



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен  $6 - 9x$ , шестой член равен  $(x^2 - 2x)^2$ , а десятый равен  $9x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $3y + 6x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$  и  $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$  равно  $11p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 6$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $10 \times 10$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 4$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1. Пусть первый член арифметической прогрессии равен  $a_1$ , а разность равна  $d$ . Тогда

$$\begin{cases} a_1 + 3d = 6 - 9x \\ a_1 + 5d = (x^2 - 4)^2 \\ a_1 + 9d = 9x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 - 9x - 3d = x^2(x-2)^2 - 5d \\ 6 - 9x - 3d = 9x^2 - 9d \\ x^2(x-2)^2 - 5d = 9x^2 - 9d \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 6 - 9x - 3d &= 9x^2 - 9d \\ 6d &= 9x^2 + 9x - 6 \\ d &= \frac{3x^2 + 3x - 2}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2(x-2)^2 - 5d &= 9x^2 - 9d \\ 9x^2 - 4d &= x^2(x^2 - 4x + 4) \end{aligned}$$

$$9x^2 - 2(3x^2 + 3x - 2) = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$9x^2 - 6x^2 - 6x + 4 = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x=1 \text{ корень } (1 - 4 + 1 + 6 - 4 = 0)$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \mid x-1 \\ \underline{-x^3 - x^3 + x^2 + 6x - 4} \\ -3x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ \underline{-3x^3 + 3x^2} \\ -2x^2 + 6x - 4 \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ 4x - 4 \\ \underline{-4x + 4} \\ 0 \end{array}$$

$$B \quad x^3 - 3x^2 - 2x + 4 = 0 \quad x=1 \text{ тоже корень}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \mid x-1 \\ \underline{-x^2 - 2x + 4} \\ -2x^2 - 2x + 4 \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ -4x + 4 \\ \underline{-4x + 4} \\ 0 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 4 = 20$$

$$x_1 = \frac{2 + 2\sqrt{5}}{2} = 1 + \sqrt{5}$$

$$x_2 = 1 - \sqrt{5}$$

Тогда

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = 1 + \sqrt{5} \\ x = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$$

Ответ.  $\{1, 1 + \sqrt{5}, 1 - \sqrt{5}\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

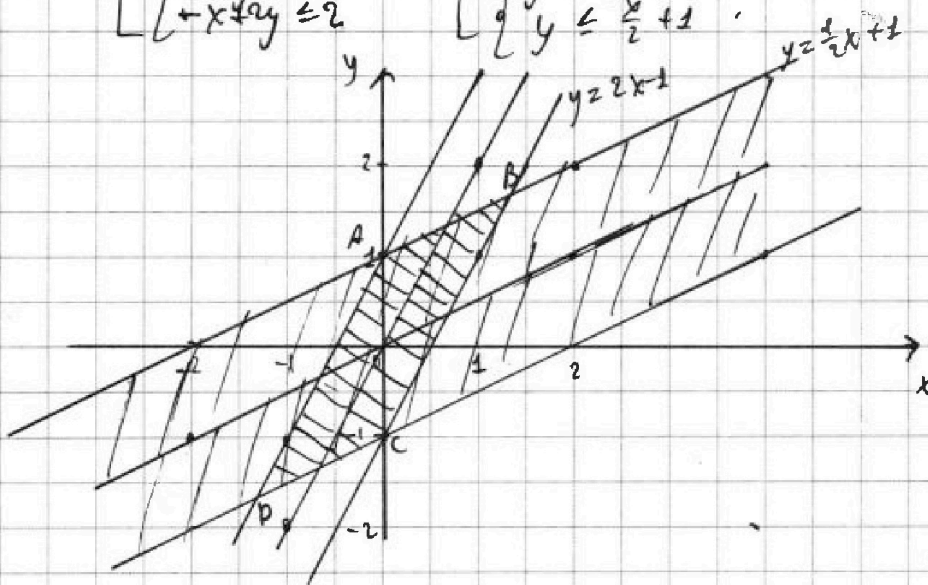
12.  $|x-y| \leq 2$   
 $|2x-y| \leq 1$

1) Рассмотрим сначала  $|x-y| \leq 2$

$$\begin{cases} x-y \geq 0 \\ x-y \leq 2 \\ x-y \leq 0 \\ x+y \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq \frac{x}{2} \\ y \geq \frac{x}{2} - 1 \\ y \geq \frac{x}{2} \\ y \leq \frac{x}{2} + 1 \end{cases}$$

Покажем это графически (как //)



2)  $|2x-y| \leq 1$

$$\begin{cases} 2x-y \geq 0 \\ 2x-y \leq 1 \\ 2x-y \leq 0 \\ -2x+y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq 2x \\ y \geq 2x - 1 \\ y \geq 2x \\ y \leq 2x + 1 \end{cases}$$

Покажем это на той же системе координат (как \\\)

Тогда  $x$  и  $y$  подходит только из ~~той~~ четырёхугольника ABCD. Максимальные значения  $x$  и  $y$  одновременно выполняются в точке B, где которая является пересечением  $y = 2x - 1$  и  $y = \frac{1}{2}x + 1$ .

$$2x - 1 = \frac{1}{2}x + 1$$

$$1.5x = 2$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$y = 2x - 1 = 2 \cdot \frac{4}{3} - 1 = \frac{5}{3}$$

Тогда максимальное  $3y + 6x = 3 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 5 + 8 = 13$ .

Ответ: 13



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~а)  $a^2 + 9 = 3 \cdot (59)^2$ . Анализ:  $a^2 + 9 = 3 \cdot (59)^2$ ,  $(a-9) \cdot (a+9) = 3 \cdot (59)^2$~~

Рассмотрим  $b(a+9) = 11p^2$ . Возможны случаи, когда

$b \cdot p^2$ ,  $b \cdot p$  и  $a+9 \cdot p$  или  $(a+9) \cdot p^2$ .

