



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

СИ

$$\begin{cases} a_5 = a_1 + 4d \\ a_7 = a_1 + 6d \\ a_{11} = a_1 + 10d \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 18 = a_1 + 4d \\ (x^2 - 4x)^2 = a_1 + 6d \\ -3x^2 = a_1 + 10d \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 18 + 3x^2 = -6d \\ (6x + 18) - (x^2 - 4x)^2 = -2d \end{cases} \quad | : 3$$

$$\begin{cases} 2x + 6 + x^2 = -2d \\ (6x + 18) - x^2(x - 4)^2 = -2d \end{cases}$$

$$x^2 + 2x + 6 = 6x + 18 - x^2(x^2 - 8x + 16)$$

$$x^2 - 4x - 12 + x^2(x^2 - 8x + 16) = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^4 - 2x^3 - 6x^3 + 12x^2 + 5x^2 - 10x + 6x - 12 = 0$$

$$x^3(x-2) - 6x^2(x-2) + 5x(x-2) + 6(x-2) = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 2x^2 - 4x^2 + 8x - 3x + 6) = 0$$

$$(x-2)(x^2(x-2) - 4x(x-2) - 3(x-2)) = 0$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x^2 - 4x - 3 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

$$1) x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$D = 2^2 + 3 = 4 + 3 = 7$$

$$x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 2 \pm \sqrt{7} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } 2; 2 \pm \sqrt{7}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

22

$$\begin{cases} |14x - 3y| \leq 6 \\ |13x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 14x - 3y \leq 6 & | \cdot 4 \\ -8 \leq 13x - 4y \leq 8 & | \cdot (-3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -24 \leq 16x - 12y \leq 24 \\ -24 \leq -9x + 12y \leq 24 \end{cases} \quad | \oplus$$

$$\begin{aligned} -48 &\leq 7x \leq 48 \\ -\frac{48}{7} &\leq x \leq \frac{48}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 & | \cdot 3 \\ -8 \leq 13x - 4y \leq 8 & | \cdot (-4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -18 \leq 12x - 9y \leq 18 \\ -32 \leq -12x + 16y \leq 32 \end{cases} \quad | \oplus$$

$$\begin{aligned} -50 &\leq 7y \leq 50 \\ -\frac{50}{7} &\leq y \leq \frac{50}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -48 \cdot 2 &\leq 14x \leq 48 \cdot 2 \\ -90 &\leq 7y \leq 50 \end{aligned} \quad | \oplus$$

$$-146 \leq 14x + 7y \leq 146$$

$$(14x + 7y)_{\min} = -146$$

Ответ: -146.

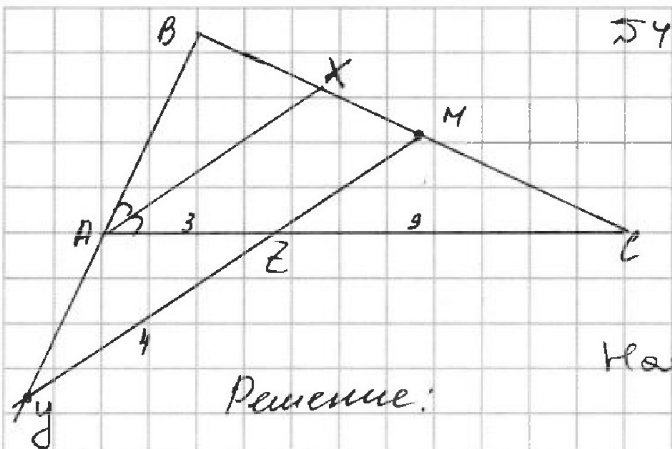


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



54

Дано:

$\triangle ABC$, AX — медиана $\angle A$,
 M — середина BC ,
 $MY \parallel AX$; $MY \cap AC = Z$,
 $MY \cap AB = Y$.

$YZ = 4$, $AZ = 3$, $AC = 12$.

Найти: BC ?

Решение:

1. $ZC = AC - AZ = 12 - 3 = 9$.

