



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} \begin{cases} a_4 = 6 - 9x \\ a_6 = (x^2 - 2x)^2 \\ a_{10} = 9x^2 \end{cases}$$

(Пусть $\{a_n\}$ — это арифм. прогр., d — ее разность)

$$\begin{cases} a_1 + 3d = 6 - 9x \\ a_1 + 5d = (x^2 - 2x)^2 \\ a_1 + 9d = 9x^2 \end{cases}$$

Заметим, что $a_{10} - a_6 = 4d$, а $a_6 - a_4 = 2d$, значит:

$$\begin{aligned} 2(a_6 - a_4) &= a_{10} - a_6 \\ 2(x^2(x-2)^2 - 6 + 9x) &= 9x^2 - x(x-2)^2 \\ 2x^4 + 8x^2 - 8x^3 - 12 + 18x &= 9x^2 - x^3 + 4x^2 + 4x^3 \\ x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 &= 0 \end{aligned}$$

Схема Горнера:

Возм. корни: $\pm 1; \pm 2; \pm 4$.

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -4 & 1 & 6 & -4 \\ \textcircled{1} & 1 & -3 & -2 & 4 & 0 \end{array}$$

корень.

$$(x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0$$

Схема Горнера:

↓ см. сл. стл.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1 -3 -2 4

(1) * 1 -2 -4 0
корень

$$(x-1)^2(x^2-2x-4)=0$$

$$\begin{cases} x=1 \\ x^2-2x-4=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ x=\pm\sqrt{5}+1 \end{cases}$$

$$x = \boxed{1; 1 \pm \sqrt{5}}$$

Ответ: $x = 1; 1 \pm \sqrt{5}$.

$$x^2-2x-4=0$$

$$D=20$$

$$x_{1,2} = \frac{\pm 2\sqrt{5}+2}{2} = \pm\sqrt{5}+1$$

~~x~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

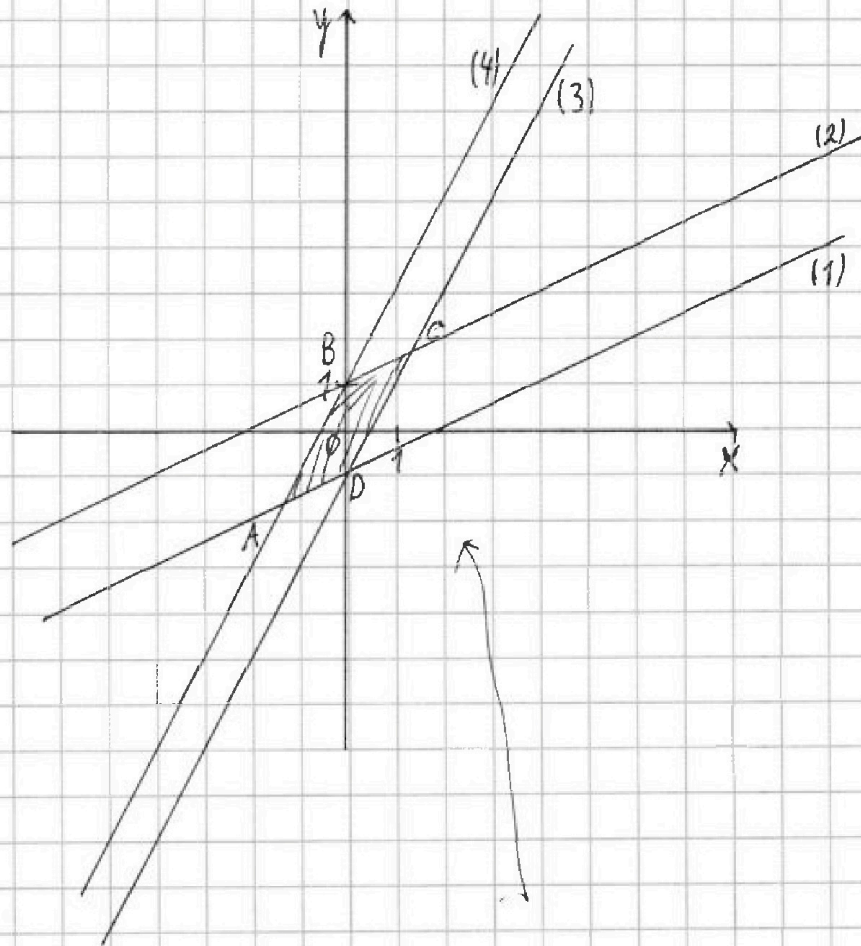
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{2} \begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y \leq 2 \\ x-2y \geq -2 \\ 2x-y \leq 1 \\ 2x-y \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq \frac{x}{2} - 1 & (1) \\ y \leq \frac{x}{2} + 1 & (2) \\ y \geq 2x - 1 & (3) \\ y \leq 2x + 1 & (4) \end{cases}$$