1)  $b \cdot p^2$

Если  $b = p^2$ , то  $a+9 = 11$ ,  $a = 2$ . Тогда  $mn = p^2$ ,  $m+2n = 2$ .

Но т.к.  $m$  и  $n$  натуральные,  $m \geq 1$ ,  $n \geq 1$ , т.е.  $m+2n \geq 3$ .

Этот случай невозможен

Если  $b = kp^2$ , то  $a+9 = 11$ , то  $a < 0$ , что невозможно, т.к.  $a \in \mathbb{N}$ .

2)  $b \cdot p$  и  $a+9 \cdot p$ .

Если  $b = kp$  и  $a+9 = p$ , то  $mn = k(m+2n+9)$

$mn = km + 2kn + 9k$ . Если  $m$  и  $n$  четные, то левая

часть четная, а правая нечетная. Если  $m$  и  $n$  нечетные, то левая часть  $\equiv 2$ , а правая  $\equiv 1$ , что невозможно. Если  $m \equiv 2$  и  $n \equiv 2$ , то левая часть  $\equiv 2$ , а правая  $\equiv 2$ .

Если  $m \equiv 2$  и  $n \equiv 1$ , то левая часть  $\equiv 2$ , а правая  $\equiv 1$ .

Если  $m \equiv 1$  и  $n \equiv 1$ , то правая часть  $\equiv 2$ .

т.е.  $m+2n+9 \equiv 2$  и при этом  $m+2n+9 \equiv 0 \pmod{p}$ .

Ответ:  $p=3$  т.е. Тогда  $m+2n+9=3$ , то  $m+2n < 0$ ,

т.е. это невозможно.

3)  $b \cdot (a+9) \cdot p^2$

Если  $a+9 = 11p^2$ , то  $b = mn$  и  $m = n = 1$ .  $3+9 = 11p^2$ , что невозможно.

Если  $a+9 = p^2$ , то  $b = 11$ , то  $mn = 11$ . Если  $m = 11$  и  $n = 1$ , то  $11+2+9 = p^2 = 22$ , что невозможно.

Если  $11 = m$  и  $m = 1$ , то  $1+22+9 = p^2 = 32$  что тоже невозможно.

Тогда  $m = 5$  и  $n = 3$

Ответ.  $n = 3$ ,  $m = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3.  $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$

$B = mn(m+2n+9)$  (a и b натуральные)

Пусть  $m+2n = a$ ,  $mn = b$ . Тогда

$A = a(a-7)$

$B = b(a+9)$

1) Пусть  $a(a-7) = 11p^2$ ,  $b(a+9) = 75q^2$

Тогда возможно 3 случая:  $a : p^2$ ,  $a-7 : p^2$ ,  $a : p$  и  $a-7 : p$ .

а)  $a : p^2$ ,  $a-7 : p$

Если  $a = 11p^2$ , то  $a-7 = 1$ , т.е.  $11p^2 = 8$  и т.д. Тогда  $a \neq 11p^2$

Если  $a = p^2$  и  $a-7 = 1$ , то  $a = 8$ , что не является

квадратом натурального числа. Тогда такой случай невозможен

б)  $(a-7) : p^2$

Если  $a-7 = 11p^2$ , то  $a = 1$ , т.е.  $-6 = 11p^2$ , что невозможно

Если  $a-7 = p^2$  и  $a = 11$ , то  $p^2 = 4 \Rightarrow p = 2$ .

Тогда  $b = 20 = 75q^2$

$4b = 15q^2$

$q^2 : 4$ ,  $b : 15$

$$\begin{cases} m+2n = 11 \\ mn = \frac{15 \cdot 4f^2}{4} = 15f^2 \end{cases}$$

Если  $f > 1$ , то  $f^2 \geq 4$ , т.е.  $15f^2 \geq 60$ . Тогда  $m+2n > 11$

при всех  $m, n$ . Тогда  $f = 1$ .

$$\begin{cases} m+2n = 11 \\ mn = 15 \end{cases}$$

$m = 11 - 2n$

$(11-2n)n = 15$

$11n - 2n^2 - 15 = 0$

$2n^2 - 11n + 15 = 0$

$D = 121 - 4 \cdot 2 \cdot 15 = 121 - 120 = 1$

$n_1 = \frac{11+1}{4} = 3$

$n_2 = \frac{11-1}{4} = 2.5$ . Так как  $n \in \mathbb{N}$ , то

$n = 3$ ,  $m = 11 - 2n = 5$ .

в)  $(a-7) : p$  и  $a : p$ .

Если  $(a-7) = 11p$  и  $a = p$ , то  $a-7 = 11a$ , т.е.  $a = -7$ , что невозможно, т.к.  $a \in \mathbb{N}$ . Если  $a = 11p$  и  $a-7 = p$ , то  $10p - 7 = p$ , т.е.  $9p = 7$ , что невозможно, т.к.  $p \in \mathbb{N}$ .

2) Пусть. В этих случаях возможно только  $n = 3$  и  $m = 5$ .

2) Пусть  $a(a-7) = 75q^2$  и  $b(a+9) = 11p^2$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Уч. Дано:

$\triangle ABC$

$AX$  - биссектриса

$M$  - середина  $BC$

$K \in l$

$l \parallel AX$

$\angle \cap AB = z$

$\angle \cap CA = y$

$AC = 6, yz = 4, AZ = 3$

Найти:  $BC$ ?

Решение:

Пусть  $\angle BAX = \angle XAC = \alpha$  ( $AX$  - биссектриса по условию)

$AX \parallel KM$  (по усл) и  $AY$  - секущая  $\Rightarrow \angle CYM = \alpha$  (по св-м

$AX \parallel KM$  и  $AB$  секущая  $\Rightarrow \angle YZA = \alpha$  (по св-м параллельных

$\triangle YAB$   $\angle AYB = \angle YZA = \alpha \Rightarrow \triangle YAB$   $\text{р.б.}$  (по уг.)