2. по св-ву медиан. у нас $\triangle \frac{BX}{XC} = \frac{AB}{AC}$

3. По т-ме Менелая для $\triangle ABC$ и секущей YM :

$$\frac{AZ}{ZC} \cdot \frac{CM}{MB} \cdot \frac{BY}{AY} = 1; \quad \frac{BY}{AY} = 3.$$

$$\frac{3}{9} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{BY}{AY} = 1 \quad AB = \frac{2}{3} BY.$$

4. $\triangle ABX \sim \triangle YBM$ по 2-м углам ($\angle BAX = \angle BYM$ — соотв. при $AX \parallel YM$, $\angle B$ — общий).

Тогда $\frac{BX}{BM} = \frac{AB}{BY} = \frac{2}{3}$.

т.е. $BM = \frac{1}{2} BC$, то $BX = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} BC = \frac{1}{3} BC$.

Тогда $\frac{BX}{XC} = \frac{1}{2}$.

5. $\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{XC} = \frac{1}{2}$; $AB = \frac{1}{2} AC = 6$.

$BY = \frac{3}{2} AB = 9$.

6. По т-ме Менелая для $\triangle YBM$ и секущей AZ :

$$\frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{CM}{MB} \cdot \frac{BY}{AY} = 1.$$

$$\frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1; \quad ZM = YZ = 4.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7. ~~$\frac{AY}{AX} = \frac{BY}{AB} = \frac{3}{2}$; $AX = \frac{2}{3} \cdot 9 = \frac{2}{3} \cdot 8 = \frac{16}{3}$~~

7. $AY = BY - AB = 9 - 6 = 3$.

$AZ = 3$.

$AZ = 4$

Пусть $\angle YAZ = \alpha$. $\angle AZY = \alpha$.

Тогда по т. о косинусов для $\triangle YAZ$:

$$AY^2 = YZ^2 + AZ^2 - 2 \cdot YZ \cdot AZ \cdot \cos \alpha.$$

$$9 = 16 + 9 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos \alpha.$$

$$16 = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cos \alpha \quad \cos \alpha = \frac{2}{3}.$$

8. По теореме косинусов для $\triangle ZMC$:
($\angle MZC = \angle AZY = \alpha$ - вертикальные)

$$MC^2 = ZM^2 + ZC^2 - 2 \cdot ZM \cdot ZC \cdot \cos \alpha =$$

$$= 16 + 81 - 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot \frac{2}{3} = 16 + 81 - 48 = 49$$

$$MC = 7.$$

т.к. $MC = \frac{1}{2} BC$, то $BC = 14$.

Ответ: $BC = 14$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

25

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} & (2) \\ 4x^2 + x - 5\sqrt{y} = 4y^2 - 5\sqrt{x} + y & (1) \end{cases}$$

$$(1) \quad 4x^2 + 5\sqrt{x} + x = 4y^2 + 5\sqrt{y} + y$$

ОДЗ : $x \geq 0, y \geq 0$ т.к. корни четной степени.

Тогда пусть $x > y$.

Тогда т.к. $x \geq 0, y \geq 0$, то

$$\begin{aligned} x^2 &\geq y^2 \\ 4x^2 &> 4y^2 \\ 5\sqrt{x} &> 5\sqrt{y} \end{aligned}$$

Так же $5\sqrt{x} > 5\sqrt{y}$.

Тогда $4x^2 + 5\sqrt{x} + x > 4y^2 + 5\sqrt{y} + y$

Значит x не может быть больше y .

Аналогично и y не может быть больше x .
Значит ~~уравнение~~ равенство верно только, если

$$\begin{cases} x = y \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Тогда подставим $y = x$ в ур-е (1):

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2} & (2') \\ x \geq 0 \end{cases}$$

(2')

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)}$$

Пусть $\sqrt{x+6} = a$, тогда $\sqrt{5-x} = \sqrt{a^2 + 11}$

$$a - \sqrt{(-a^2 + 11) + 5} = 2 \cdot a \sqrt{(-a^2 + 11)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(2') \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)}.$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x+6 \geq 0 \\ x \geq -6. \end{cases} \quad \begin{cases} 5-x \geq 0 \\ x \leq 5 \end{cases}$$

$$\text{Пусть } \begin{cases} \sqrt{x+6} = a \\ \sqrt{5-x} = b. \end{cases}$$

Тогда

$$\begin{cases} a-b+5=2ab \\ a^2=11-b^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b+5=2ab \\ (a+b)^2-2ab=11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b+5=2ab \\ (a+b)^2-11=2ab \end{cases}$$