Данная система задаёт фигуру ABCD на плоскости. В точке C x принимает максимальное значение,



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

x и y принимает максимальное значение, а значит, что и $3y+6x$ принимает максимальное значение.

Пусть координаты этой точки $(x_0; y_0)$.

Она лежит на прямой $y=2x-1$ и

$y=\frac{x}{2}+1$, а значит, удовлетворяет их уравнениям:

$$\begin{cases} y_0 = 2x_0 - 1 \\ y_0 = \frac{x_0}{2} + 1 \end{cases}$$

$$2x_0 - 1 = \frac{x_0}{2} + 1 \quad | \cdot 2$$

$$4x_0 - 2 = x_0 + 2$$

$$3x_0 = 4$$

$$x_0 = \frac{4}{3}$$

$$y_0 = \frac{x_0}{2} + 1 = 1\frac{2}{3}$$

Тогда, максимальное значение $3y+6x=$

$$= 3y_0 + 6x_0 = 3 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = \boxed{13}$$

Ответ: 13.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

③ Предположим, что $B = 11p^2$, тогда:

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m + 2n + 9) = 11p^2$$

т.к. $m, n \in \mathbb{N}$, $m + 2n + 9 \geq 12$.

Поскольку 11 и p — простые, 11 и p — какие-то 2 из множителей m, n и $m + 2n + 9$

равны p . $m \neq m + 2n + 9, n \neq m + 2n + 9 \Rightarrow$

$\Rightarrow m = n = p$. Тогда $m + 2n + 9 = 11 \geq 12$ (!!).

Значит, наше предположение было неверно. Тогда, $A = 11p^2, B = 75q^2$

$$\begin{cases} m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 14n = 11p^2 & (1) \\ mn(m + 2n + 9) = 3 \cdot 5^2 q^2 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 14n = 11p^2 & (1) \\ mn(m + 2n + 9) = 3 \cdot 5^2 q^2 & (2) \end{cases}$$

~~Если $m=3$: Если $q \neq 2$: Тогда (2)~~

~~$n(4+2n) =$ Если $q \neq 2$: m и $m + 2n + 9$~~

~~Имеем разную~~

четность, т.к. $2n + 9 \equiv 1 \pmod{2}$.

Тогда правая часть $\div 2 \Leftrightarrow 75q^2 \div 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow q = 2$ (т.к. $q \in \mathbb{P}$) \Rightarrow

$$\Rightarrow mn(m + 2n + 9) = 3 \cdot 5^2 \cdot 2^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$m + 2n + 9 > m$~~
 ~~$m + 2n + 8 > m$~~

Поскольку $m + 2n + 9 > m$,
Задача свелась к оценке m и n ,
далее для каждого случая
распределения $3 \cdot 5^2 \cdot 2^2$ на 3 множителя
и подстановке в (1).

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

④ Дано: $\triangle ABC$

M - середина BC

AX - вис. $\triangle ABC$

$M \in l$

$l \parallel AX$

$l \cap AB = Z$

$l \cap AC = Y$

$AC = 6$

$AZ = 3$

$YZ = 4$

Найти: BC - ?