$\Rightarrow YA = AZ = 3$ . Пусть  $BM = c, MX = d$ . Т.к.  $M$  - середина  $BC$ , то  $MC = c \Rightarrow XC = c - d$ .

$\angle CA'X = \angle CYM = \alpha$ ,  $\angle YCB$  в  $\triangle ACX$  и  $\triangle YCM$  общий  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ACX \sim \triangle YCM$  (по двум углам)  $\Rightarrow \frac{YC}{AC} = \frac{MC}{XC}$

$$\frac{3}{6} = \frac{c}{c-d} \Rightarrow d = \frac{1}{3}c, \quad c-d = \frac{2}{3}c.$$

Рассмотрим  $\triangle ABX$  и  $\triangle ZBM$ :  $\angle ABM$  общий,  
 $\angle BZM = \angle YZA = \alpha$  (вертикальные)  $= \angle ZAX$ .

Тогда  $\triangle ABX \sim \triangle ZBM$  (по двум углам)  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{BZ + 3}{BX} = \frac{c + \frac{1}{3}c}{c} = \frac{4}{3}$$

$$4BZ = 3BX + 9$$

$$BZ = 9 \Rightarrow AB = 12.$$

В  $\triangle YAZ$  по т. косинусов  $AU^2 + AZ^2 - 2 \cdot AU \cdot AZ \cdot \cos(180 - 2\alpha) = YZ^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$16 = 9 + 9 - 2 \cdot 9 \cdot \cos(180 - 2\alpha), \text{ т.к. } \cos(180 - 2\alpha) = -\cos(2\alpha)$$

$$16 = 18 + 18 \cos 2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \frac{16 - 18}{18} = \frac{-2}{18} = -\frac{1}{9}$$

По т. косинусов в  $\triangle ABC$   $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos 2\alpha$

$$BC^2 = 144 + 36 + 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \frac{1}{9} = 180 + 16 = 196$$

Ответ.  $\Rightarrow BC = 14$   
14.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6. Заметим, что если 2 выбранных узла симметричны относительно центра, такой вариант будет посчитан 2 раза, а в остальных случаях 4 раза. Всего узлов в квадрате 121.

1) Если 2 выбранных точки симметричны относительно центрального узла.

Первую точку можно выбрать 120 способами (все, кроме центральной, т.к. если центральная выбрана, покрая не будет симметричен относительно центра). Вторая точка ~~выб~~ однозначно соответствует первой выбранной точке. Так как точки образуют попарно 2 раза выборки, то с учетом поворота будет  $120 \cdot 2 = 240$  способов, а с учетом поворота  $60 \cdot 2 = 120$ .

2) а) Если 2 выбранных точки несимметричны относительно центра и одна из них является центральным узлом.

Количество способов таких раскрасок определяется лишь способами выбора не центральной точки. С учетом поворота их будет  $\frac{120}{4} = 30$ .

б) Если 2 выбранных точки не симметричны относительно центра и ни одна не является центральным узлом.

Первую точку можно выбрать 120 способами (все, кроме центральной), вторую (119) (все, кроме центральной и уже выбранной). Способов всего будет  $\frac{120 \cdot 119}{2}$  и с учетом поворота  $\frac{120 \cdot 119}{2 \cdot 4} = 15 \cdot 119 = 1785$ .

Всего способов покраски будет  $1785 + 30 + 30 = 1845$ .  
Ответ. 1845.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \quad | \quad x-1 \\ -x^4 - x^3 \\ \hline -3x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ -(-3x^3 + 3x^2) \\ \hline -2x^2 + 6x - 4 \\ -(-2x^2 + 2x) \\ \hline 4x - 4 \\ -(4x - 4) \\ \hline 0 \end{array}$$

$x^2(x-3) \cdot 2(x-1)$   
 $x=1$  корень?..

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \quad | \quad x-1 \\ -x^3 - x^2 \\ \hline -2x^2 - 2x + 4 \\ -(-2x^2 + 2x) \\ \hline -4x + 4 \\ -(-4x + 4) \\ \hline 0 \end{array}$$

$MZ$ ?  
 $AB$ ? ( $BZ$ ?)

$$\begin{array}{r} 1 \\ 14 \\ \times 14 \\ \hline 14 \\ 156 \\ \hline 196 \end{array}$$

$b = 4 + 4 \cdot 4 = 20$

$x_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$   
 $b_2 = 1 - \sqrt{5}$  ?...

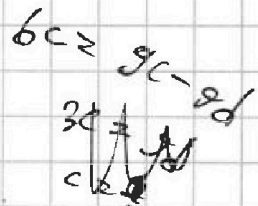
$\frac{9}{6} = \frac{MY}{AX} = \frac{3}{2} = \frac{MZ+4}{AX}$