$$a-b+5=(a+b)^2-11.$$

$$a^2+2ab+b^2-a+b-16=0$$

$$a^2+a(2b-1)+b^2+b-16=0$$

$$D=(2b-1)^2-4(b^2+b-16)=4b^2-4b+1-4b^2-4b+64=65-8b.$$

$$\begin{cases} (a-b)^2=(2ab-5)^2 \\ a^2+b^2=11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2-2ab+b^2=(2ab-5)^2 \\ a^2+b^2=11 \end{cases}$$

$$11-2ab=(2ab-5)^2$$

$$\text{Пусть } 2ab=c.$$

$$11-c=c^2-10c+25.$$

$$c^2-11c+14=0$$

$$D=11^2-4 \cdot 14=121-56=65.$$

$$c = \frac{11 \pm \sqrt{65}}{2} \quad \left(\begin{array}{l} a \geq 0 \\ b \geq 0, \text{ то } c=2ab \geq 0 \end{array} \right).$$

$$(a+b)^2-2c=11$$

$$(a+b)^2=\pm\sqrt{65}$$

$$\text{т.к. } (a+b)^2 \geq 0, \text{ то}$$

$$(a+b)^2=\sqrt{65}.$$

$$a+b=\sqrt{65}$$

$$b=\sqrt{65}-a.$$

$$a = \sqrt{65} - a + 5 = 2a(\sqrt{65} - a).$$

$$2a + 5 - \sqrt{65} = 2a\sqrt{65} - 2a^2.$$

$$2a^2 + 2a(1-\sqrt{65}) + 5 - \sqrt{65} = 0.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D_1 = (1 - \sqrt{65})^2 - 10 + 2\sqrt{65} =$$

$$= 1 - 2\sqrt{65} + \sqrt{65}^2 - 10 + 2\sqrt{65} = \sqrt{65} - 9.$$

$$a = \frac{\sqrt{65} - 1 + \sqrt{\sqrt{65} - 9}}{2}$$

т.к. $a \geq 0$.

$$\sqrt{x+6} = \frac{\sqrt{65} + \sqrt{\sqrt{65} - 9} - 1}{2}$$

$$x+6 = \frac{(\sqrt{65} + \sqrt{\sqrt{65} - 9} - 1)^2}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{65}^2 + 2\sqrt{65}(\sqrt{\sqrt{65} - 9} - 1) + \sqrt{65} - 9 - 2\sqrt{\sqrt{65} - 9} + 1}{4}$$

$$= \frac{2\sqrt{65} + 2\sqrt{65}(\sqrt{\sqrt{65} - 9} - 1) + 8 - 2\sqrt{\sqrt{65} - 9}}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{65} + (\sqrt{65} - 1)\sqrt{\sqrt{65} - 9} - \sqrt{65} - 4}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{65} + (\sqrt{65} - 1)\sqrt{\sqrt{65} - 9} - \sqrt{65} - 16}{2}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{65} + (\sqrt{65} - 1)\sqrt{\sqrt{65} - 9} - \sqrt{65} - 16}{2}$

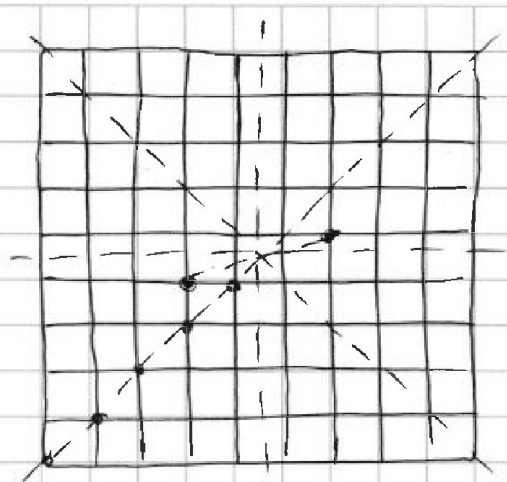


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



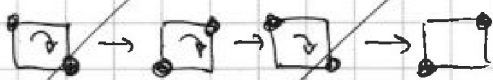
Всего 9×9 в квадрате
 $10 \cdot 10 = 100$ узлов.