Решение:

$\angle XAZ = \angle AZY$ (м.к. л.т.)
 $\angle CAX = \angle CYM$ (соотв.) $\Rightarrow \triangle YAZ$ - т.к. (по т.т.т.) \Rightarrow

$\Rightarrow AY = 3$

Пусть $\angle CAX = \alpha$, тогда по т. косинусов $\triangle YAZ$

$$8 = 8 + 16 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

т.к. α - острый (т.к. $\angle CAB = 2\alpha$), $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} =$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$= \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$$

Пт. к. $AX \parallel YM$, $\triangle ACX \sim \triangle YCM \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{AC}{CY} = \frac{CX}{CM}$$

$$\frac{6}{9} = \frac{CX}{CM}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{CX}{CM} \Rightarrow CX = \frac{2CM}{3}$$

$$BX = BC - CX = 2CM - \frac{2CM}{3} = \frac{4CM}{3}$$

Пт. к. $AX \parallel MY$, $\triangle ZMB \sim \triangle AXB \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{BZ}{AB} = \frac{BM}{BX}$$

$$\frac{BZ}{BZ+3} = \frac{CM}{\frac{4CM}{3}}$$

$$(BZ+3) \cdot 3 = 4BZ$$

$$BZ = 9$$

По т. косинусов $\triangle ABC$:

$$BC = \sqrt{AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos 2\alpha} = \sqrt{36 + 144 + 2 \cdot 72 \cdot \frac{1}{9}} =$$

$$= \boxed{14}$$

Ответ: 14.

* - т. к. AX - медиана



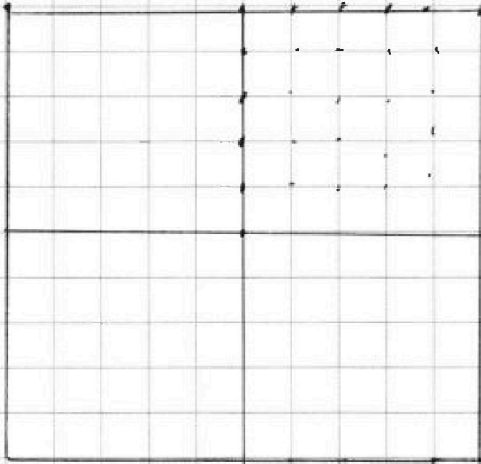
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6



Ответ: $4 \cdot C_{15}^2$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Доано: $\triangle ABC$

AM - медиана

CL - выс.

~~Ω~~ Ω (AM -диам.)

ω (CL -диам.)

$\Omega \cap \omega = P; Q$

~~BH~~ BH - высота

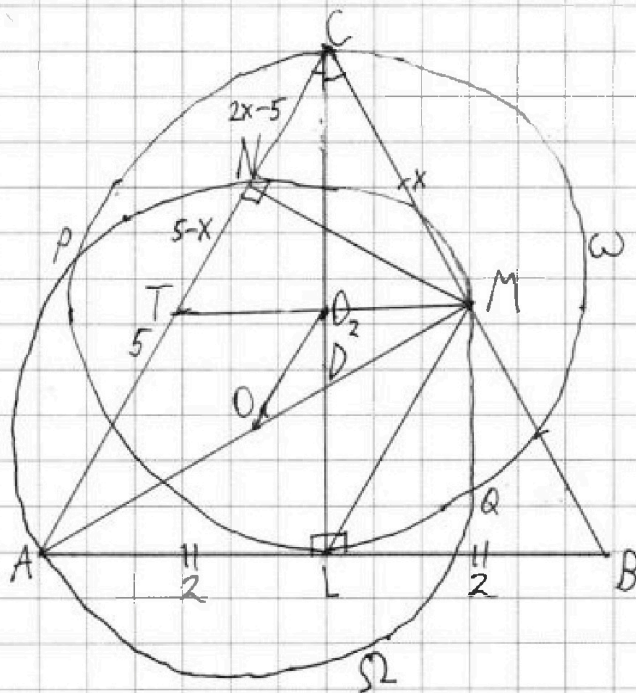
$PQ \parallel BH$

~~$\Omega \cap AC = N$~~

$AB = 4$

$AN = 5$

$AC; BC = ?$



Решение:

Пусть $O_1; O_2$ - центры Ω и ω соотв., тогда

~~$PQ \perp O_1O_2$~~ ($PQ \perp O_1O_2$ по св-ву пересек. окр.)

