t-35|=$

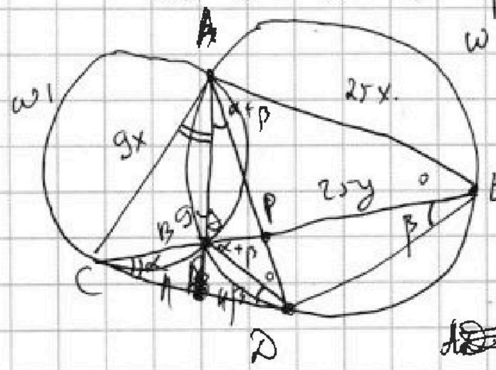
$ab-ac-bc+c^2=\cancel{820}\;p^2$ $820-a\geq 0$




$b(820-b^2)$ mod $a\leq 820$

$b\leq 819$

$ab-ac-bc+c^2=p^2$




$\dfrac{CP}{PE}=\dfrac{9}{25}$ $\cancel{CE}$ $\dfrac{9x}{\sin(\beta+\alpha)}=\dfrac{CD}{\sin(\alpha+\beta)}=1$

$\dfrac{EP}{CD}=?$

$\dfrac{AD}{\sin(\beta+\alpha)}=\dfrac{DE}{\sin(\alpha+\beta)}$

$\dfrac{DE}{CD}=\dfrac{AD}{9x}$

~~AD·BE=AB~~

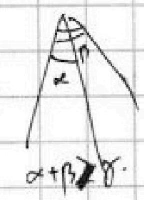
$AD\cdot BE=AB\cdot ED+AE\cdot BD$

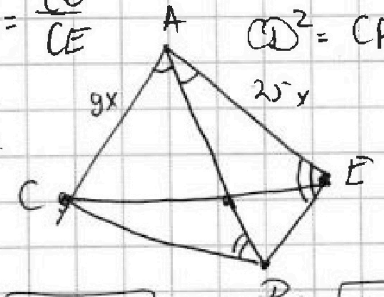
$\dfrac{CD\cdot AD}{AE\cdot DE}=$ $\angle AAC+\angle AAB+\angle CAB$

$\dfrac{AD}{AE}\cdot BE=\dfrac{AB\cdot ED}{EA}+BD$

$<360°$

$\dfrac{BD}{DE}=\dfrac{CB}{CD}=\dfrac{CD}{CE}$ $CD^2=CB\cdot 34y$




$\dfrac{DE}{AB}=$

$\dfrac{9x}{AD}=\dfrac{CD}{DE}=\dfrac{AD}{25x}$

$3+4+5+5$ $+4+4+6$

$20+16=32$

$$\begin{cases}\sqrt{x+7}-\sqrt{5-x-3z}+6=2\sqrt{y-2x-x^2+z}\\ \underbrace{|y-20|}_{\geq 0}+\underbrace{2|y-35|}_{\geq 0}=\underbrace{\sqrt{225-z^2}}_{\leq 15}\end{cases}$$

$$\begin{cases}x+7\geq 0\\ 5-x-3z\geq 0\\ y-2x-x^2+z\geq 0\\ 225-z^2\geq 0\end{cases}$$

~~$|x+1|\geq 0$~~

$x\geq -7$

$\begin{array}{r}\leq 225\\ 16\\ \hline 209\end{array}$

$-x\leq 7$

$3z\leq 5-x\leq 12$

$y\geq -z+(x+1)^2-1$

$z\leq 4$

$x+1\geq -6$ $\boxed{-15\leq z\leq 4}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№7. $\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$ $\quad -15 \le z \le 15$

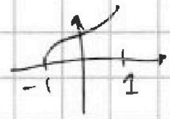
$\cos 3x + 6\cos x = 3\cos 2x + p$ имеет $\geq 1$ реш.

$4\cos^3 x - 3\cos x - 6\cos^2 x + 3 + 6\cos x - p \to \quad \cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

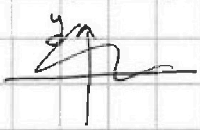
$4\cos^3 x - 6\cos^2 x + 3\cos x + 3 - p = 0$

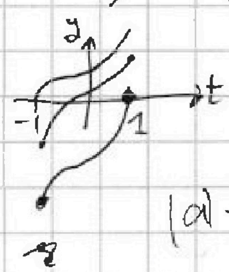
$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p = 0$

$f' = 12t^2 - 12t + 3 = (2\sqrt{3}t - \sqrt{3})^2 \geq 0 \quad \nearrow \quad x \le 5 - 3z$



$t = \frac{1}{2}$





$5 - 3z \geq -7$

$12 \geq 3z$

$z \le 4$

$-4 - 6 - \cancel{3} + \cancel{3} - p = 0$

$|a| + 2|b| = \sqrt{(a-b)^2 - z^2}$

$p = -10$

$\begin{cases} -10 - p < 0 \\ 4 - p > 0 \end{cases} \quad \left[\begin{array}{l} p > -10 \\ p < 4 \end{array}\right. \quad 4 - 6 + 3 + 3 - p > 0$

$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p = 0 \qquad (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$\left(\sqrt[3]{4}t - \frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)^3 \qquad \sqrt[3]{4} = \quad -3 \cdot 2\sqrt[3]{4} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{4^2}}$