$\frac{3+BZ}{BZ} = \frac{AX}{MZ}$

$AX = \frac{2(MZ+4)}{3}$

$BM = MC!$

$\frac{3+BZ}{BZ} = \frac{2MZ+8}{3 \cdot MZ}$

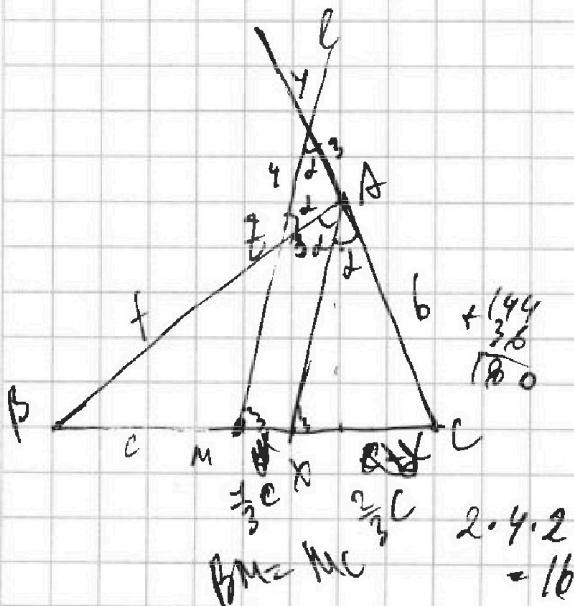


$\frac{3}{BZ} + 1 = \frac{2}{3} + \frac{8}{3MZ}$

$x - 2d = 6c$

$ct + e = 2c$   
 $d + e = c$

$e = c - d$   
 $3c = 2d$   
 $d = \frac{1}{3}e$



$\frac{4}{3c} = \frac{4}{3}$

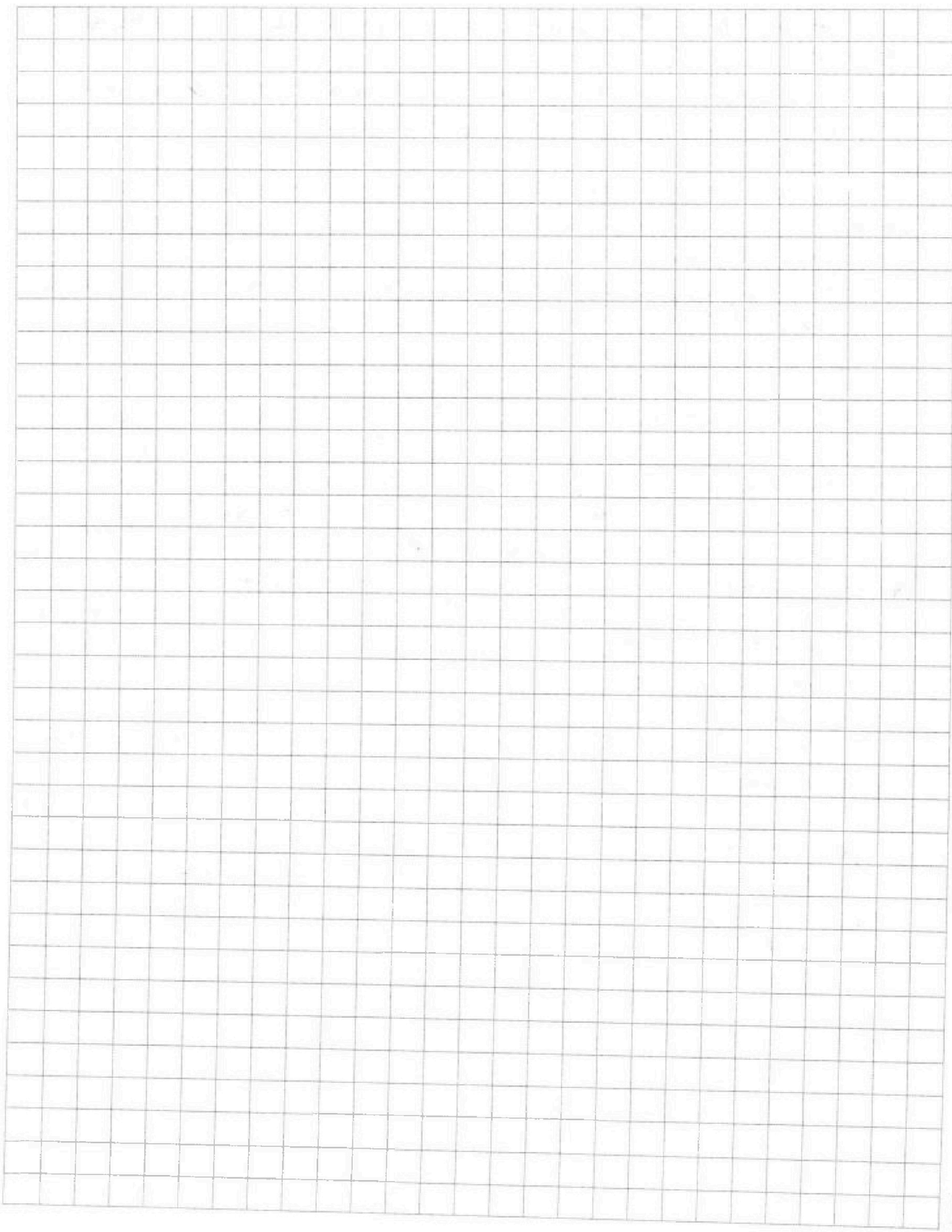


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} b(a+9) = 11p^2 \\ a(a-7) = 75q^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} b &: p^2 \\ \Delta b &= p^2 \\ a+9 &= 11 \\ a &= 2 \\ m+n &= 2 \\ mn &= q^2 \\ m &= n \\ 3q &= 2 \text{ кет. } 2) \end{aligned}$$

$$a(a-7) = 25 \cdot 3 \cdot 9^2 = 25 \cdot 3 \cdot 99$$

$$\begin{aligned} 1) \quad \begin{cases} a &: 9 \\ a-7 &: 9 \end{cases} \quad q=7 \\ a^2 - 7a - 25 \cdot 3 \cdot 99 = 0 \\ D = 49 + 4 \cdot 25 \cdot 3 \cdot 99 = 49 + 100 \cdot 3 \cdot 27 = 301 \cdot 49 \end{cases} \\ a &: (5q) \text{ кет} \\ a-7 &: (5q) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4lk+2l &= \\ 2 \cdot 9k + 11 + 49l &= \\ &= 2 \cdot 12k + 44l + 110 \\ m \cdot n &: 29 \\ n &= 2l \end{aligned}$$