Значит способов выбрать 2 из них,
 $100 \cdot 99 = 9900$

Но каждый узел посчитан дважды, т.к. он занимает место 1-го узла и место 2-го узла в паре с др. узлом.

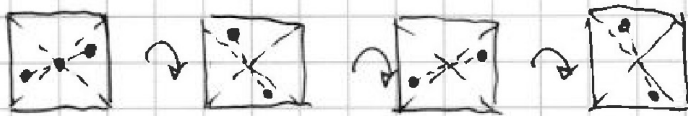
Тогда всего пар $\frac{9900}{2} = 4950$

Для любых двух узлов, находящихся на одной диагонали квадрата 9×9 и равнобедренных от его центра при поворотах квадрата существуют только 2 расположения.



Соответственно все пары точек, располо-

Для любых 2-х точек, симметричных относительно центра квадрата при 4-х поворотах квадрата существуют только 2 расположения:



Соответственно для $\frac{100 \cdot 99}{2}$ пар точек мы посчитали одну и ту же ситуацию (с учетом квадрата) 4 раза



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Для всех из остальных пар точек все 4 покрытия дают разное соотношение. Соответственно для остальных точек мы посчитаем одну и ту же ситуацию 4 раза.

Тогда всего способов покрасить 2 точки:

$$\frac{4950-50}{4} + \frac{50}{2} = \frac{4900}{4} + 25 = 1225 + 25 = 1250 \text{ способов.}$$

Ответ: 1250



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, including algebraic calculations and geometric diagrams.

Top Left: Algebraic calculations involving polynomials and a geometric diagram of a triangle with points A, B, C and internal points M, X.

$$x^2 - 6x^2 + 5x + 18$$

$$3 - 2x^2$$

$$-4x^2 + 5x$$

$$-4x^2 + 8x$$

$$-3x + 6$$

$$x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$D = 2^2 + 3 = 7$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{7}}{2}$$

Top Right: Geometric diagram of a triangle with points A, B, C and internal points M, X. Calculations for ratios of segments.

$$\frac{BX}{XC} = \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{12}$$

Middle Left: Algebraic calculations involving polynomials and a geometric diagram of a triangle with points A, B, C and internal points M, X.

$$x^3 - 6x^2 + 5x + 18 = 0$$

$$\frac{4}{16} - \frac{4}{8} - \frac{2}{4} - \frac{6}{2} + 24 =$$

$$30 \downarrow -14$$

$$-12 \downarrow$$

$$6x + 18 + 3x^2 = -2d$$

$$x^2 + 2x + 6 = -2d$$

$$(x^2 - 4x)^2 - (6x + 18) = 2d$$

$$4 \cdot 16 - 4 \cdot 8 - 2 \cdot 4 - 6 \cdot 2 + 24 =$$

$$= 64 - 32 - 8 - 12 + 24 =$$

Middle Right: Geometric diagram of a triangle with points A, B, C and internal points M, X. Calculations for ratios of segments.

$$\frac{AZ}{ZC} \cdot \frac{CM}{MB} \cdot \frac{BY}{AY} = 1$$

$$\frac{3}{9} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{BY}{AY} = 1$$

$$\frac{BY}{AY} = 3$$

$$\frac{BX}{BM} = \frac{AB}{BY} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{BX}{XC} = \frac{AB}{12} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} BC = \frac{1}{3} BC$$

$$\frac{BX}{XC} = \frac{1}{2} = \frac{AB}{12} \rightarrow AB = 6$$

Bottom Left: Algebraic calculations involving polynomials and a geometric diagram of a triangle with points A, B, C and internal points M, X.

$$6x + 18 - x^2(x-4)^2 = x^2 + 2x + 6$$

$$-x^2(x^2 - 4x)^2 = x^2 - 4x - 12$$

$$-x^2(x-4)^2 = (x-6)(x+2)$$

$$42 = -6d \rightarrow d = -7$$

$$16 - 30 = 2d$$

$$-14 = -14$$

$$-x^2(x^2 - 8x + 16) = x^2 - 4x - 12$$

$$-x^4 + 8x^3 - 16x^2 = x^2 - 4x - 12$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$8 - 24 + 10 + 6 = 0$$

$$x^3 - 6x^2 + 5x + 6 = 0$$

Bottom Right: Algebraic calculations involving polynomials and a geometric diagram of a triangle with points A, B, C and internal points M, X.