$3\sqrt[3]{4}t \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \qquad \left(\sqrt[3]{4}t - \frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)^3 = \qquad 2^{4}$

$= 4t^3 - 3 \cdot \sqrt[3]{4^2}t^2 \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{4^2}}$

$\left(\sqrt[3]{4}t - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)^3 = 4t^3 - 6\sqrt[3]{4^2} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{2}}t +$

$3 - \frac{1}{2}$

$3 \cdot \sqrt[3]{4}t \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{4}} + \frac{1}{2} \qquad \sqrt[3]{2^4} = 2\sqrt[3]{2}$

$\frac{1}{2}$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$4t^3 - 3 \cdot \sqrt[3]{4^2}t^2 \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \qquad 3 \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$

$\sqrt[3]{2^4}t^2 \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$b;\ bq;\ \dots \qquad b_4 = bq^3$

$bq^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}};\quad bq^9 = x+4;\quad bq^{11} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$ $\quad a+b^2.$

$\begin{cases} \frac{15x+6}{(x-3)^3} \geq 0 \\ (15x+6)(x-3) \geq 0 \end{cases}$ $\quad -\frac{6}{15}\quad 3$

$\boxed{x > 3}$ $\quad x>3,\ x<-\frac{6}{15};\quad x \geq 3,\ x<-\frac{6}{15}$

$\left[\begin{array}{l} x>3 \\ x \leq -\frac{6}{15} \end{array}\right.$

$b\sqrt[4]{2^3} = \frac{9\sqrt{2}}{4}$

Если $x > 3$: $\quad bq^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{x-3}} \cdot \frac{1}{x-3};\quad bq^9 = x+4.\quad bq^{11} =$

$b = \frac{9}{4}\sqrt[4]{\frac{2^2}{2^3}} = \frac{9}{4}\sqrt[4]{2}$

$q^6 = \frac{(x+4)(x-3)\sqrt{x-3}}{\sqrt{15x+6}}$

$15x+6 = a$, $x-3 = c$ $\quad x+4.$

$c_1+c_2 = a+b$, $c_1c_2 = abp^2$ $\quad \frac{c+7}{\sqrt[4]{c^3}}\sqrt[4]{c^3}$

$3(5x+2)$ $\quad 5x+2=a,\ x-3=b.$

$\boxed{c>3}$.

$bq^3 = \sqrt{\frac{a}{c^3}};\quad bq^9 = c+7;\quad bq^{11} = \sqrt{ac}.$ $\quad 9\sqrt[4]{2^3}$

$bq^3 = \sqrt{\frac{a}{c}} \cdot \frac{1}{c}\quad bq^9 = c+7;\quad bq^{11} = \sqrt{ac}.$

$\frac{9\sqrt{2}}{4\sqrt[4]{2^3}} = \frac{9\sqrt[4]{2^2}}{4\sqrt[4]{2^3}} = \frac{9}{4}\frac{1}{\sqrt[4]{2}} = \frac{9\sqrt[4]{2}}{4}$

$q^8 = \frac{\sqrt{ac}\cdot c\sqrt{c}}{\sqrt{a}} = c^2.\qquad q = \sqrt[8]{c^2} = \sqrt[4]{c}.$

$b = \frac{c+7}{\sqrt[4]{c^9}}$ $\quad q^2 = \sqrt{c}.$

$q = \sqrt[4]{c}.$ $\quad q^2 = \frac{\sqrt{ac}}{c+7}.$ $\quad q^3 = c^{\frac{1}{4}\cdot 3} = \sqrt[4]{c^3}$

$bq^3 = c+7$ $\quad \sqrt{c} = \frac{\sqrt{ac}}{c+7}$ $\quad \sqrt{a} = c+7$

$bq^3 = \frac{c+7}{c\sqrt{c}},\quad bq^3 = c+7;\quad bq^{11} = (c+7)\sqrt{c}.$

$b = \frac{c+7}{c\sqrt{c}\cdot\sqrt[4]{c^3}} =$ $\quad \sqrt{15x+6} = x+4.$ $\quad q^2 = \frac{\sqrt{ac}}{c+7} = \sqrt{c}$ $\quad \frac{c+7}{\sqrt[4]{c^3}}\sqrt[4]{c^3} = \frac{c+7}{\sqrt{c}}$ $\quad \sqrt[4]{\frac{1}{c^2}} = \frac{1}{\sqrt{c}}$

$15x+6=a$, $x-3=c$ $\quad b_4 = \sqrt{\frac{a}{c^3}};\quad b_{10} = c+7;\quad b_{12} = \sqrt{ac}.$ $\quad \sqrt{a} =$ $\quad 819$

$= bq^3;\quad bq^9 = c+7;\quad bq^{11} = \sqrt{ac}.$

$x \geq 3$ $\quad q^8 = \frac{\sqrt{ac}}{\sqrt{\frac{a}{c}}\cdot\frac{1}{c}} = \sqrt{c}\cdot c\sqrt{c} = c^2.\quad q = \sqrt[4]{c}.$

$b = \frac{c+7}{\sqrt[4]{c^9}}$ $\quad \frac{c+7}{\sqrt[4]{c^9}}\cdot\sqrt[4]{c^{11}} = \sqrt{c}\,(c+7)$ $\quad \sqrt{c}$