$$a \geq \text{кебече кет}$$

$$\begin{aligned} a &: 9^2 \\ a-7 &: (5q)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= 2k+1 \\ n &= 2l \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad b &= kp^2 \\ a+9 &= 1 \text{ кет} \\ b &: p, a+9: p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad a &= 3(5q)^2 \\ a-7 &= 1 \quad a=8 \text{ кет} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad b &= 11p^2 \quad 2mn \\ a+9 &= p = 2m+n+9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad a &= (8q)^2 \\ a-7 &= 3 \quad a=10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= 11(a+9) \\ mn &= 11(m+n+9) \\ \text{кет } m \cdot n & \text{ кет } m+n+9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a-7 &: (5q)^2 \\ a &: (5q) \\ 1) \quad (a-7) &= 3 \cdot 25q^2 \\ a &= 1 \text{ кет} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10 &= 25q^2 \text{ кет...} \\ m &= 9 \\ n &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad (a-7) &= 25 \cdot 9^2 \\ a &= 9 \text{ кет} \\ (p=7 \cdot 11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m(n-u) &= 22n+99 \\ 44+99 \end{aligned}$$

$$m \cdot n = 11m + 22n + 99$$

$$\begin{aligned} m \cdot n &: n \cdot n \\ :4 &= :4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m \cdot n &: n \cdot n \\ :2 &= :2 \end{aligned}$$

$$mn = 11m + 22n + 99$$

$$\begin{aligned} m \cdot n &: n \cdot n \\ :2 &= :2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m \cdot n &: n \cdot n \\ m \cdot n &: n \cdot n \end{aligned}$$

$$m(n-11) = 22n+99$$

$$\begin{aligned} m &\geq 1 \\ n &\geq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m(n-11) &= 22n+99 \\ \sqrt{143} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y = -x + 9 = 18$$

$$y = 2x - 8 = 18$$

$$y = 3x - 1 = 18$$

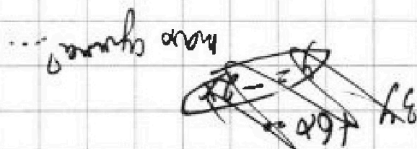
$$y = 4x - 2 = 18$$

$$x + y \leq h$$

$$x < h$$

$$y \leq h - x$$

$$0 \leq h - x \leq h$$



$$x - y \leq h$$

$$y \leq h + x$$

$$x \leq h + y$$

$$0 < h + y < h$$

$$x + y \geq h$$

$$y \geq h - x$$

$$x \geq h - y$$

$$x \leq |h - y|$$

$$x \geq h + y$$

$$0 \leq h - x \leq h$$

$$x - y \geq h$$

$$x - y \geq h$$

$$y \leq h - x$$

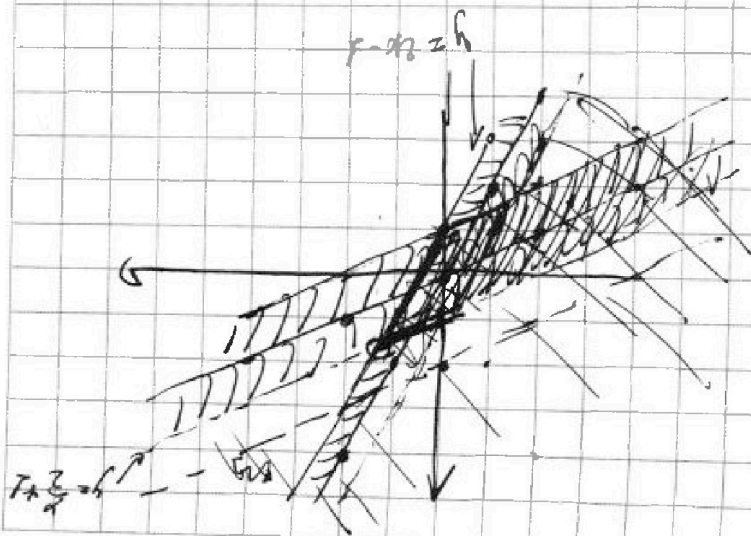
$$x \geq h + y$$

$$x \geq h - y$$

$$0 \leq h - y \leq h$$

$$x \geq |h - y|$$

$$x + y \leq h$$



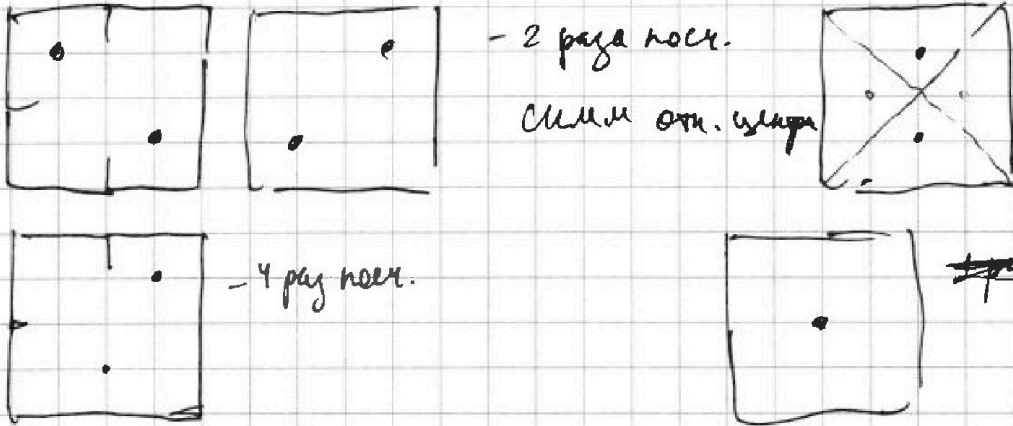


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



4) симм отн. центра 1 точка 120 способами, вторая очк.