$$x^7 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 \div x^3 - 2x^3$$

$$-6x^3 + 17x^2$$

$$-6x^3 + 12x^2$$

$$5x^2 - 4x$$

$$-5x^2 - 10x$$

$$6x - 12$$

$$6x - 12$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a+5-\sqrt{11-a^2}=2a\sqrt{11-a^2}$$

$$\leq 2\sqrt{55} \leq$$

$$(a+5)^2 - 2(a+5)\sqrt{11-a^2} + 11-a^2 = 4a^2(11-a^2)$$

Пусть

$$\sqrt{x+6}=a$$

$$\sqrt{5-x}=b$$

$$x \geq 0$$

$$x+6 \geq 6$$

$$x \geq 0$$

$$\sqrt{6} \leq \sqrt{x+6} \leq \sqrt{11}$$

$$0 \leq \sqrt{5-x} \leq \sqrt{5}$$

$$b = 2a+1 \quad 0 \leq 2\sqrt{(x+6)(5-x)} \leq \sqrt{55}$$

$$\begin{cases} a+b+5=2ab \\ a^2=-b^2+1 \end{cases}$$

$$b^2=a^2+1$$

$$(a+5)^2=(2a+1)^2(a^2+1)$$

$$(a+5)^2=(2a^2+1)^2+(2a+1)^2$$

$$a(1-2b)=b-5$$

$$a = \frac{b-5}{1-2b}$$

$$a^2=1-b^2$$

$$a^2=1-b^2$$

$$(a+5-2a^2-a)(a+5+2a^2+a)=(2a+1)^2$$

$$(b-5)^2 = 1-b^2 \quad (-2a^2+5)(2a^2+2a+5)=(2a+1)^2$$

$$(1-2b)^2 = 1-b^2$$

$$b^2-10b+25=(1-4b+4b^2)(1-b^2)$$

$$b^2-10b+25=1-b^2-4b+4b^3+4b^2-4b$$

$$4b^4-4b^3-2b^2-6b+24=0$$

$$a^2 \geq 6$$

$$0 \leq b^2 \leq 5$$

$$a \geq \sqrt{6}$$

$$b \leq \sqrt{5}$$

$$0 \leq x \leq 5$$

$$6 \leq a^2 \leq 11$$

$$0 \leq b^2 \leq 5$$

$$(a+5)^2=(2a+1)^2 \cdot (11-a^2)$$

$$(a+5)^2=11(2a+1)^2-(2a^2+a)^2$$

$$a^2+10a+25=11(4a^2+4a+1)-(4a^4+4a^3+a^2)$$

$$a^2+10a+25=44a^2+44a+11-4a^4-4a^3-a^2$$

$$4a^4+4a^3-42a^2-34a+14=0 \quad 6 \leq a^2+b^2 \leq 16$$

$$2a^4+2a^3-21a^2-17a+7=0$$

$$2 \cdot 49 \cdot 7(7+1) - 21 \cdot 49 - 17 \cdot 7 + 7 =$$

$$= 49(14 \cdot 8 - 21) - 17 \cdot 7 + 7 = 49 \cdot 7 - 16 \cdot 7 =$$

$$= 7(49-16) = 7 \cdot 33$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_n = a_1 + d(n-1) \quad (x^2 - 4x)^2 - 3x^2 = \dots$$

$$\begin{cases} a_5 = a_1 + 4d \\ a_7 = a_1 + 6d \\ a_{11} = a_1 + 10d \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 18 = a_1 + 4d \quad (1) \\ (x^2 - 4x)^2 = a_1 + 6d \quad (2) \\ -3x^2 = a_1 + 10d \quad (3) \end{cases}$$

(2) - (1):

$$x^2(x-4)^2 + 3x^2 = -4d$$

$$(x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = 2d \quad | \cdot 3 \quad x^2(x^2 - 8x - 16 + 3) = -4d$$