$PQ \parallel BH$ (по усл.) $\Rightarrow BH \perp O_1O_2 \Rightarrow O_1O_2 \parallel AC$

$AO_1 = O_1M$ (как радиусы)

$CO_2 = O_2L$

$CL \cap AM = D$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проведём ML .

Расшир. 4-к $ACML$:

O_1O_2 - отрезок, соединяющий середины сторон AM и AN

$O_1O_2 \parallel AC$

$\Rightarrow ACML$ - трапеция $\Rightarrow AC \parallel ML$, тогда

ML - ср. линия $\Delta ABC \Rightarrow AL = LB \Rightarrow$

$\Rightarrow CL$ - ^{биссектр.} высота, медиана, ^{высота} $\Rightarrow \Delta ABC$ - p/о

Проведём MN :

$\angle ANM = 90^\circ$ (м.к. отпр. на диаметре)

$$AL = LB = \frac{AB}{2} = 2$$

Пусть $\frac{AC}{2} = \frac{BC}{2} = x$, тогда:

$$AC = 2x, CN = 5 - 2x$$

Проведём MT - ср. линию ΔABC ($T \in AC$),

тогда $NT = 5 - x$

$$TM = \frac{AB}{2} = 2$$

По м. Пифагора: ΔTNM и ΔMNC :

$$MN = 4 - (5 - x)^2 = x^2 - (x + 2 - 5)^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4 - 25 - x^2 + 10x = -3x^2 - 25 + 20x$$

$$2x^2 - 10x + 4 = 0$$

$$x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$D = 14$$

$$x_{1,2} = \frac{\pm\sqrt{14} + 5}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{14}}{2}$$

$$\text{Птк. } AC > AB, \Delta ABC - \text{о/у} \Rightarrow 2x - 5 > 0 \Rightarrow \pm\sqrt{14} > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{5 + \sqrt{14}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC = BC = \boxed{5 + \sqrt{14}}$$

Ответ: $5 + \sqrt{14}$!



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

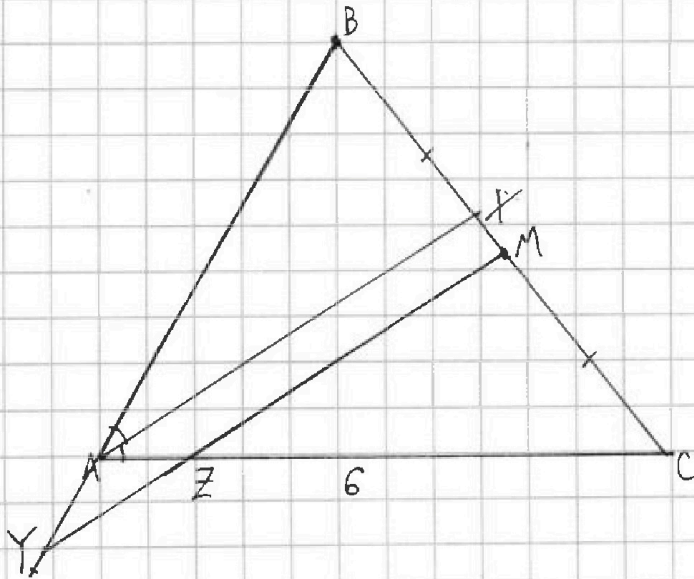
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} m^2 + 4mn + n^2 - 7(m+2n) = 11p^2 \\ mn(m+2n+9) = 75q^2 = 3 \cdot 5^2 q^2 \end{cases}$$