поск.  $\frac{120}{2} = 60$  ~~60~~  $\frac{60}{2} = 30$  способов  
 косяк 600  $\rightarrow$   $\frac{120}{2} = 60$   $\rightarrow$   $\frac{60}{2} = 30$  способов  
 симм отн. центра

2) не симм, по  $120 \cdot (120 - 1 - 1) = 144 \cdot 118$

(матрица)  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$   
 2) а) не симм,  $\cdot$  в центре  $\frac{120}{4}$  способов = 30  
 б) не симм, не в центре  $\frac{120 \cdot 118}{4}$

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m & n \\ p & q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} am+pn & an+pm \\ cm+pn & cn+pm \end{pmatrix}$   
 $am+pn = a$   
 $an+pm = b$   
 $\begin{array}{r} 1845 \\ 60 \\ \hline 5985 \end{array} \cdot 4 = 23940$   
 $\frac{23940}{120} = 199.5$   
 $\frac{23940}{118} = 202.88$

$\begin{array}{r} 5985 \\ 60 \\ \hline 5985 \end{array} \cdot 4 = 23940$   
 $\frac{23940}{120} = 199.5$   
 $\frac{23940}{118} = 202.88$   
 $\frac{120 \cdot 118}{4} = 3540$   
 $\frac{120}{4} = 30$   
 $\frac{120 \cdot 118}{4} = 3540$   
 $\frac{120}{4} = 30$   
 $\frac{120 \cdot 118}{4} = 3540$   
 $\frac{120}{4} = 30$

$\sqrt{14+7} = 2\sqrt{14+7} - \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2}$

$\frac{1}{12} \cdot (14+7+2\sqrt{14+7}) = \frac{1}{12} \cdot (21 + 2\sqrt{21})$   
 $\frac{1}{12} \cdot (21 + 2\sqrt{21}) = \frac{7}{4} + \frac{\sqrt{21}}{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$3y + 6x$   
 $y = \frac{x}{2}$   
 $|x - y| - 2 \leq 0$   
 $y \leq 2x$   
 $x - y \geq 0$   
 $2x - y \leq 0$   
 $y \leq \frac{x}{2}$   
 $y \geq 2x$   
 $x - y \leq 0$   
 $2x - y \geq 0$   
 $y \geq \frac{x}{2}$   
 $y \leq 2x$   
 $-x + y \leq 0$   
 $2x - y \leq 1$   
 $x + y \leq 3$   
 $y \geq x - 3$

$z = 5x + 2y$   
 $z = 5(5) + 2(5) = 35$

$-4 - 2 - 2 - 1$   
 $-2 - 2 - 6$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y+6x \geq \dots \\ y \leq 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-2y)^2 \leq 4 \\ (2x-y)^2 \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4xy \geq x^2 + y^2 - 1 \\ 4xy \geq x^2 + y^2 - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 4xy + 4y^2 \leq 4 \\ 4x^2 - 4xy + y^2 \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y(x-y) \leq 4-x^2 \\ 4x(x-y) \leq 1-y^2 \end{cases}$$

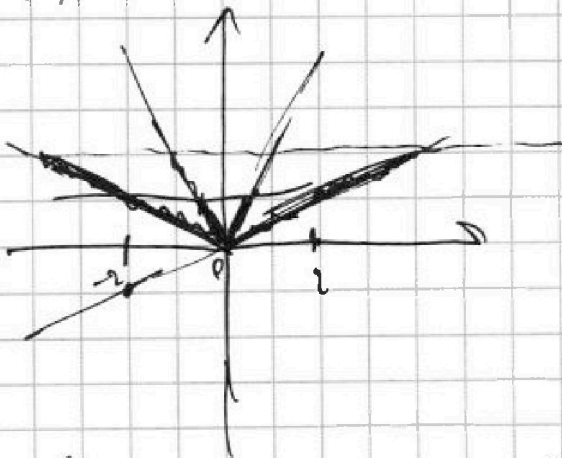
$$5x^2 - 8xy + 5y^2 \leq 5$$

$$2xy \leq 5(1 - y^2/x^2)$$

$$2xy \geq 5(x^2 + y^2 - 1)$$

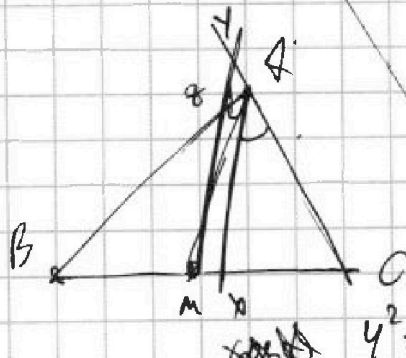
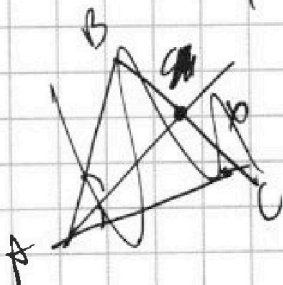
$$y = \frac{6x}{3} = 2x$$

График...



$$\begin{cases} y = 2x \\ y = \frac{x}{2} \\ y = 2x \end{cases}$$

BC-?  
KZ=YC  
AK=AB



$$\begin{cases} AC=6 \\ AK=3 \end{cases}$$

$$y^2 = 3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos(180 - 2\alpha)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
 \_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1.  $a_1, \dots, a_n$   
 разность  $d$

~~16~~  $a_4 = a_1 + 3d = 6 - 9x$   $x^2$   $\frac{a_1 + 3d - 6}{-9} = \frac{6 - a_1 - 3d}{-9}$

$a_6 = a_1 + 5d = (x^2 - 2x)^2 = x^2(x-2)^2$

$a_{10} = a_1 + 9d = 9x^2$

~~$a_4 = 6 - 9x + 3d$~~   $x^2 = \frac{a_1 + 9d}{9}$  6-18  
 $a_1 + 5d = \frac{a_1 + 3d}{9} \cdot \left( \frac{6 - a_1 - 3d}{9} - 2 \right)$   
 $a_1 + 5d = \frac{a_1 + 3d}{9} \cdot \left( \frac{-a_1 - 3d - 12}{9} \right)^2$