(3) - (1):

$$x^2(x^2 - 8x - 13) = -4d$$

$$-3x^2 - 6x - 18 = 6d$$

$$x^2 + 2x + 6 = -2d$$

$$x^2(x^2 - 8x - 13) = 2x^2 + 4x + 12$$

$$\begin{cases} 3(x^2 - 4x)^2 - 3 \cdot (6x + 18) = 6d \\ -3x^2 - 6x - 18 = 6d \end{cases}$$

$$\ominus \quad x(x-1)(x-5) = -6$$

$$x^3 - 6x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$3(x^2 - 4x)^2 - 3(6x + 18) = -3x^2 - 6x - 18 \quad | : 3$$

$$(x^2 - 4x)^2 - (6x + 18) = -x^2 - 2x - 6$$

$$6(x-3) - x^2(x-4)^2 = x^2 + 2x + 6$$

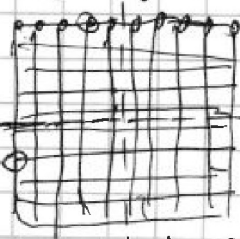
$$6x - 18 - x^2(x^2 - 8x + 16) = x^2 + 2x + 6$$

$$6x - 18 - x^4 + 8x^3 - 16x^2 = x^2 + 2x + 6$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x + 24 = 0$$

$$x(x-4)(x^2 - 4x + 11) = -24$$

$$6(x-3) = x^2 \quad 100 \cdot 100 \quad 4(x-8)$$



$$5.5 \quad 10 \cdot 10 = 100 \quad 100 \rightarrow 2$$

$$5x^2 - 4x \quad 8x - n$$

$$x^2(x-4)^2 + (x-6)(x+2) = 0$$

$$x^3 - 6x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$x(x^2 - 6x + 5) = -6 \quad 100 \cdot 50 - 100 \quad \frac{100}{2} = 25.5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x-3y| \leq 6 & (1) \\ |3x-4y| \leq 8 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x-3y \leq 6 & / \cdot 1 \\ 4x-3y \geq -6 & / \cdot 1 \\ 3x-4y \leq 8 & / \cdot 3 \\ 3x-4y \geq -8 & / \cdot 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x-3y \geq -6 & / \cdot (-1) \\ 4x-3y \leq 6 & \\ 3y-4x \leq 6 & \\ 4x-3y \leq 6 & \oplus \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16x-12y \leq 24 & / \cdot (-1) \\ 16x-12y \geq -24 & / \cdot (-1) \\ 9x-12y \leq 24 \\ 9x-12y \geq -24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12y-16x \geq -24 & (1) \\ 12y-16x \leq 24 & (2) \\ 9x-12y \leq 24 & (3) \\ 9x-12y \geq -24 & (4) \end{cases}$$

$$(2)+(3)$$

$$9x-16x \leq 48$$

$$-7x \leq 48$$

$$x \geq -\frac{48}{7}$$

$$-\frac{48}{7} \leq x \leq \frac{48}{7} \quad -2 \cdot 48 \leq 14x \leq 48 \cdot 2$$

$$-50 \leq 7y \leq 50$$

$$-9y+16y \leq 18+32$$

$$7y \leq 50$$

$$-2 \cdot 48 - 50 \leq 14x + 7y \leq 48 \cdot 2 + 50$$

$$-\frac{50}{2} \leq y \leq \frac{50}{2}$$

$$48 \cdot 2 + 50 =$$

$$= 96 + 50 = 146 \quad (-146)$$

$$\begin{cases} 12x-9y \leq 18 \\ 12x-9y \geq -18 \\ -12x+16y \geq -32 \\ -12x+16y \leq 32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x^2-4x)^2 - (6x+18) = 2d \\ -3x^2 - (x^2-4x)^2 = 4d \\ 3x^2+6x+18 = -6d \\ x^2+2x+6 = -2d = 6x+18 - (x^2-4x)^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} A &= m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = \\ &= (m-n)^2 + 9(m-n) = \\ &= (m-n)(m-n+9) \end{aligned}$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn =$$

$$x^2-4x-12 = (x-6)(x+2) = -x^2(x-4)^2$$

$$-x^2-2x-6 = 2d$$

$$(x-6)(x+2) + x^2(x-4)^2 = 0$$

$$-3x^2+x^2+4x-12=4d$$

$$x=2 \text{ — корень } -4 \cdot 4 + 4 \cdot 4 = 0$$

$$-2x^2-4x-12=4d$$