1

~~75~~
~~3mn(m+2n+9)~~

$$\begin{array}{r} 75 \overline{) 3} \\ 25 \overline{) 5^2} \\ 1 \end{array}$$



BC-7

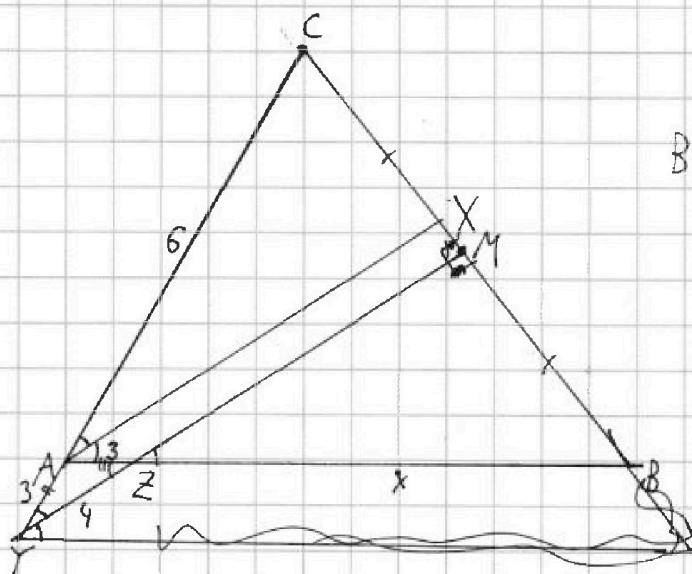


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CX}{XB} = \frac{6}{x+3}$$

$$XB = BC - CX$$



$$\frac{6}{9} = \frac{CX}{CM}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{CX}{CM}$$

$$\frac{\frac{2}{3} CM}{BC - CX}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 3 \\ \hline 54 \\ \times 3 \\ \hline 54 \\ \hline 180 \end{array}$$

$$\sqrt{180 + 16} = \sqrt{196}$$



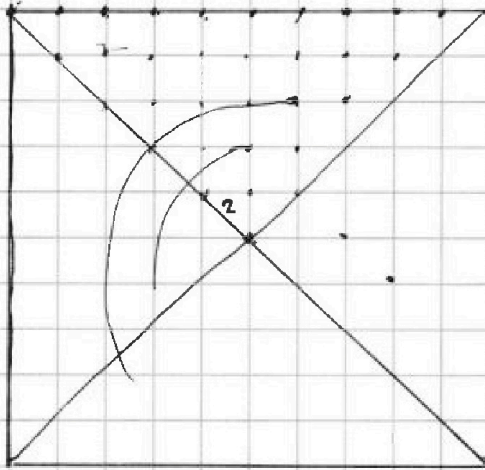
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$x^3 + 3x + \sqrt{2x}$~~ (6) $= y^3 + 3y + \sqrt{2y}$



$$15 \cdot 14 =$$

$$C_{15}^2 = \frac{15!}{2!}$$

+ {

$$m \cdot n(2n + 8 + m) = 11p^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_4 = 6 - 9x$$

$$a_6 = x^2(x-2)^2$$

$$a_{10} = 9x^2$$

$$2(x^4 + 4x^2 - 4x^3 - 6 + 9x) = 9x^2 - x^4 - 4x^2 + 4x^3$$

$$2x^4 + 8x^2 - 8x^3 - 12 + 18x = 9x^2 - x^4 - 4x^2 + 4x^3$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$1 \quad -4 \quad 1 \quad 6 \quad -4$$

$$\textcircled{1} \quad 1 \quad -3 \quad -2 \quad 4 \quad 0$$

корень

$$(x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4)$$

$$1 \quad -3 \quad -2 \quad 4$$

$$\textcircled{1} \quad 1 \quad -2 \quad -4 \quad 0$$

корень

$$(x-1)^2(x^2 - 2x - 4)$$

$$D = 4 + 16 = 20$$

$$\frac{\pm 4\sqrt{5} + 2}{2} = \pm 2\sqrt{5} + 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$① \quad a_4 = 6 - 9X = a_1 + 3d$$

$$a_6 = (x^2 - 2x)^2 = a_1 + 5d$$

$$a_{10} = 9x^2 = a_1 + 9d$$

x - ?