$a_1 = 9x^2 - 9d$   
 $a_1 = x^2(x-2)^2 - 5d$   
 $a_1 = 6 - 9x - 9d$

$6x^2 + 6x - 4 = 9x^2 - x^4 + 4x^3 - x^2$   
 $-x^4 + 4x^3 - x^2 - 6x + 4 = 0$   
 $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$   
 $x = 1$  корень

$9x^2 - 9d = 6 - 9x - 9d$

~~$9x^2 - 9d = 6 - 9x - 9d$~~   $3x^2 - 3d = 2 - 3x - d$

$9 - 4 - 6 = -1$

$-4 + 4 - 1 + 6 + 4 =$

$2 - 8 + 8 = 0$

$9x^2 + 9x - 6 = 6d$

$3x^2 + 3x - 2 = 2d$   $x^2 - 4x + 4$

$3x^2 + 3x = 2d + 2$

$d = \frac{3x^2 + 3x - 2}{2}$

$9x^2 - 9d = x^2(x-2)^2 - 5d$

~~$9x^2 - 9d = x^2(x-2)^2 - 5d$~~   $= x^2(x-2)^2 - \frac{5}{2}(3x^2 + 3x - 2)$

$9x^2 - 9d = x^2(x^2 - 4x + 4)$

$6x^2 + 6x - 4 = 9x^2 - x^4 + 4x^3 - 4x^2$

$2(3x^2 + 3x - 2) = 9x^2 - x^2(x^2 - 4x + 4)$

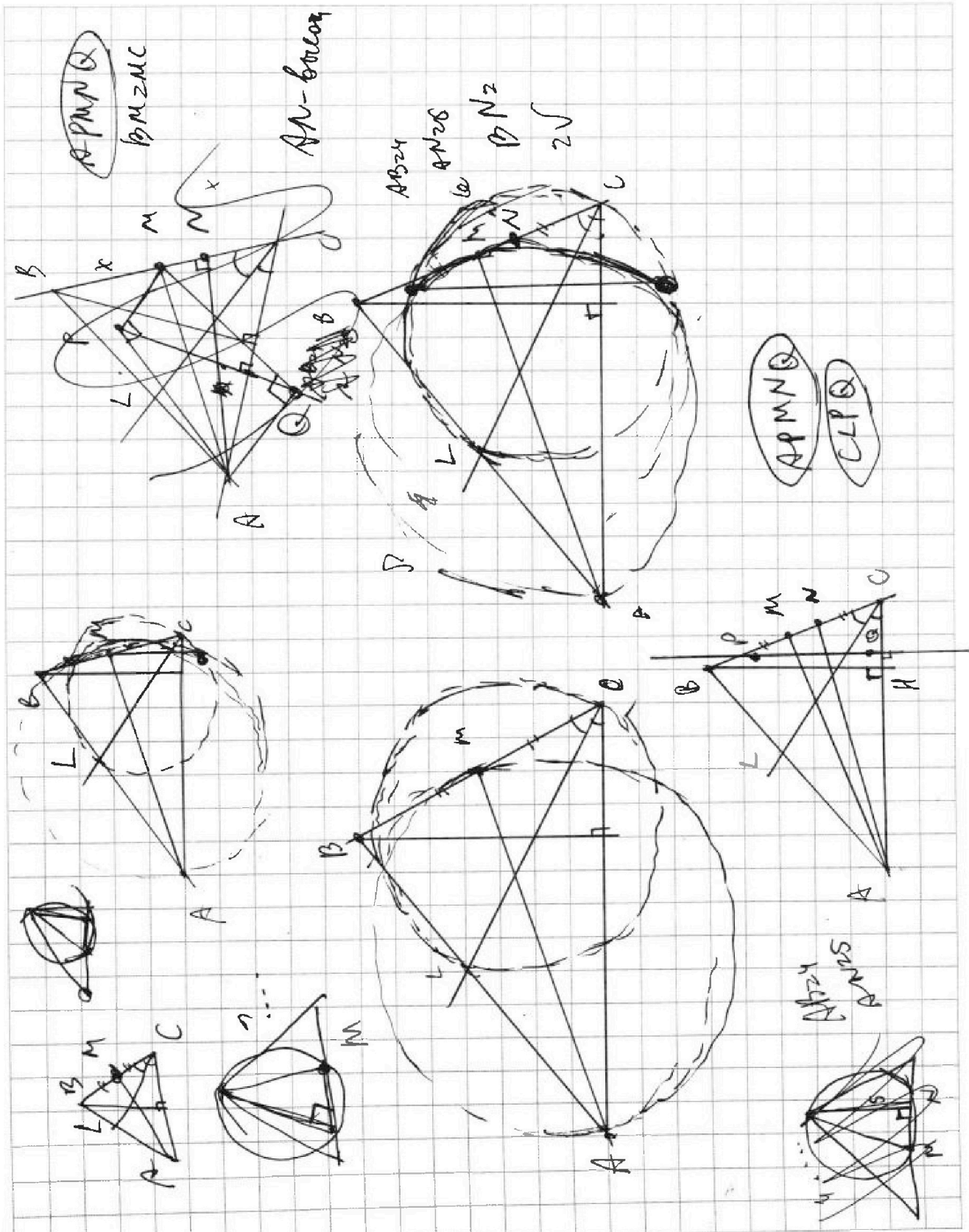


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

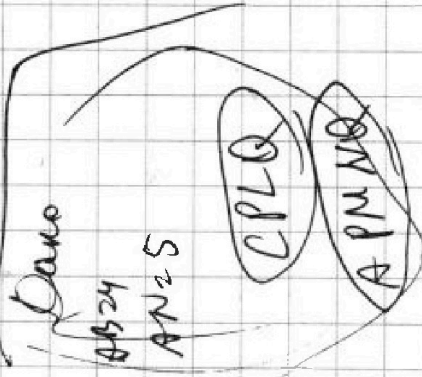
$$x^2 + 49 + 49x^2 = 56 + 20x - 4y^2 + 7 - y + 4\sqrt{...}$$