$$a_6 - a_4 = 2d$$

$$a_{10} - a_6 = 4d$$

$$9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 2((x^2 - 2x)^2 - (6 - 9x))$$

$$9x^2 - x^2(x-2)^2 = 2(x^2(x-2)^2 - 6 + 9x)$$

$$9x^2 - x^4 + 4x^3 - 4x^2 = 2(x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6 + 9x)$$

$$\underline{9x^2 - x^4 + 4x^3 - 4x^2 - 2x^4 + 8x^3 - 8x^2 + 12 - 18x = 0}$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 - 18x + 12 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 - 6x + 4 = 0 \quad 1 \quad -4 \quad 1 \quad -6 \quad 4$$

$$-1 \quad 1 \quad -5 \quad 6 \quad -12$$

$$2 \quad 1 \quad -2 \quad 5 \quad 4$$

$$-2 \quad 1 \quad -6 \quad 13 \quad \cdot$$

$$4 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad -2$$

$$-4 \quad 1 \quad -8 \quad 33$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

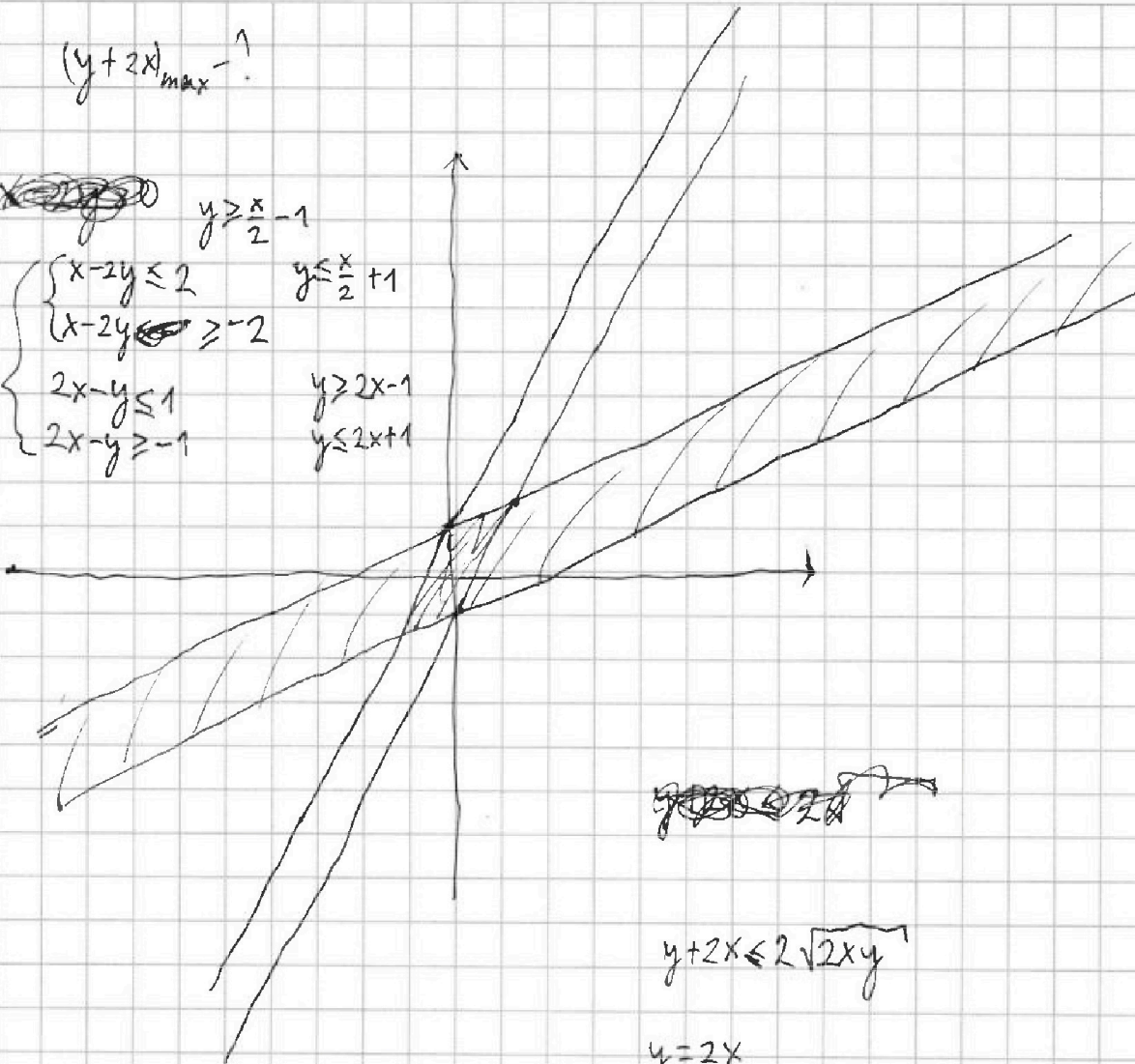
СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(y+2x)_{\max}^{-1}$$

~~$$y \geq \frac{x}{2} - 1$$~~

$$\begin{cases} x-2y \leq 2 & y \leq \frac{x}{2} + 1 \\ x-2y \geq -2 & y \geq 2x-1 \\ 2x-y \leq 1 & y \leq 2x+1 \\ 2x-y \geq -1 & y \geq 2x-1 \end{cases}$$



~~$$y \geq \frac{x}{2} - 1$$~~

$$y+2x \leq 2\sqrt{2xy}$$

$$y=2x$$

$$(m, n) - ?$$

$$m^2 + 4mn + n^2 - 4m - 4n$$

$$m^2n + 2mn^2 + 9mn =$$

$$= mn(m+2n+3)$$

$$m=n=p$$

$$m+2n=2$$

$$\frac{11p^2}{75 \cdot 9^2}$$

p/q - число

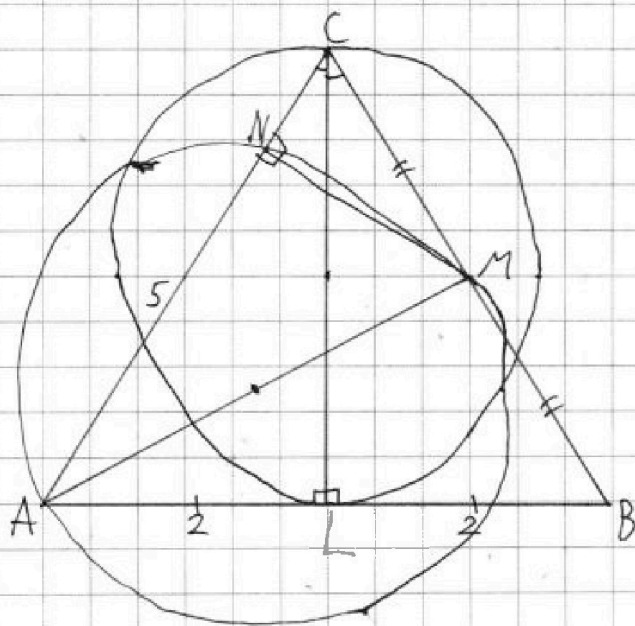


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

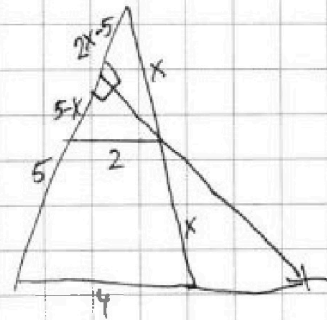
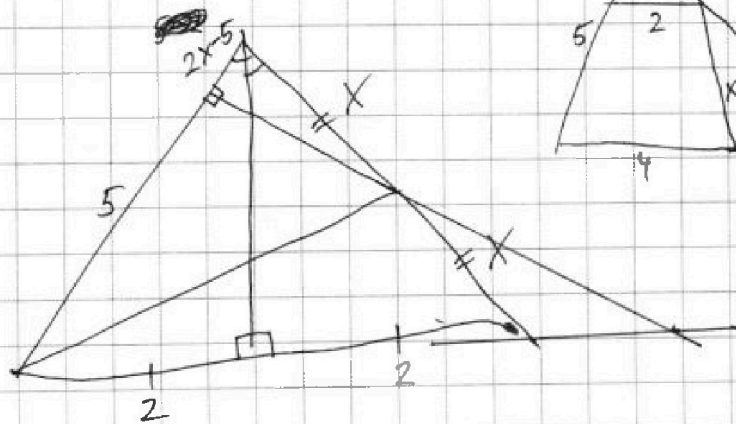
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



AC; BC = ?