$$a(a-7) = 11 \cdot p \cdot p$$

$$a(a-7) = 11 \cdot p \cdot p$$

$$1) A = a(a-7) = 11 \cdot p \cdot p$$

$$B = 6(a+9) = 75q^2$$



$$A = 2(m+n)(m+n-7)$$

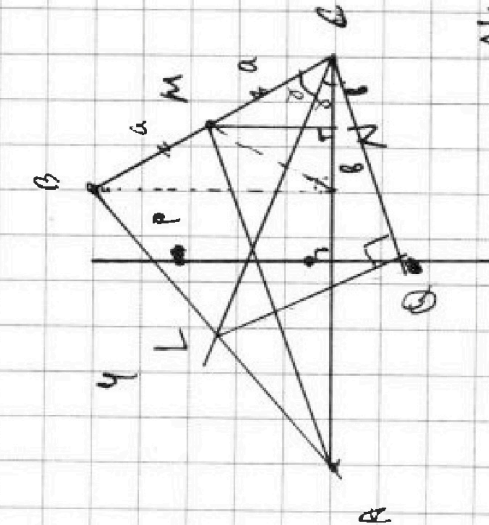
$$B = mn(m+n+9)$$

$$m+n=a$$

$$mn=b$$

$$1) A = a(a-7) = 11 \cdot p \cdot p$$

$$B = 6(a+9) = 75q^2$$



$$AL = \frac{2}{3} \sqrt{b^2 + c^2 - a^2}$$

$$BM = \frac{2}{3} \sqrt{a^2 + c^2 - b^2}$$

$$CN = \frac{2}{3} \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$$

$$AP = \frac{2}{3} \sqrt{b^2 + c^2 - a^2}$$

$$BP = \frac{2}{3} \sqrt{a^2 + c^2 - b^2}$$

$$CP = \frac{2}{3} \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$$

p-прост

a-7:ip

p=7

каждо:11

77:7

7:7

7:7

2) a:ip^2

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip^2

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

a-7:ip

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11

каждо:11



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a(a-2) = 75d^2$   
 $2a: d^2 \rightarrow a = 75d$

$b(a+d) = 11p^2$

1)  $b: p^2$

- $\cdot 4p^2 a = 2$
- $\cdot b = 4p^2$
- $a = -3kp$

2)  $a+d = p^2$

11

$m+2n = 2$   
 $3p = 2$

9

$4kt = 4kt + 4kt + 3kt$

18+22

на границах  $2 \cdot 4 + 2 \cdot 9 = 40$   
 внутри  $9 \cdot 9 = 81$

всего 121 нуга...

$\frac{C^2}{4} \cdot \frac{14}{4}$   $\cdot$   $\frac{14}{4}$   $\cdot$   $\frac{14}{4}$

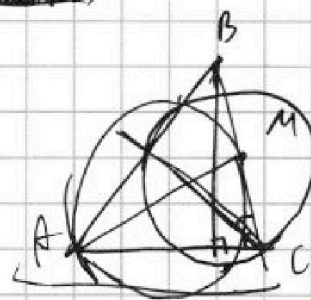
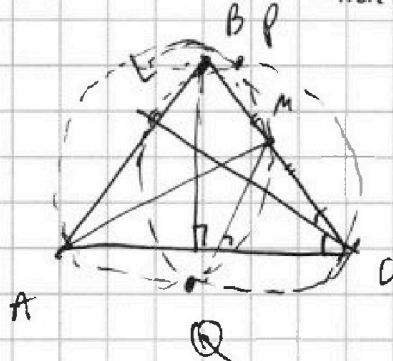
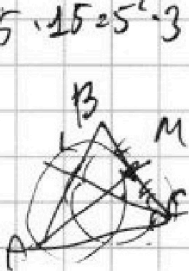
не все

$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 4n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7) = 11p^2$

$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$

$(m+2n) = \frac{11p^2}{m+2n-7}$

$5 \cdot 15 = 5^2 \cdot 3$



$mn(m+2n)$

$mn(m+2n) + 9mn = 75d^2 = \frac{mn \cdot 4d^2}{m+2n-7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит max?

$$\begin{cases} |10-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 - 4xy \leq 9 \\ 4x^2 + y^2 - 4xy \leq 1 \end{cases}$$

$$|x-y|/|x-y| \leq 2/1$$

$$b = 9x$$

$$2 - 3x$$

$$4 + 9x^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3x = 9x^2 - 12x + 4$$

$$\frac{Ac}{AB} = \frac{x_c}{Bx} = \frac{b}{AB}$$

$$\frac{6}{f+3} = \frac{9}{c+d}$$

$$\frac{6}{AB} = \frac{c-d}{c+d} = \frac{d}{f+3}$$

$$\frac{6}{9} = \frac{xc}{MC} = \frac{Ax}{My}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{c-d}{c}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{c-d}{c} = \frac{Ax}{My} = \frac{Ax}{Mz + 4}$$

$$\frac{Ax}{Mc} = \frac{f+3}{f} = \frac{c+d}{c}$$

$$\frac{6}{f+3} = \frac{\frac{2}{3}c}{\frac{4}{3}c} = \frac{2c}{4c} = \frac{c}{2c} = \frac{1}{2}$$

$$c-d = \frac{2c}{3}$$

$$d = c - \frac{2}{3}c = \frac{1}{3}c$$

$$d = \frac{1}{3}c \dots$$

$$12 = f+3$$

$$f = 9$$

$$AB = f+3 = 12$$

$$|10-2y| \leq 2$$

$$|x-2y|$$

$$y = \frac{x}{2}$$

$$2x = 5-4$$

$$4x =$$

$$5-2x$$