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

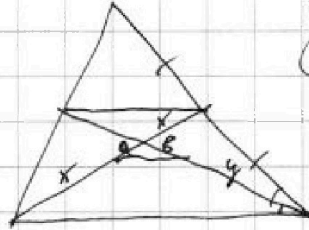
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$$

~~$$\frac{x}{2} - a = \frac{y}{2} - b$$~~

~~$$\frac{x}{y} = \frac{t}{1-t}$$~~

$$\frac{x}{y} = \frac{(1-t)x}{(1-ty)}$$

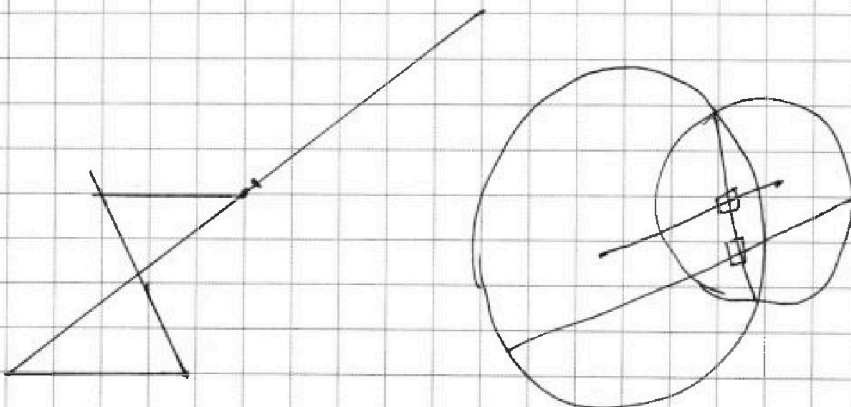
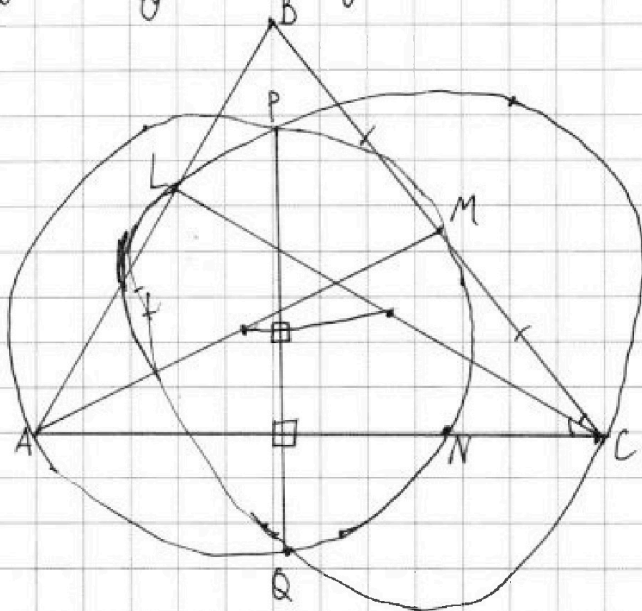


$$= \frac{x-2a}{y-2b}$$
~~$$= \frac{x-2a}{y-2a}$$~~

AC; BC - ?

$$AB = 4$$

$$AN = 5$$





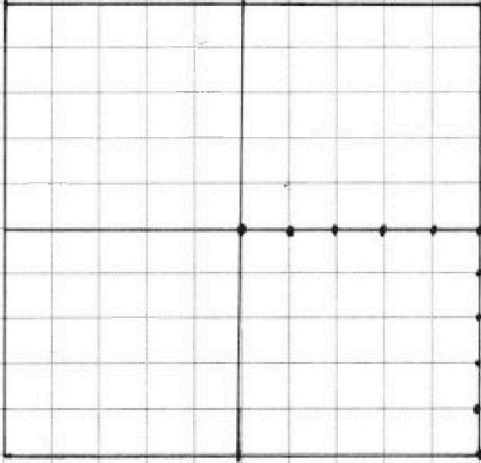
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

6



Проведём 2 ср. линии, которые разобьют квадрат на 4 части



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5